

Particle Detectors

Lecture 12

27/04/18

a.a. 2017-2018

Emanuele Fiandrini

Caratteristiche degli apparati

Non e' sufficiente creare "qualche" carica ma la **ionizzazione** deve essere al di sopra di una certa **soglia** per essere rivelabile.

La **soglia** è determinata dal **rumore** dell'apparato e dell'elettronica ad esso connessa.

Il **rumore** appare come una **tensione** o una **corrente** o una carica soggetta a fluttuazioni casuali all'uscita del circuito che raccoglie il segnale dal rivelatore ed è sempre presente sia che passi o non passi una particella ionizzante: $I'(t) = I_{\text{ped}} + \sigma_{\text{ped}}(t)$,

In genere si chiama "**piedistallo**" ed è caratterizzata da un valore medio I_{ped} e una deviazione standard $\sigma_{I_{\text{ped}}}$

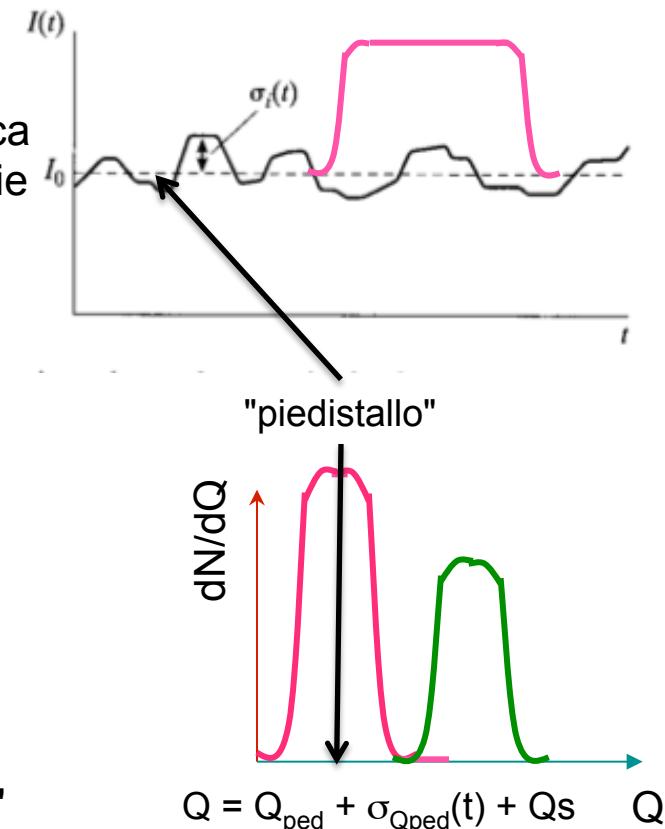
→ il segnale di ionizzazione deve essere > del livello di **rumore medio** (tipicamente $S/N > 3$ dev std, se gaussiana): $I(t) = I_{\text{ped}} + \sigma_{\text{ped}}(t) + i(t)$

$$S/N = (I(t) - I_{\text{ped}})/\sigma_{\text{ped}}$$

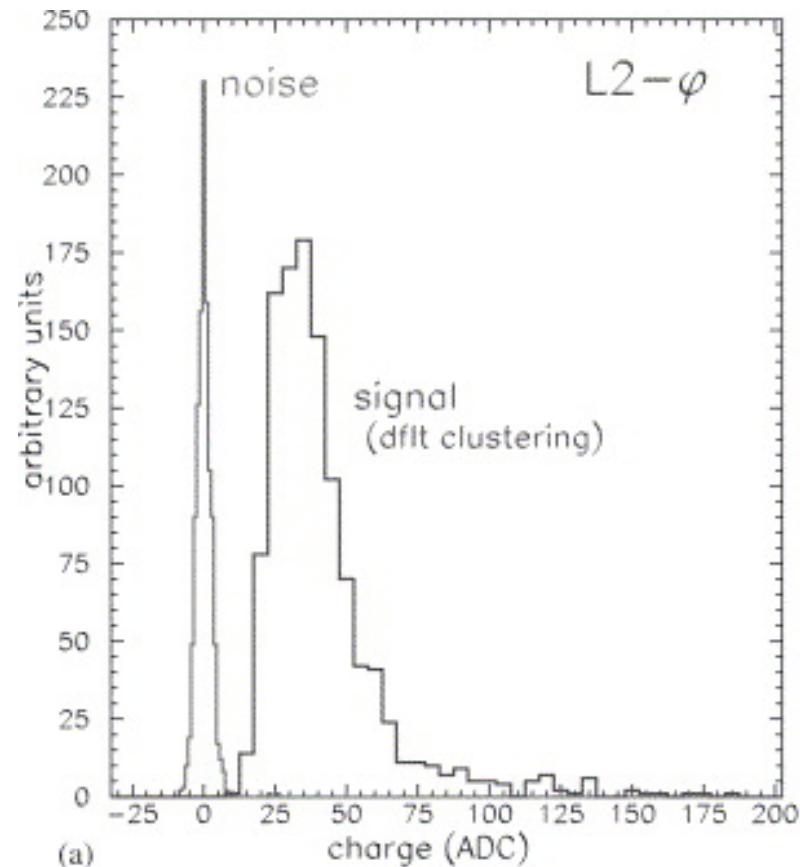
Nel caso della carica si avrà una distribuzione di Q dovuta alla corrente di piedistallo a "bassi valori" e una carica dovuta all'interazione della particella $Q = Q_{\text{ped}} + \sigma_{Q_{\text{ped}}} + Q_s$ a valori più alti → $S/N = (Q - Q_{\text{ped}})/\sigma_{Q_{\text{ped}}} > 3$

