Cinematica del punto

- **La meccanica** è la parte della fisica che studia il movimento dei corpi e le cause che lo generano. Essa si divide in tre parti:
  - ***Cinematica****: essa studia il moto dei corpi senza interessarsi alle cause che lo generano*
  - ***Statica****: studia l'equilibrio dei corpi*
  - ***Dinamica:*** *prende in esame le cause (forze) che generano il moto*

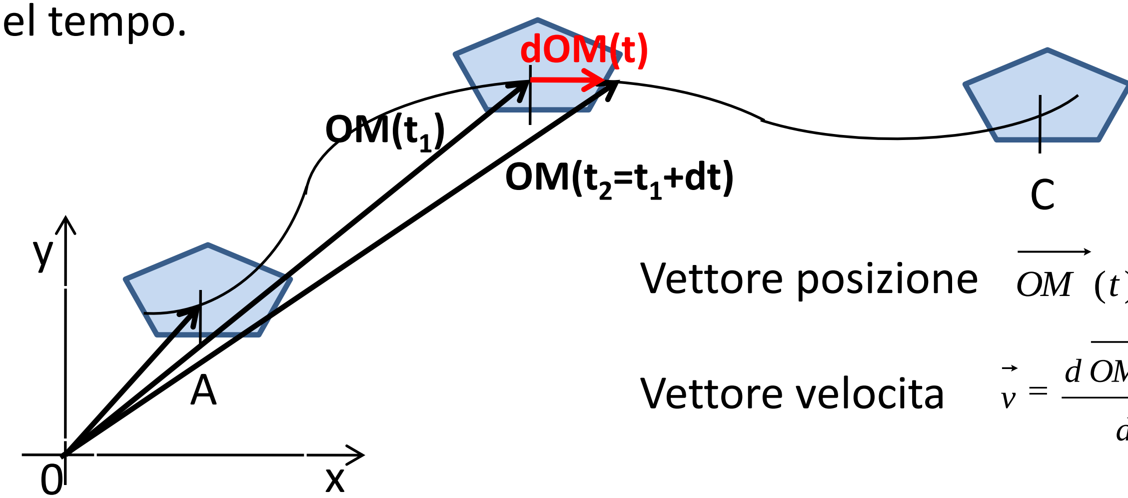
- **Corpi puntiformi e corpi estesi**: lo studio dei corpi puntiformi è meno difficile. L'approssimazione a corpo puntiforme è valida solo se le dimensioni dell'oggetto sono piccole rispetto alle lunghezze coinvolte.
  - Es. automobile piccola quando si considerano spostamenti elevati rispetto alla sua dimensione
  - Es. la terra nella sua orbita attorno al sole

- Moto di **traslazione e rotazione** : i corpi anche estesi in traslazione si comportono come corpi puntiformi perche tutti i punti del copro seguono lo stesso moto. Non è vero per il moto di rotazione !

- Dire che un oggetto è in quiete o in moto ha senso solo se si fissa precedentemente un **sistema di riferimento** (SR)

