

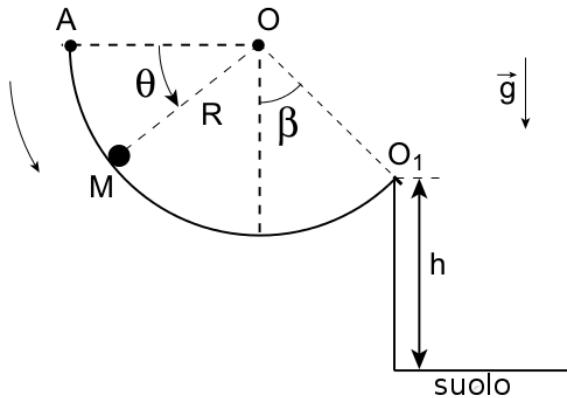
Esame di Fisica I - Fisica Generale

Laurea Triennale in Matematica - A.A. 2013-2014

Prova scritta del 18 Settembre 2014 - durata : 2 ore.

1 Problema di meccanica

Si studia il moto di un oggetto prima in contatto con una rampa di lancio a forma circolare, poi in aria.



Moto circolare sulla rampa di lancio

Consideriamo l'oggetto a contatto con la pista di lancio che forma un arco di cerchio di raggio R e di centro O . La posizione M dell'oggetto è definita dall'angolo θ rispetto all'orizzontale OA . La pista finisce nel punto O_1 ad una distanza angolare β con la verticale (v. figura). L'oggetto è lasciato dal punto A con velocità iniziale nulla e le forze di attrito sono trascurate.

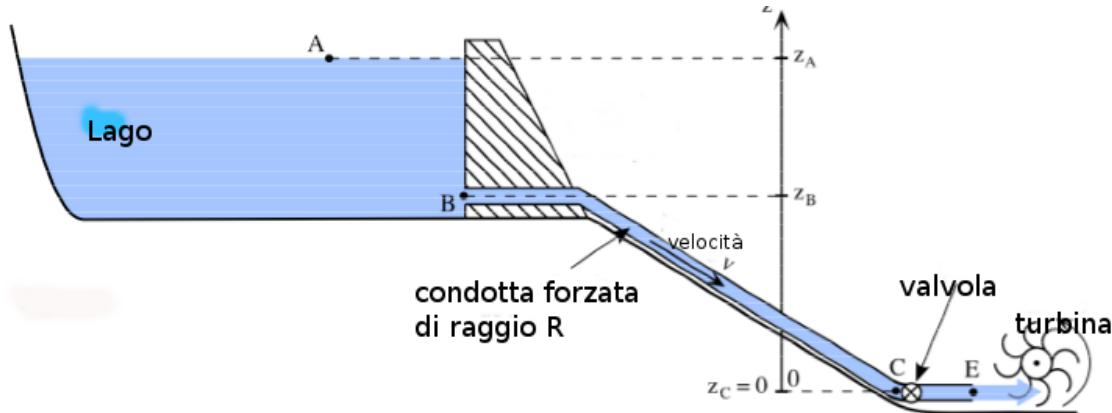
1. Rappresentare i versori delle coordinate polari $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ associati al punto M .
2. Esprimere nel sistema di riferimento polare $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ i vettori posizione $\vec{OM}(t)$, velocità $\vec{v}(t)$ e accelerazione $\vec{a}(t)$.
3. Scrivere i loro moduli in funzione di R e θ .
4. Disegnare lo schema delle forze che si esercitano in un punto generico M .
5. Scrivere il secondo principio della dinamica e proiettarlo sugli assi del sistema di riferimento polare $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.
6. Identificare le forze conservative e non conservative e calcolare per ciascuna il lavoro fra il punto A e il punto M .
7. Con considerazioni energetiche, dimostrare la relazione: $v^2 = 2gR\sin\theta$.
8. Derivando rispetto al tempo quest'espressione, ricavare una delle equazioni del punto 5.
9. Dedurre dal punto 7 la velocità massima v_{max} dell'oggetto, e la velocità v_1 dell'oggetto al punto O_1 .

Moto nell'aria

1. L'oggetto lascia la rampa nel punto O_1 con la velocità v_1 al tempo $t = 0$. Scrivere l'espressione dei vettori accelerazione $\vec{a}(t)$, velocità $\vec{v}(t)$ e posizione $\vec{OM}(t)$ in un sistema di riferimento cartesiano di origine O_1 .
2. Scrivere l'equazione della traiettoria.
3. Determinare la distanza di caduta dell'oggetto sul suolo.
4. Determinare l'altezza massima raggiunta dall'oggetto.

2 Fluidi: condotta forzata

Si studi una condotta forzata cilindrica di raggio R , che porta l'acqua da una diga a una turbina idroelettrica. Si consideri la superficie SL del lago (alla pressione atmosferica) come molto grande rispetto alla sezione $S = \pi R^2$ della condotta e l'acqua come un fluido perfetto di densità ρ .



- Si consideri la valvola in fondo alla condotta chiusa (portata nulla). Esprimere in questa condizione le pressioni ai punti A, B e C che sono rispettivamente alle altitudini z_A , z_B e z_C (v. figura).
- Si apre adesso la valvola, considerando la velocità media v dell'acqua costante. Esprimere la portata volumetrica D_v e la portata in massa D_m dell'acqua nella condotta in funzione di v , R e ρ .
- Scrivere la relazione di Bernoulli fra i punti A e E, e semplificarla in funzione dei dati del problema.
- Dedurne un'espressione per la velocità v in funzione di z_A e di g .
- Calcolare v per $z_A = 200$ m.
- Esprimere l'energia cinetica E_C nel punto E di un volume V di acqua che esce dalla condotta. Calcolare E_C per $V = 1 \text{ m}^3$.
- Il rendimento della turbina è r . Dare l'espressione della potenza elettrica P che potrebbe essere fornita dalla turbina in funzione di r , ρ , R e v .
- Calcolare P per $r = 75\%$ e $R = 25$ cm.

3 Termodinamica : raffreddare il succo di frutta

Vogliamo raffreddare un bicchiere di succo di frutta inizialmente alla temperatura di 30 °C. Si introduce nel bicchiere una massa m di ghiaccio a 0 °C per ottenere infine una temperatura di 10°C. Il calore specifico del bicchiere e del succo di frutta vale 550 J. K⁻¹.

- Supponendo il sistema (bicchiere+succo+ghiaccio) termicamente isolato, calcolare la massa di ghiaccio m necessaria.
- In realtà, il sistema non è isolato e la massa necessaria è diversa di quella trovata precedentemente. Sarà superiore o inferiore ? Sapendo che la differenza di m è di 30 %, calcolare il calore ricevuto dal sistema.

Dati : calore specifico dell'acqua liquida : $c = 4,18 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; entalpia di fusione del ghiaccio : $l_f = 330 \text{ J.g}^{-1}$.