$$Q_{\text{ped}} = \int_0^{t_c} dt \ I'(t)$$

Rivelatori di Particelle



Caratteristiche degli apparati



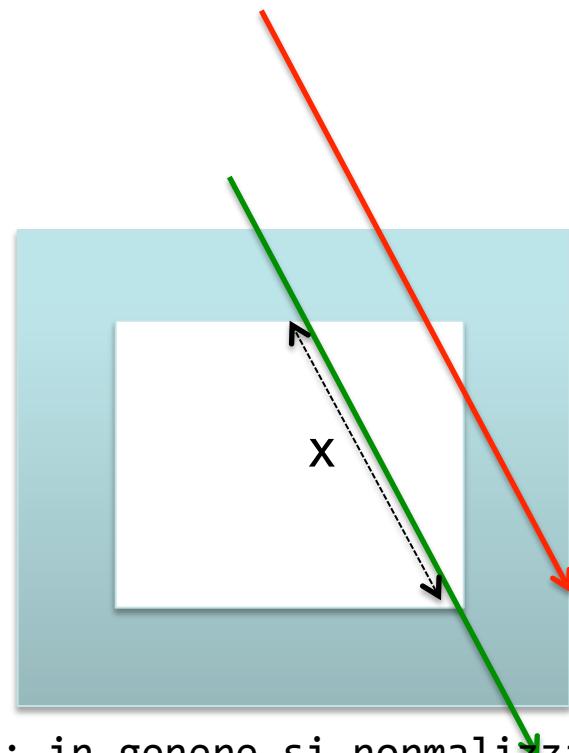
Distribuzione tipica del segnale e del rumore del piedistallo in un rivelatore al silicio.
La sensibilità dipende dal rapporto segnale/rumore, cioè dalle fluttuazioni del piedistallo, non dal suo valore assoluto, che viene sempre sottratto

$$S/N = (Q - Q_{ped})/\sigma_{Q_{ped}}$$

Caratteristiche degli apparati

Data una particella di energia fissa, la carica raccolta ha in generale una distribuzione perche':

- ci sono fluttuazioni statistiche del processo di perdita di E.
- $E_{dep} = (dE/dX) X \rightarrow$ lunghezze diverse, quindi E_{dep} diverse (nb: se lo spessore e' insufficiente, la carica generata $Q = (e/w)(dE/dX)X < 3\sigma_{ped}$ e non lo distinguo).
- le cariche generate percorrono diverse distanze dal punto di generazione dal terminale di raccolta, cariche secondarie possono essere generate.
- ci sono perdite durante la raccolta.

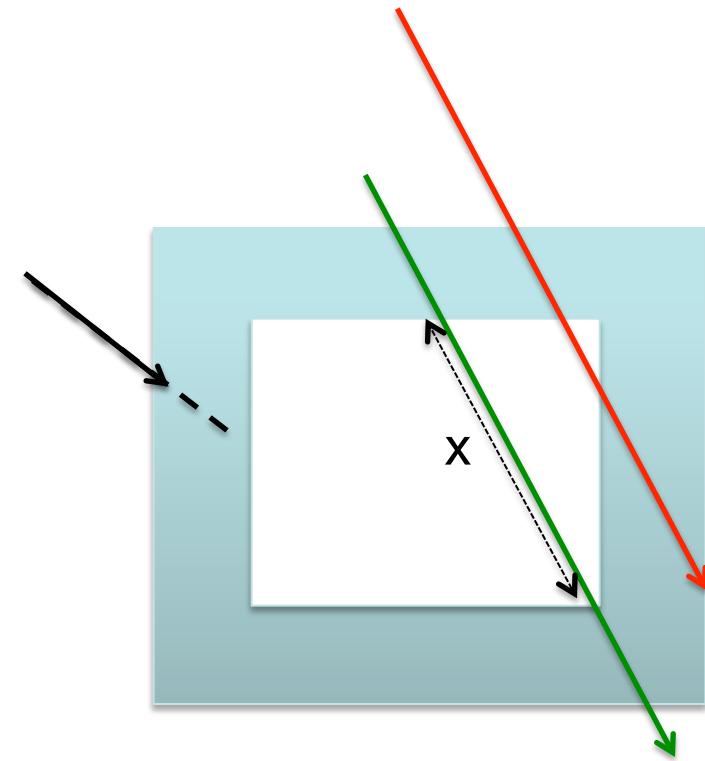


NB: in genere si normalizza la distribuzione allo spessore attraversato, purché siano disponibili informazioni sulla traiettoria (eg angolo di ingresso, posizione di ingresso e uscita)

Caratteristiche degli apparati

Altro fattore limitante è il **materiale** (passivo) all'entrata del volume sensibile dell'apparato. Lo **spessore** di tale materiale pone un **limite inferiore** all'energia che può essere rivelata poiche' particelle di E troppo bassa hanno un range < dello spessore e vengono assorbite nel materiale passivo o lo scattering multiplo puo' deviare "troppo" la particella, rendendo inaccurata la misura dell'impulso

Oppure, se c'e' campo B, le particelle di E troppo bassa sono curvate troppo e non entrano/escono nel rivelatore.

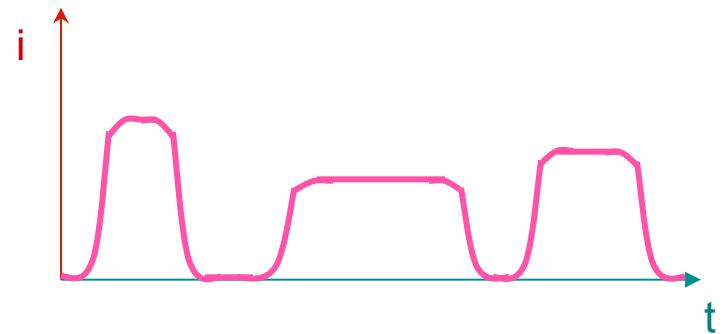


Significa che esiste una soglia di bassa energia al di sotto della quale le particelle non rilasciano segnale nel mezzo attivo

Caratteristiche degli apparati

Come già detto, altezza e durata dell'impulso possono variare a seconda del tipo di interazione e particella, della distanza dall'elettrodo di raccolta, diversa lunghezza percorsa nel volume attivo, per fluttuazioni statistiche dell'energia depositata, mobilità delle cariche, ...

Si ha quindi una sequenza temporale di impulsi di corrente di altezza e lunghezza variabili che "escono" dal rivelatore



Caratteristiche degli apparati

In any real situation, many particles will interact over a period of time.

If the incident flux is high, situations can arise in which current is flowing in the detector from more than one interaction at a given time.

Also recall that, because the arrival of particle is a random phenomenon governed by Poisson statistics, the time intervals between successive current pulses are also randomly distributed.