Traiettoria, vettore posizione, velocità e accelerazione

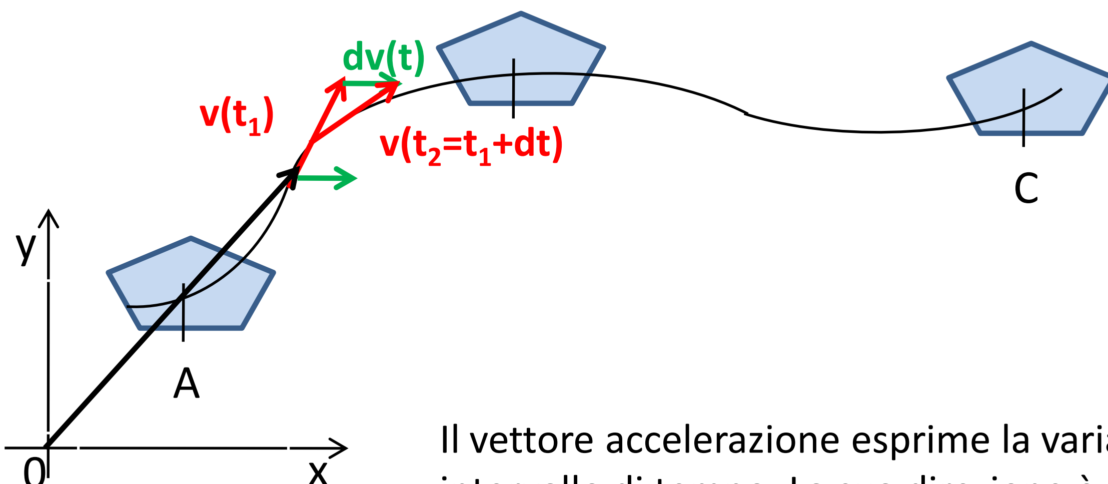
- **Traiettoria** è linea che unisce tutte le posizioni occupate dal punto al trascorrere del tempo.



Vettore posizione $\overrightarrow{OM}(t)$

Vettore velocita $\vec{v} = \dfrac{d\,\overrightarrow{OM}(t)}{dt}$

Il vettore velocità esprime la variazione del vettore posizione durante un intervallo di tempo. La sua direzione è qualla della variazione di posizione, quindi la tangente alla traiettoria.



Vettore velocità $\vec{v}(t)$

Vettore accelerazione $\vec{a} = \dfrac{d\,\vec{v}(t)}{dt}$

Il vettore accelerazione esprime la variazione del vettore velocità durante un intervallo di tempo. La sua direzione è qualla della variazione della velocità.

- **Velocità media** è il rapporto fra lo spazio **Δs** percorso da un corpo in un intervallo di tempo Δt e questo stesso intervallo di tempo

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{S}_2 - \vec{S}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t}$$

- **Velocità istantanea:** è la velocita media del punto materiale relativa ad un intervallo di tempo piccolissimo, al limite tendente a zero.

$$\boxed{\vec{V}_{ist} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{S}_2 - \vec{S}_1}{t_2 - t_1} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} = \frac{d\vec{S}}{dt}}$$

- **Accelerazione media** è il rapporto fra la variazione di velocità **Δv** percorso da un corpo in un intervallo di tempo Δt e questo stesso intervallo di tempo

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

Dimensioni [a] = [L]/[T^2]
Unità di misura m/s^2

- **Accelerazione istantanea:** analogamente alla velocità istantanea:

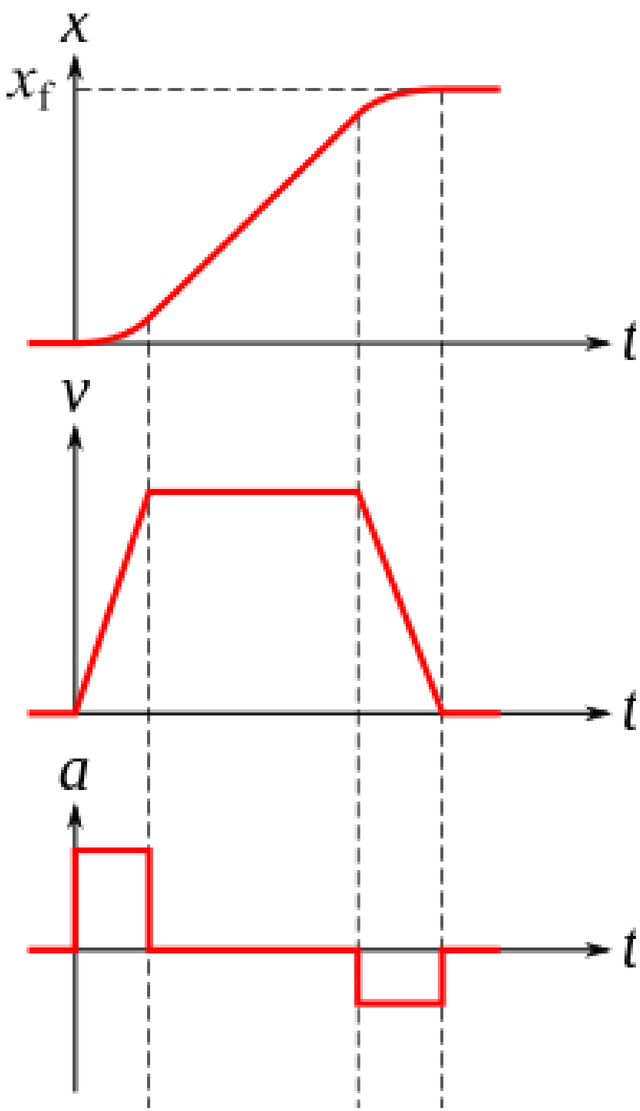
$$\boxed{\vec{a}_{ist} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}}$$

