

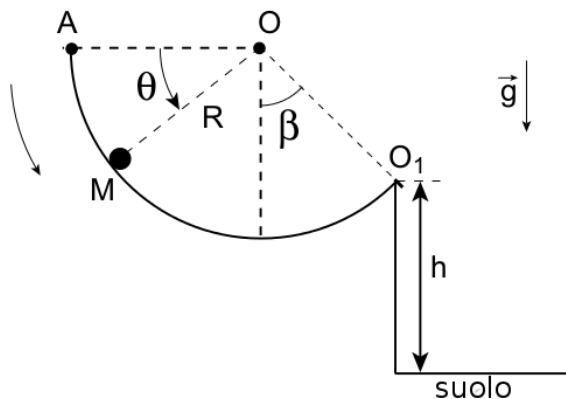
# Esame di Fisica I - Fisica Generale

Laurea Triennale in Matematica - A.A. 2013-2014

Prova scritta del 18 Settembre 2014 - durata : 2 ore.

## 1 Problema di meccanica

Si studia il moto di un oggetto prima in contatto con una rampa di lancio a forma circolare, poi in aria.



### Moto circolare sulla rampa di lancio

Consideriamo l'oggetto a contatto con la pista di lancio che forma un arco di cerchio di raggio  $R$  e di centro  $O$ . La posizione  $M$  dell'oggetto è definita dall'angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale  $OA$ . La pista finisce nel punto  $O_1$  ad una distanza angolare  $\beta$  con la verticale (v. figura). L'oggetto è lasciato dal punto  $A$  con velocità iniziale nulla e le forze di attrito sono trascurate.

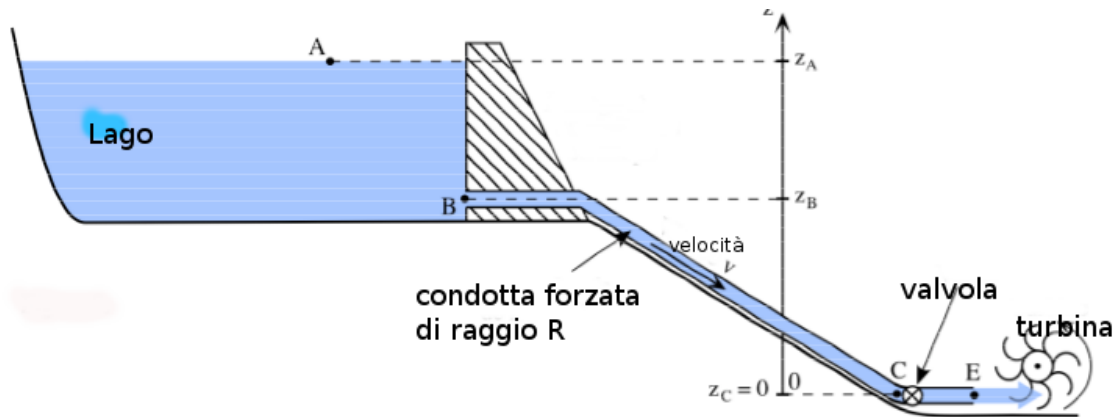
1. Rappresentare i versori delle coordinate polare ( $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ) associati al punto  $M$ .
2. Esprimere nel sistema di riferimento polare ( $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ) i vettori posizione  $\vec{OM}(t)$ , velocità  $\vec{v}(t)$  e accelerazione  $\vec{a}(t)$ .
3. Scrivere i loro moduli in funzione di  $R$  e  $\theta$ .
4. Disegnare lo schema delle forze che si esercitano in un punto generico  $M$ .
5. Scrivere il secondo principio della dinamica e proiettarlo sugli assi del sistema di riferimento polare ( $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ).
6. Identificare le forze conservative e non conservative e calcolare per ciascuna il lavoro fra il punto  $A$  e il punto  $M$ .
7. Con considerazioni energetiche, dimostrare la relazione:  $v^2 = 2gR\sin\theta$ .
8. Derivando rispetto al tempo quest'espressione, ricavare una delle equazioni del punto 5.
9. Dedurre dal punto 7 la velocità massima  $v_{max}$  dell'oggetto, e la velocità  $v_1$  dell'oggetto al punto  $O_1$ .

### Moto nell'aria

1. L'oggetto lascia la rampa nel punto  $O_1$  con la velocità  $v_1$  al tempo  $t = 0$ . Scrivere l'espressione dei vettori accelerazione  $\vec{a}(t)$ , velocità  $\vec{v}(t)$  e posizione  $\vec{OM}(t)$  in un sistema di riferimento cartesiano di origine  $O_1$ .
2. Scrivere l'equazione della traiettoria.
3. Determinare la distanza di caduta dell'oggetto sul suolo.
4. Determinare l'altezza massima raggiunta dall'oggetto.

## 2 Fluidi: condotta forzata

Si studi una condotta forzata cilindrica di raggio  $R$ , che porta l'acqua da una diga a una turbina idroelettrica. Si consideri la superficie SL del lago (alla pressione atmosferica) come molto grande rispetto alla sezione  $S = \pi R^2$  della condotta e l'acqua come un fluido perfetto di densità  $\rho$ .



1. Si consideri la valvola in fondo alla condotta chiusa (portata nulla). Esprimere in questa condizione le pressioni ai punti A, B e C che sono rispettivamente alle altitudini  $z_A$ ,  $z_B$  e  $z_C$  (v. figura).
2. Si apre adesso la valvola, considerando la velocità media  $v$  dell'acqua costante. Esprimere la portata volumetrica  $D_v$  e la portata in massa  $D_m$  dell'acqua nella condotta in funzione di  $v$ ,  $R$  e  $\rho$ .
3. Scrivere la relazione di Bernoulli fra i punti A e E, e semplificarla in funzione dei dati del problema.
4. Dedurne un'espressione per la velocità  $v$  in funzione di  $z_A$  e di  $g$ .
5. Calcolare  $v$  per  $z_A = 200$  m.
6. Esprimere l'energia cinetica  $E_C$  nel punto E di un volume  $V$  di acqua che esce dalla condotta. Calcolare  $E_C$  per  $V = 1$  m<sup>3</sup>.
7. Il rendimento della turbina è  $r$ . Dare l'espressione della potenza elettrica  $P$  che potrebbe essere fornita dalla turbina in funzione di  $r$ ,  $\rho$ ,  $R$  e  $v$ .
8. Calcolare  $P$  per  $r = 75\%$  e  $R = 25$  cm.

## 3 Termodinamica : raffreddare il succo di frutta

Vogliamo raffreddare un bicchiere di succo di frutta inizialmente alla temperatura di 30 °C. Si introduce nel bicchiere una massa  $m$  di ghiaccio a 0 °C per ottenere infine una temperatura di 10°C. Il calore specifico del bicchiere e del succo di frutta vale 550 J. K<sup>-1</sup>.

1. Supponendo il sistema (bicchiere+succo+ghiaccio) termicamente isolato, calcolare la massa di ghiaccio  $m$  necessaria.
2. In realtà, il sistema non è isolato e la massa necessaria è diversa di quella trovata precedentemente. Sarà superiore o inferiore ? Sapendo che la differenza di  $m$  è di 30 %, calcolare il calore ricevuto dal sistema.

Dati : calore specifico dell'acqua liquida :  $c = 4,18$  J.g<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> ; entalpia di fusione del ghiaccio :  $l_f = 330$  J.g<sup>-1</sup>.