High rate: signal from more than one interaction

Low rate: separate current pulses

Caratteristiche degli apparati

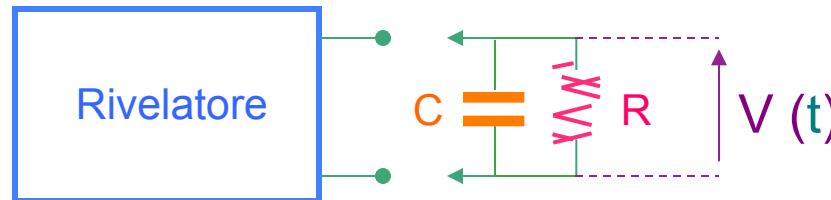
2 modi "fondamentali" di operazione distinti per raccogliere e misurare il "segnale" (in genere carica elettrica) nei rivelatori:

(nb: e' sottinteso un campo elettrico applicato)

-current mode



-pulse mode



□ *What is important is the response time T of readout circuit (ie the time needed to the circuitry to elaborate the signal, eg. charge/discharge time of capacitors):*

- *if the rate is $\ll 1/T$, single pulses can be distinguished,*
- *if the rate $\gg 1/T$, many pulses will be collected during T*

Caratteristiche degli apparati

- i. **current mode:** Il tempo di risposta del circuito di lettura > dell'intervallo di tempo tra eventi singoli → misura della corrente continua media prodotta dal rivelatore.



Il segnale e' dato da una serie di eventi che risultano in una corrente media

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

$T \gg$ del tempo tipico fra due impulsi.

Il modo semplice di misurare un segnale e' una misura di corrente. In questo modo un amperometro e' connesso all'uscita del rivelatore. Poiche' la corrente e' O(pa) o O(nA), e' necessario uno strumento preciso e sensibile. Anche amplificazione del segnale viene spesso usata.

Caratteristiche degli apparati

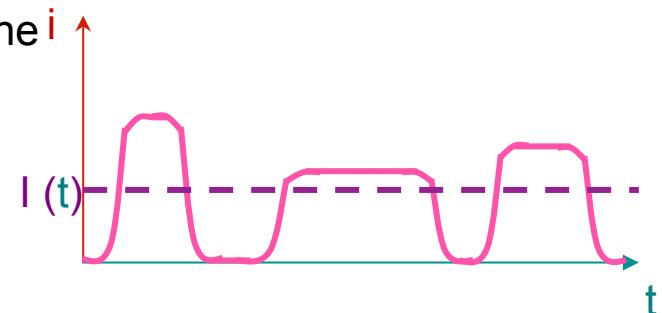
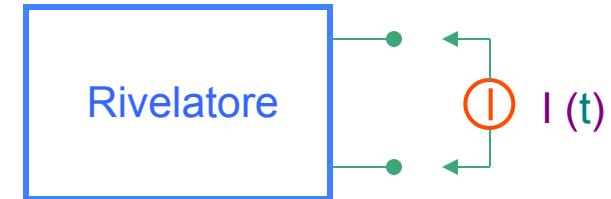
$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

If the response time T is long compared with the average time between individual current pulses from the detector, the effect is:

- to average out many of the fluctuations in the intervals between individual radiation interactions and
- to record an average current that depends on the product of the interaction rate and the charge per interaction.

In current mode, this time average of the individual current bursts serves as the basic signal that is recorded.

At any instant of time, however, there is a statistical uncertainty in this signal due to the random fluctuations in the arrival time of the event. Thus, the choice of large T will minimize statistical fluctuations in the signal but will also slow the response to rapid changes in the rate or nature of the radiation interactions.



Caratteristiche degli apparati

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

$T \sim 1 \text{ s}$ → misuro corrente media

$I \sim \bar{r} \bar{Q}$ ← carica media per interazione
↑
rate media

dove $Q = e(E/W)$ con W = energia media di ionizzazione ed E energia media depositata nel rivelatore.

In tal caso la I misurata da info solo sul prodotto rQ . Non permette la misura dei singoli impulsi ne' del rate.

Da solo l'energia totale assorbita nel tempo T , cioe' permette di fare DOSIMETRIA.

E' tipicamente usato quando i rates sono molto alti perche' evita tempi morti (cfr. piu' avanti).

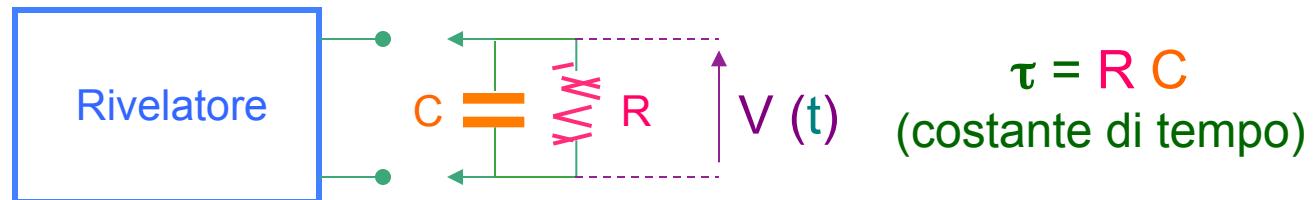
Nella maggior parte dei casi pero' siamo interessati sia al tempo di arrivo che all'energia depositata dalla singola particella, cioe' a misurare i singoli impulsi.

Caratteristiche degli apparati

- In *pulse mode operation*, the measurement instrumentation is designed to record each individual particle that interacts in the detector. In most common applications, the time integral of each burst of current, or the total charge Q , is recorded since the energy deposited in the detector is directly related to Q .
- All detectors used to measure the energy of individual particles must be operated in pulse mode.
- At very high event rates, pulse mode operation becomes impractical or even impossible. The time between adjacent events may become too short to carry out an adequate analysis, or the current pulses from successive events may overlap in time. In such cases, one can revert to alternative measurement techniques that respond to the time average taken over many individual events. This is the *current mode operation*.
- What is important is the response time T of readout circuit (ie the time needed to the circuitry to elaborate the signal, eg. charge/discharge time of capacitors):
 - if the rate is $\ll 1/T$, single pulses can be distinguished,
 - if the rate $\gg 1/T$, many pulses will be collected during T

Caratteristiche degli apparati

ii. **pulse mode:** registrazione di singolo impulso dal rivelatore

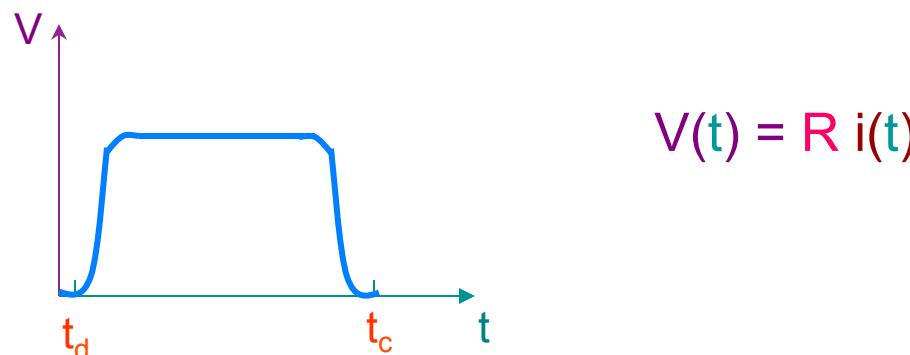


Il segnale prodotto da un singolo evento dipende dalle caratteristiche di ingresso del circuito a cui il rivelatore e' collegato (di solito un pre amp).