Moto del ascensore

posizione

velocità

accelerazione



Accelerazione costante

- **Moto rettilineo uniforme** quando percorre una linea retta con velocità costante: accelerazione nulla.

$$\boxed{\vec{V}_{media} = \vec{V}_{inst} = const; \quad \vec{a}_{media} = \vec{a}_{ist} = 0} \Longrightarrow \boxed{\vec{V} = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}\,dt = \vec{V}_0 = const}$$

$$v_0 = \frac{dx(t)}{dt} \Longrightarrow x(t) = x_0 + \int_0^t \vec{v}dt \qquad x(t) = v_0 \cdot t + x_0$$

x_0 : velocità a t=0, condizione iniziale.

- **Moto uniformemente accelerato** : accelerazione costante

$$\boxed{\vec{a}_{media} = \vec{a}_{ist} = const}$$

$$a = \frac{dv(t)}{dt} \Longrightarrow v(t) = \int_0^t a \cdot dt + v_0 = a \cdot t + v_0$$

v_0 : velocità a t=0, condizione iniziale.

$$x(t) = \int_0^t (a \cdot t + v_0)dt + x_0 = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$$

Verificare le dimensioni !!

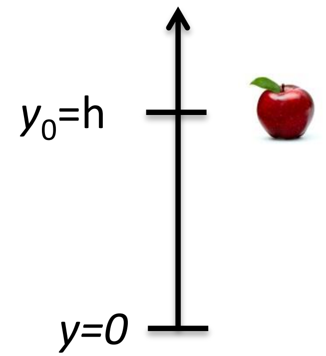
Esempio : caduta libera, accelerazione gravitazionale costante g : 9.81 m/s^2 g.

Caduta libera

$$a = -g$$

$$v(t) = -g \cdot t + v_0 \qquad ; \quad V_0 = 0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + h$$



- Tempo di caduta

$$y(t_o) = 0 = -\frac{1}{2}gt_0^{\,2} + h$$

$$\frac{1}{2}gt_0^{\,2} = h \qquad \boxed{t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Indipendente della massa !
Trascurrato la frizione dell'aria.

- Velocità finale raggiunta a terra :

$$v(t_0) = -g \cdot t_0 = -g\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

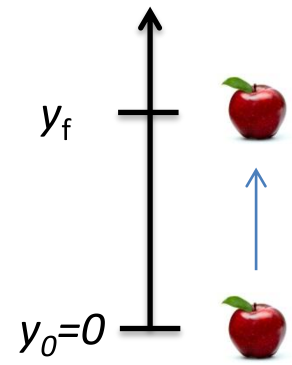
$$\boxed{v(t_0) = -\sqrt{2gh}}$$

Caduta libera : oggetto lansciato verso l'alto.

$$a = -g$$

$$v(t) = -gt + v_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + \cancel{y_0} \quad =0$$