Il circuito equivalente e' (di solito) un RC parallelo, in cui R e' la resist di ingresso del circuito e C e' la somma della capacita' del rivelatore, del circuito di lettura, dei cavi fra preamp e rivelatore (in serie).

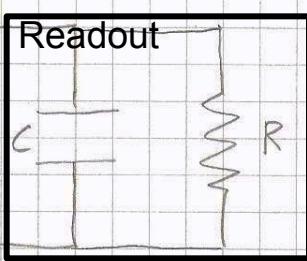
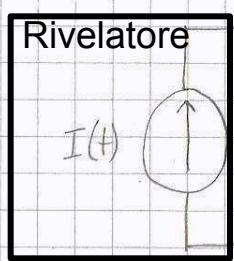
Nella maggior parte dei casi, la **tensione $V(t) = Ri(t)$** ai capi del resistore di carico e' il "segnale" su cui il funzionamento in pulse mode e' basato.

Il modo di funzionamento puo' essere classificato in base al confronto fra la costante di tempo RC del circuito di lettura e il tempo di raccolta del segnale t_c .



Caratteristiche degli apparati

L'equazione del circuito, in cui il rivelatore e' schematizzato come un generatore di corrente $I(t)$, e'



$$I(t) = I_c + I_R$$

$$V_C = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = R I_R \quad \text{Derivo risp. a t} \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

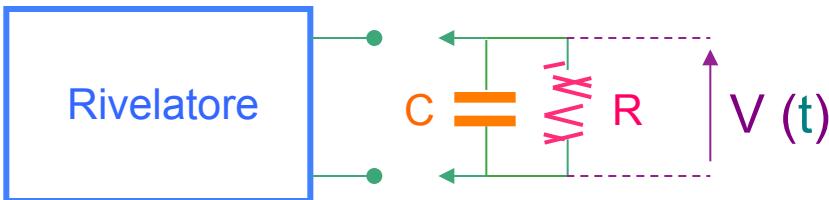
$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

a) $0 \leq t \leq t_c$: $I = I_0$ $I_R(0) = 0$

$$I_R(t) = I_0 (1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow V(t) = RI_0 (1 - e^{-t/RC})$$

Caratteristiche degli apparati

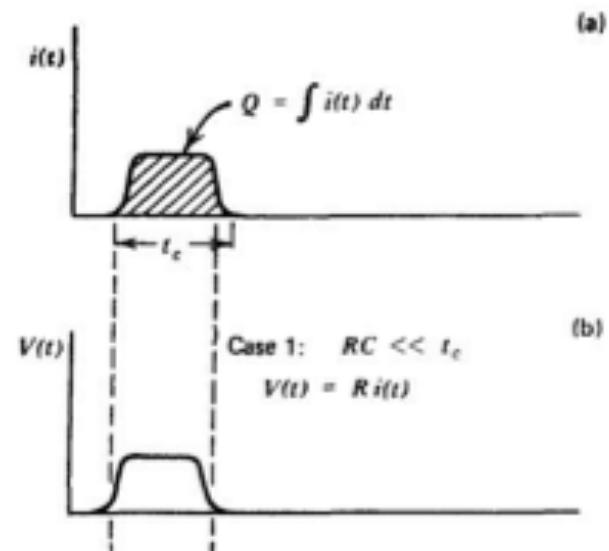


$$RC \ll t_c$$

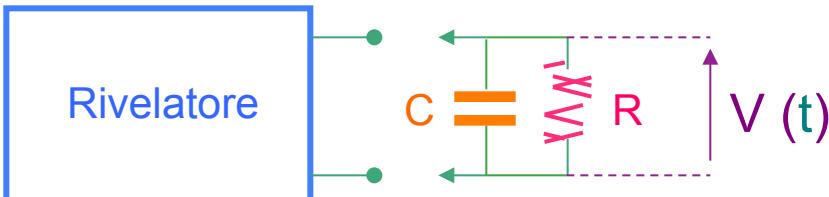
La corrente che passa in R e' uguale a quella istantanea nel rivelatore: $V(t < t_c) \approx RI_0$ dato che $\exp(-t/RC) \ll 1$

Il segnale $V(t)$ ha lo stesso andamento temporale della corrente prodotta nel rivelatore.

Questo modo e' usato quando l'informazione sul tempo di arrivo e' piu' importante della precisione sull'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