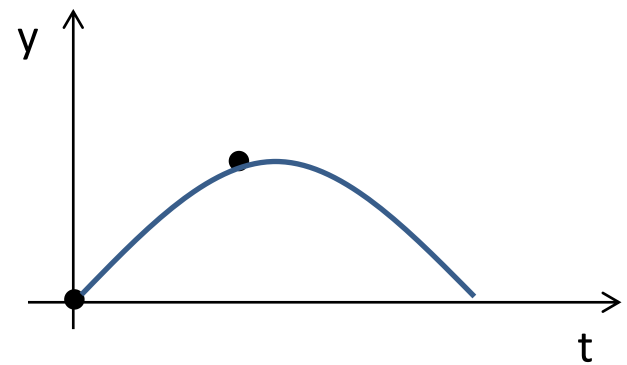
- Altezza massima h raggiunta da un corpo lanciato verso l'alto : quando la veolcita divento =0.

$$v(t_h) = 0 = -gt_h + v_0$$

$$t_h = \frac{v_0}{g}$$

$$y(t_h) = h = -\frac{1}{2}gt_h^2 + v_0 t_h$$

$$\boxed{h = \frac{v_0^2}{2g}}$$



Animazioni http://www.claudiocancelli.it/web_education/fisica/moto_rettilineo.swf

Moto uniformemente accelerato : eliminare il tempo !

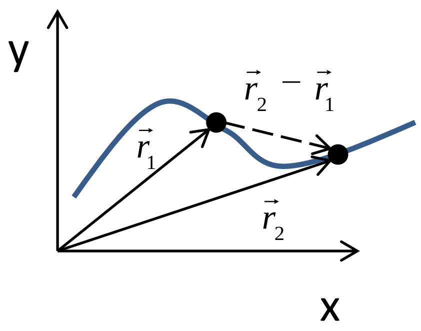
$$v(t) = at + v_0 \qquad v^2 = v_0^2 + (at)^2 + 2av_0t$$

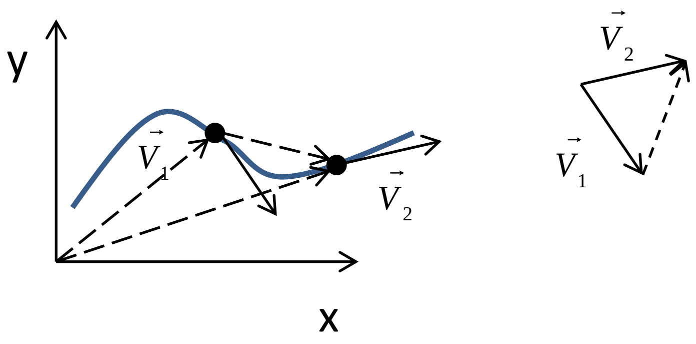
$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \qquad 2a(x - x_0) = (at)^2 + 2av_0t$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)}$$

Moto in due e tre dimensioni





In 2 o 3 dimensioni, i vettori **posizione**, **velocità** e **accelerazione** istantanea si scompongono a componenti cartesiane :

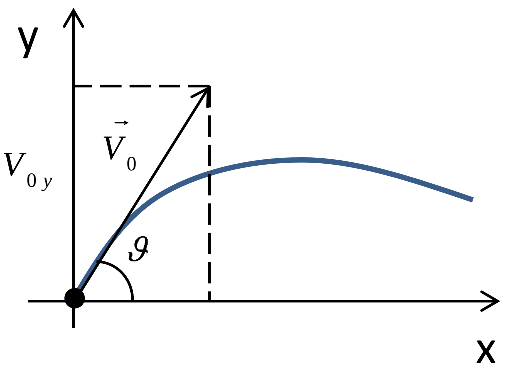
$$\vec{r}(t) = \hat{i}r_x + \hat{j}r_y + \hat{k}r_z$$

$$\vec{V} = \hat{i}V_x + \hat{j}V_y + \hat{k}V_z = \hat{i}\frac{dr_x}{dt} + \hat{j}\frac{dr_y}{dt} + \hat{k}\frac{dr_z}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y + \hat{k}a_z = \hat{i}\frac{dV_x}{dt} + \hat{j}\frac{dV_y}{dt} + \hat{k}\frac{dV_z}{dt}$$

Moto uniformamente accelerato nel piano: moto di un proiettile

Esempio : proiettile lansciato in una direzione non parallela all'accelerazione terrestre.



$$a_y = -g$$
$$V_{0x} = V_0 \cos\vartheta$$
$$V_{0y} = V_0 \sin\vartheta$$

Il moto horizontale è indipendente di quello verticale.