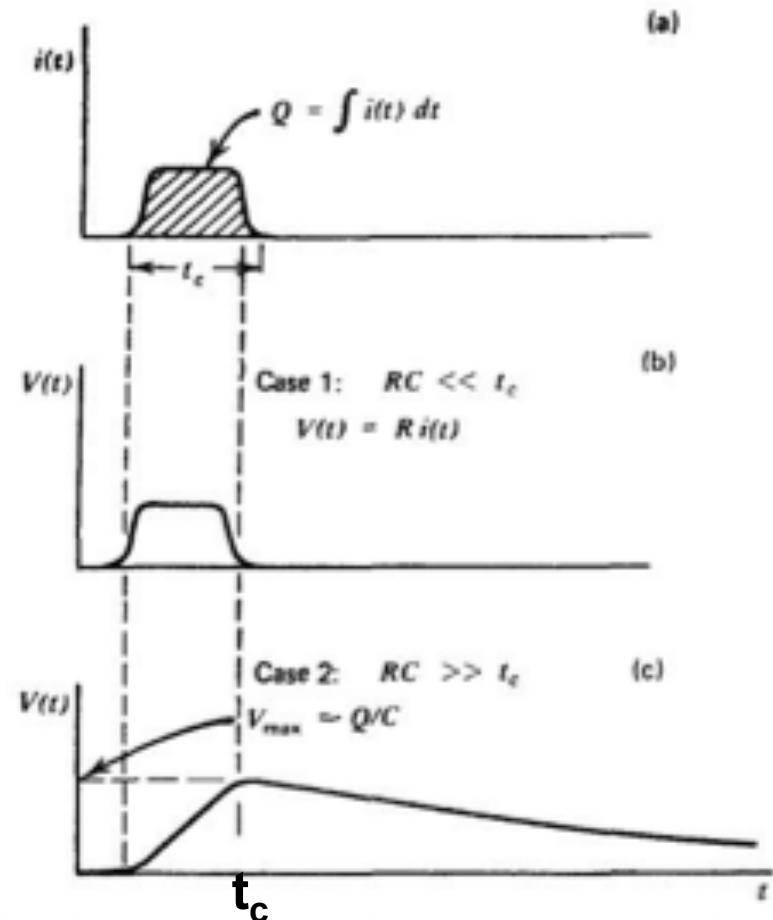


$RC \gg t_c$

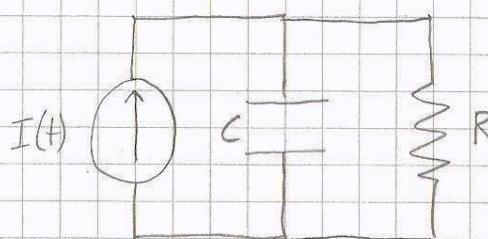
Questo e' il caso piu' frequente. In tal caso, c'e' poca corrente nel circuito durante la raccolta di carica, $I_R(t) = I_0 t / RC \ll I_0$, $t < t_c$.

La corrente del rivelatore e' momentaneamente integrata dalla capacit'a (che si carica) fino a che l'impulso di corrente e' $\neq 0$.

Se il rate e' suff basso, C si scarica esponenzialmente attraverso R riportando V(t) a zero.



Caratteristiche degli apparati



$$I(t) = I_c + I_R$$

$$I(t)$$

$$V_c = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = RI_R \quad \text{Derivo risp. a t} \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

a) $0 \leq t \leq t_c$: $I = I_0$ $I_R(0) = 0$

$$I_R(t) = I_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right) \Rightarrow V(t) = RI_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

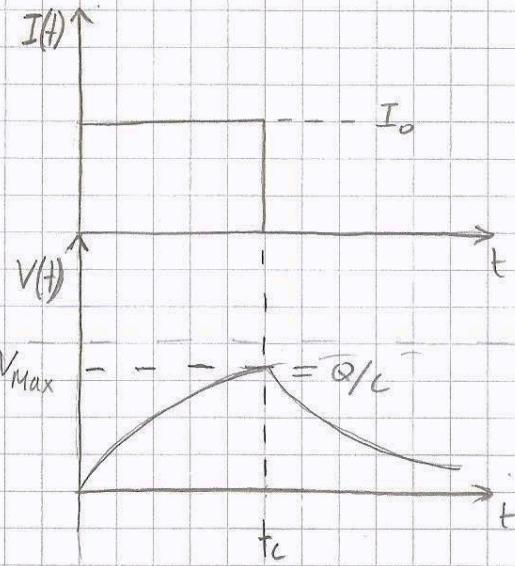
$$V \text{ e' max } \Leftrightarrow t = t_c \quad V_{\text{Max}} = RI_0 \left(1 - e^{-t_c/RC}\right)$$

Poiché $t_c \ll RC \Rightarrow V_{\text{Max}} \approx RI_0 \frac{t_c}{RC} = \frac{Q}{C}$, $Q = I_0 t_c$

b) $t > t_c$: $I = 0$ il circuito si scarica e $V(t_c) = V_{\text{Max}}$

La sol. e' semplicemente

$$V(t) = V_{\text{Max}} e^{-(t-t_c)/RC}$$



Caratteristiche degli apparati

Caratteristiche del segnale d' uscita:

- ❖ il tempo necessario a raggiungere il max (detto di salita) = t_c

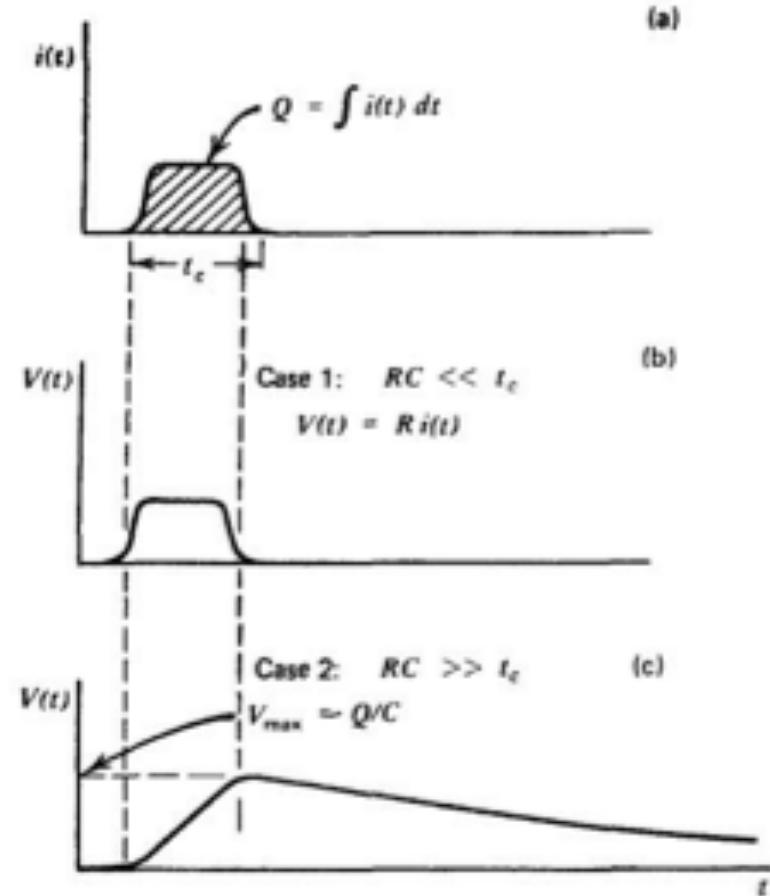
non dipende dal circuito di lettura ma solo dal tempo di raccolta nel rivelatore → proprietà del rivelatore

- ❖ il tempo di discesa = $\tau = RC$

determinato invece dal del circuito di lettura

- ❖ $C = \text{costante} \rightarrow V_{\max} = Q/C \propto \text{energia rilasciata}$ dato che $Q=eE_{\text{dep}}/W$

→ la tensione max misurata e' \propto all'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

N.B. – regime impulsivo è più conveniente:

- a) sensibilità più elevata (registro ogni singolo impulso e posso contarli)
- b) il limite inferiore al segnale e' fissato solo dal fondo di radiazione
- c) ampiezza impulso contiene info più importanti ai fini delle applicazioni (quando $\tau \gg t_c$) dato che $V_{max} \propto E_{dep}$ e conosciamo il tempo di arrivo

nel regime corrente
queste info sono perdute



modo d' operazione più
comune: impulso $\oplus \tau \gg t_c$

Caratteristiche degli apparati

L'uscita di un rivelatore che funziona in pulse mode consiste in una sequenza di impulsi singoli creati dal passaggio di singole particelle nel volume attivo del rivelatore.