Accelerazione istantanea

$$a_x(t) = 0;$$
$$a_y(t) = -g;$$
$$\vec{a}(t) = \hat{i}a_x + \hat{j}a_y = -g\hat{j}$$

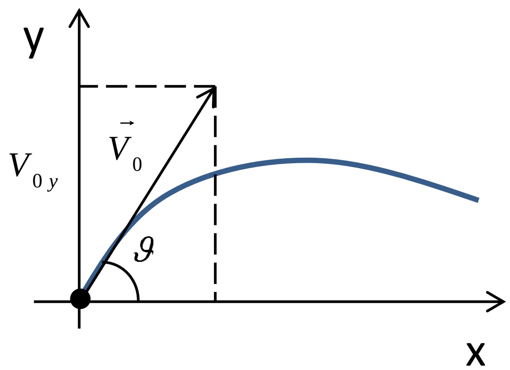
Velocità istantanea

$$V_x(t) = V_{0x};$$
$$V_y(t) = V_{0y} - gt$$
$$\vec{V}(t) = \hat{i}V_x + \hat{j}V_y = \hat{i}V_{0x} + \hat{j}\ \ V_{0y} - gt$$

Posizione istantanea

$$x(t) = x_0 + V_{0x}t$$
$$y(t) = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$
$$\vec{r}(t) = \hat{i}x(t) + \hat{j}y(t)$$

Eliminanto il tempo ed utilizzando le componenti della velocità in funzione dell'angolo si ottiene



$$y = \left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}}\right)x - \frac{1}{2}\left(\frac{g}{V_{0x}^{2}}\right)x^{2}$$

$$y = (\tan\Theta)\,x - \left(\frac{g}{2V_0^{2}\cos^{2}\Theta}\right)x^{2}$$

Quando il proiettile rimbalsa a terra ? Per y=0, a una distanza R (Gittata):

$$R = x - x_0 = V_{0x}t$$

$$t = \frac{R}{V_{0x}}$$

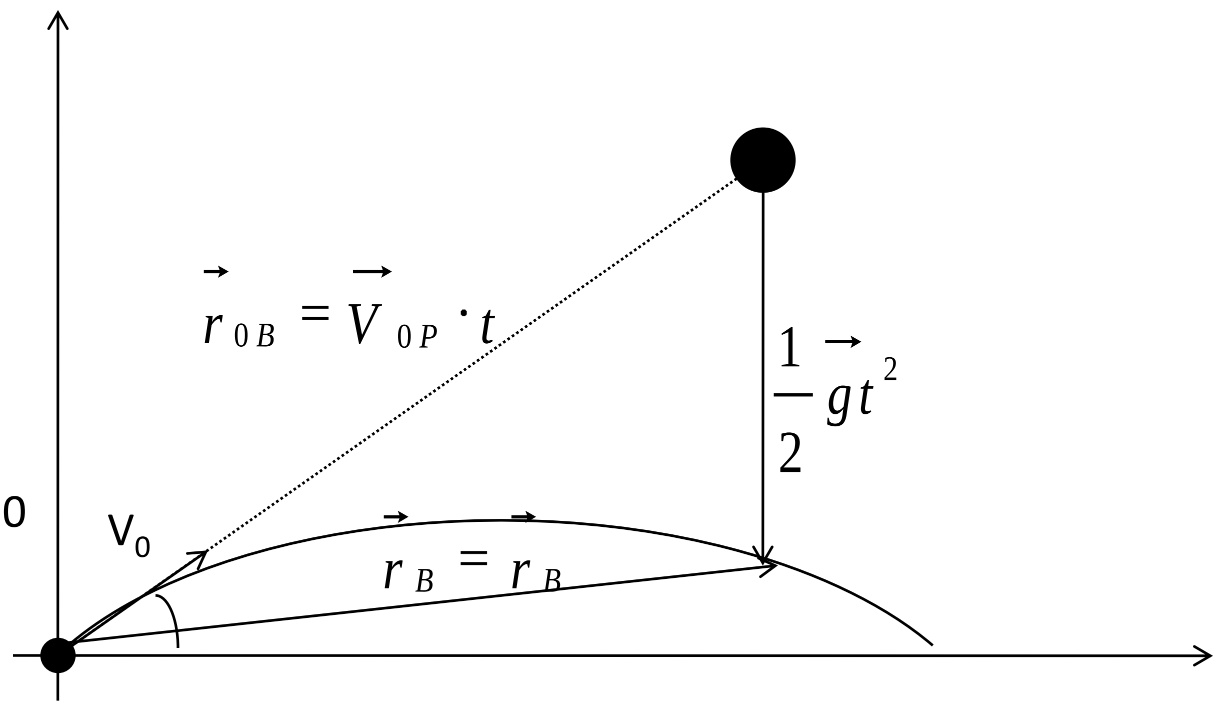
$$0 = V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^{2}$$