In genere si CONTANO gli impulsi.

Una misura del rate per unita' di tempo degli impulsi da una misura diretta del corrispondente rate di particelle, cioe' di quelle che attraversando il mezzo attivo interagiscono con esso, dando un segnale utile, ma non del flusso assoluto di particelle, poiche' non e' detto che tutte quelle emesse dalla sorgente colpiscono il rivelatore o interagiscano (cfr. efficienza e accettanza).

Inoltre, **l'ampiezza di ciascun impulso** dipende dalla quantita' di Q generata in ciascuna interazione e la distribuzione delle ampiezze dei segnali di tensione permette di avere info sulla particella incidente. Per es. se Q e' direttamente proporzionale all'energia della particella incidente, la distribuzione delle ampiezze dei segnali riflette quella dell'energia della particella incidente (eg calorimetri)

Caratteristiche degli apparati

When operating a radiation detector in pulse mode, each individual pulse amplitude carries important information regarding the charge generated by that particular interaction in the detector.

If we examine a large number of such pulses, their amplitudes will not all be the same. Variations may be due either to differences in the radiation energy or to fluctuations in the inherent response of the detector to monoenergetic radiation.

The pulse amplitude distribution is a fundamental property of the detector output which is routinely used to deduce information about the incident radiation or the operation of the detector itself.

The most common ways of displaying pulse amplitude information are through

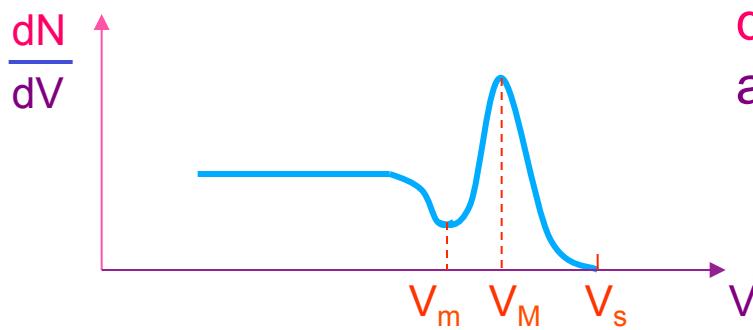
- i) **the differential pulse height distribution and**
- ii) **integral pulse height distribution.**

This can be obtained using a multi-channel analyzer

Caratteristiche degli apparati

C. Spettro differenziale d' ampiezza:
numero di impulsi con ampiezza tra
 V e $V + dV$

$$\frac{dN}{dV} \text{ vs } V$$



V = ampiezza
dell' impulso
 $dN = n.$ impulsi di
ampiezza $\in [V, V + dV]$

Si ricordi che
 $V_{\max} \propto E_{\text{dep}}$

The horizontal scale then has units of pulse amplitude (volts), whereas the vertical scale has units of inverse amplitude (volts) $^{-1}$

n. totale impulsi:

$$N.B. - V > V_s \rightarrow \frac{dN}{dV} = 0$$

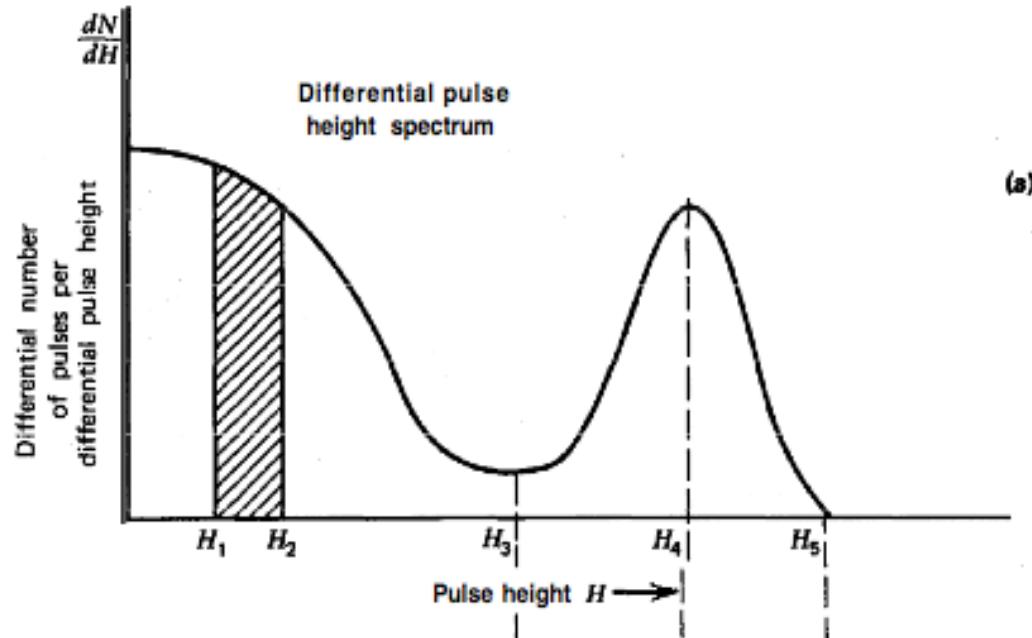
$$N_0 = \int_0^{\infty} dV \frac{dN}{dV}$$

Caratteristiche degli apparati

The shape of the differential pulse height distribution displays significant features about the source of the pulses.

The maximum pulse height observed H_5 is simply the point at which the distribution goes to 0. Peaks in the distribution, such as at H_4 , indicate pulse amplitudes about which a large number of pulses may be found.

On the other hand, valleys or low points in the spectrum, such as at pulse height H_3 , indicate values of the pulse amplitude around which relatively few pulses, occur.



The physical interpretation of differential pulse height spectra always involves areas under the spectrum between two given limits of pulse height. The value of the ordinate itself (dN/dH) has no physical significance until multiplied by an increment of the abscissa H .

$$\text{Number of pulses with amplitude between } H_1 \text{ and } H_2 = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dN}{dH} dH$$

Caratteristiche degli apparati

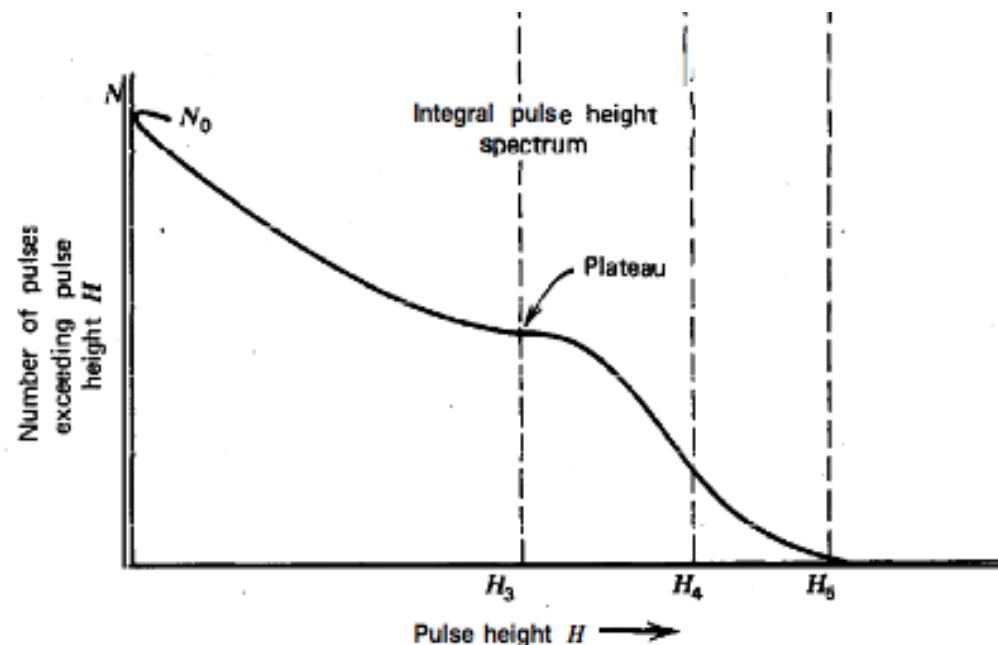
A less common way of displaying the same information about the distribution of pulse amplitudes is through the **integral pulse height distribution**.

The ordinate represents the # of pulses with amplitude exceeding a given value of the abscissa H.

N = n. impulsi di ampiezza $\geq V$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

The ordinate N must always be a monotonically decreasing function of H because fewer and fewer pulses will lie above an amplitude H which is allowed to increase from 0.



Because all pulses have some finite amplitude, the value of the integral spectrum at $H= 0$ must be the total number of pulses observed N_0 . The value of the integral distribution must decrease to zero at the maximum observed pulse height(H_5).

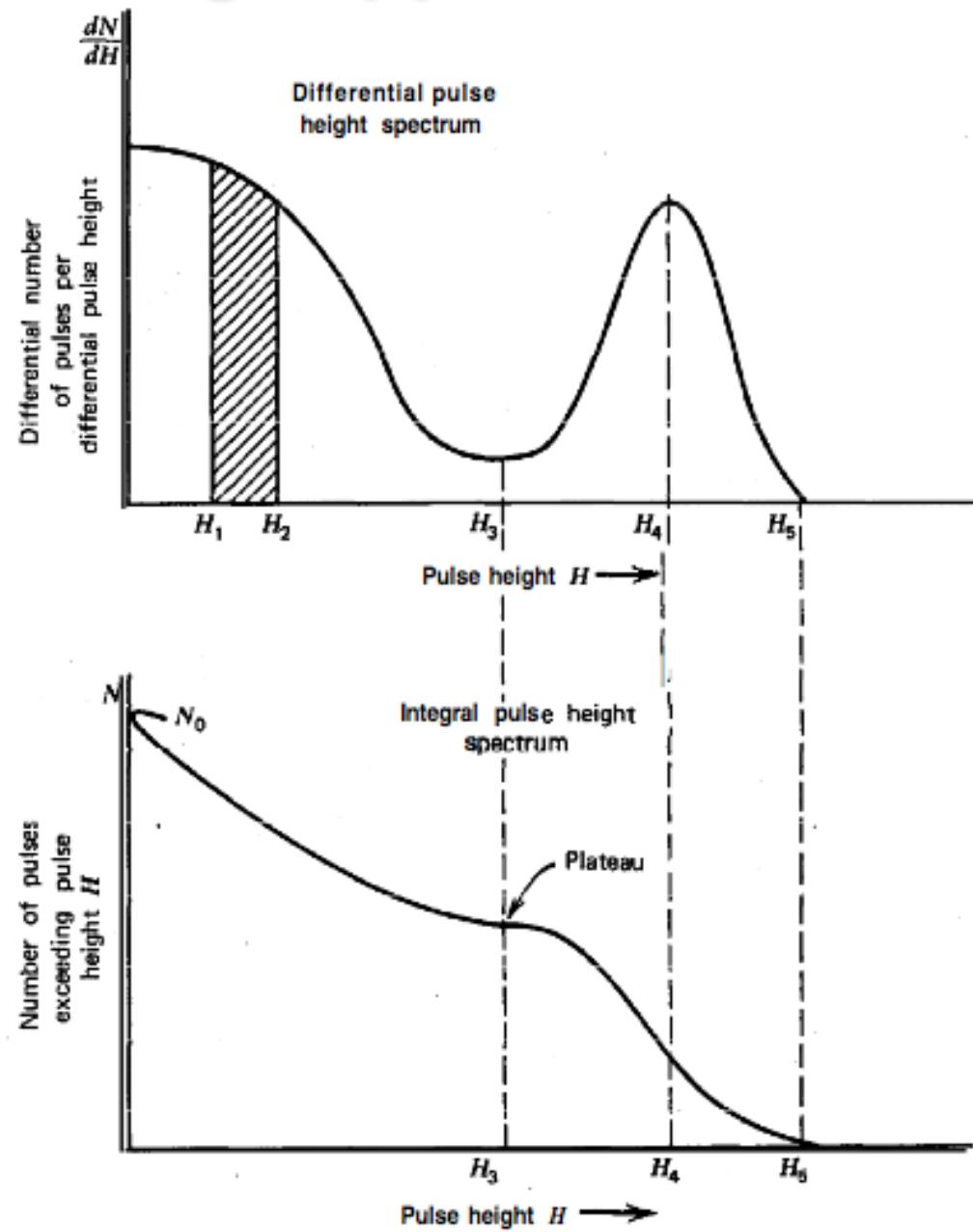
Caratteristiche degli apparati

The differential and integral distributions convey exactly the same information and one can be derived from the other.