$$V_{0y}\frac{R}{V_{0x}} = \frac{1}{2}g\left(\frac{R}{V_{0x}}\right)^{2}$$

$$R = \frac{V_0^{2}}{g}\sin(2\Theta)$$

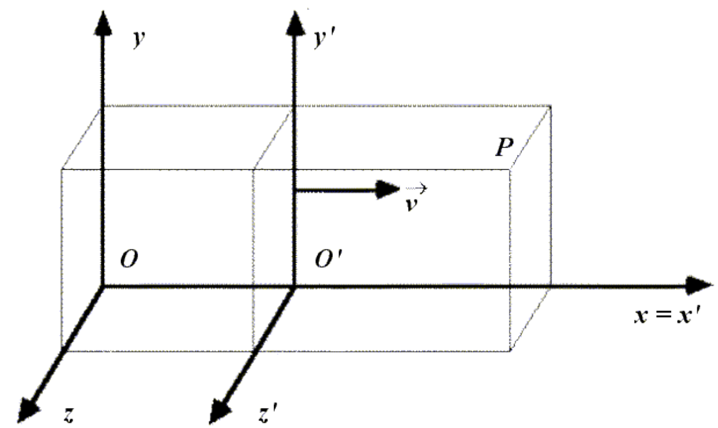
Il proiettile colpisce sempre il bersaglio….

Il proiettile e lanciato in direzione del bersaglio. Nel momento in cui e lanciato, il bersaglio e lasciato e commincia a cadere. In quale istante il proiettile colpisce il bersaglio ? Per t=vop/roB. Perche sia il proiettile che il bersaglio sono sottomessi alla gravita, in modo indipendente della massa.



Moto relativo

B sistema di riferimento in traslazione uniforme rispetto al sistema di riferimento **A** con la velocita $\mathbf{V}_{BA}$



$$\vec{R}_A = \vec{R}_B + \vec{R}_{BA}$$

$$\frac{d\vec{R}_A}{dt} = \frac{d\vec{R}_B}{dt} + \frac{d\vec{R}_{BA}}{dt}$$

$$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{BA}$$

$$\frac{d\vec{V}_A}{dt} = \frac{d\vec{V}_B}{dt} + \frac{d\vec{V}_{BA}}{dt}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_B$$

R_{BA} posizione del origine del sistema B rispetto al sistema A

Le velocita si compongono secondo leggi del addizione vettoriale
L’accelerazione e’ la stessa in tutti sistemi di riferimento in moto di traslazione uniforme uno rispetto al’altro.