The amplitude of the differential distribution at any pulse height H is given by the absolute value of the slope of the integral distribution at the same value.

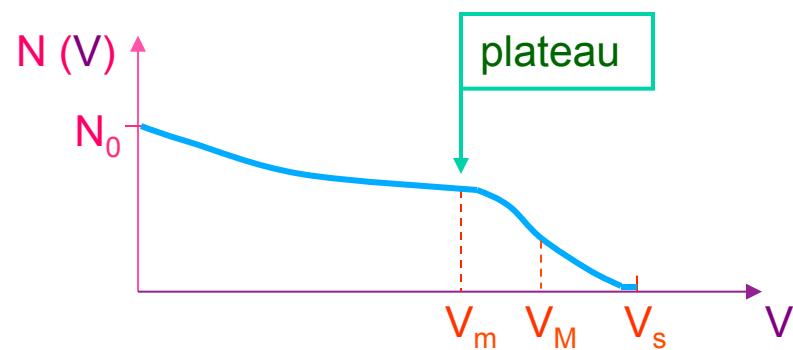
Where peaks appear in the differential distribution, such as H_4 , local maxima will occur in the slope of the integral distribution.

On the other hand, **where minima appear in the differential spectrum, such as H_3 , regions of minimum slope are observed in the integral distribution.**



Caratteristiche degli apparati

i. integrale N vs V



$$N = \text{n. impulsi di ampiezza} \geq V$$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

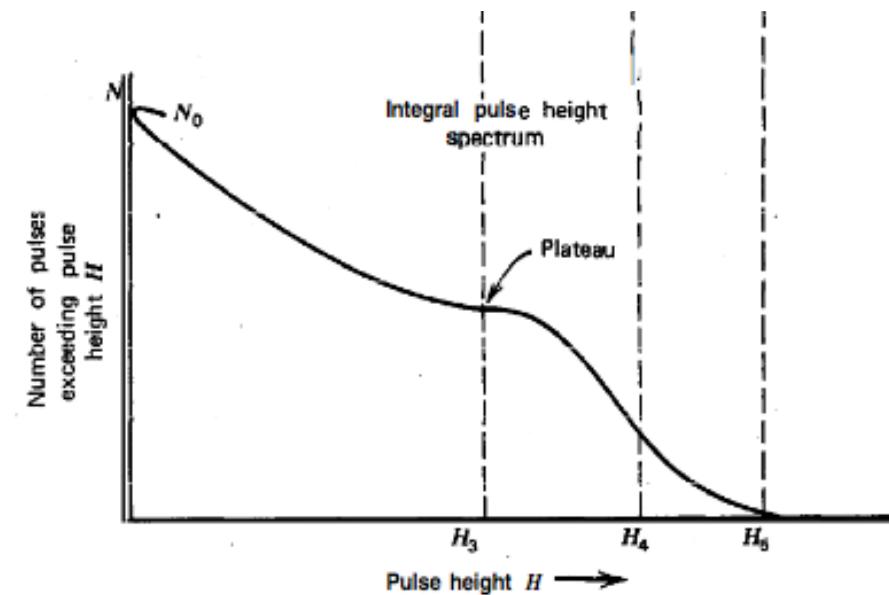
N.B. – $N(V)$ sempre monotona decrescente

- plateau è punto di lavoro conveniente: max. stabilità su tempi lunghi → piccole variazioni del livello degli impulsi hanno minima incidenza sul n. di impulsi registrati → funzionamento del rivelatore come contatore

Caratteristiche degli apparati

A common situation is that the pulses from the detector are fed to a counting device with a discrimination threshold. Signal pulses must be $> H_d$ in order to be registered by the counting circuit (because of noise for example). In setting up a counting measurement, it is often desirable to establish an operating point which will provide maximum stability over long periods of time. For example, small drifts in the value of H_d could be expected in any real application and one wants conditions under which these drifts would have minimal influence on the measured counts. One such stable operating point can be achieved at a discrimination point set at the level H_3 . Because the slope of the integral distribution is minimum at that point, small changes in H_d will have minimum impact on the total# of pulses recorded. In general, regions of minimum slope on the integral distribution are called **counting plateaus** and represent areas of operation in which minimum sensitivity to drifts in discrimination level are achieved. It should be noted that plateaus in the integral spectrum correspond to valleys in the differential distribution.

remember: a plateau here corresponds to a minimum in diff spectrum



Caratteristiche degli apparati

Usually a particle of defined E leads to a spectrum of signal amplitudes. **This is called the detector response function.** E.g. γ with definite E may interact with the detector material by Compton scattering resulting into a broad spectrum of deposited E due to the subsequent interaction of the recoil e-. In contrast, charged particles with definite E stopped within the detector material will lead to a Gaussian distribution of signal amplitudes.

Spettri d' ampiezza



Funzione di risposta
del rivelatore

Spettro osservato dipende da:

- interazioni subite dalla radiazione (dipendenti da tipo ed energia della radiazione incidente)
- tipo e geometria del rivelatore

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) R(V, E)$$

risposta del
rivelatore

spettro in energia della
radiazione incidente

Caratteristiche degli apparati

Facciamo un esempio: un fascio monoenergetico di e- colpisce un assorbitore spesso che stoppa in media le particelle.

Assumendo che gli e- perdano E per collisione, idealmente lo spettro delle ampiezze di impulso e' gaussiano.

In pratica pero', alcuni e- sfuggono prima di aver depositato tutta la E o ci sono raggi $\delta \rightarrow$ code a bassa E_{dep} nello spettro; altri e- emetteranno bremss che di nuovo puo' sfuggire \rightarrow ancora code a bassa E_{dep}

Cosi' la FdR del rivelatore per elettroni consiste in un picco gaussiano con delle code a bassa E_{dep} (queste code possono essere minimizzate usando materiali a basso Z).

Se invece usiamo γ , essi devono prima convertire in part. cariche, attraverso eff. fotoelettr., compton e coppie. Nell'eff. fotoel., la E dei fotoelettroni. e' la stessa per tutti \rightarrow picco gaussiano; alcuni γ faranno pero' compton \rightarrow gli e- compton hanno uno spettro continuo di E che compare nella FdR; le coppie danno ancora un picco.

Caratteristiche degli apparati

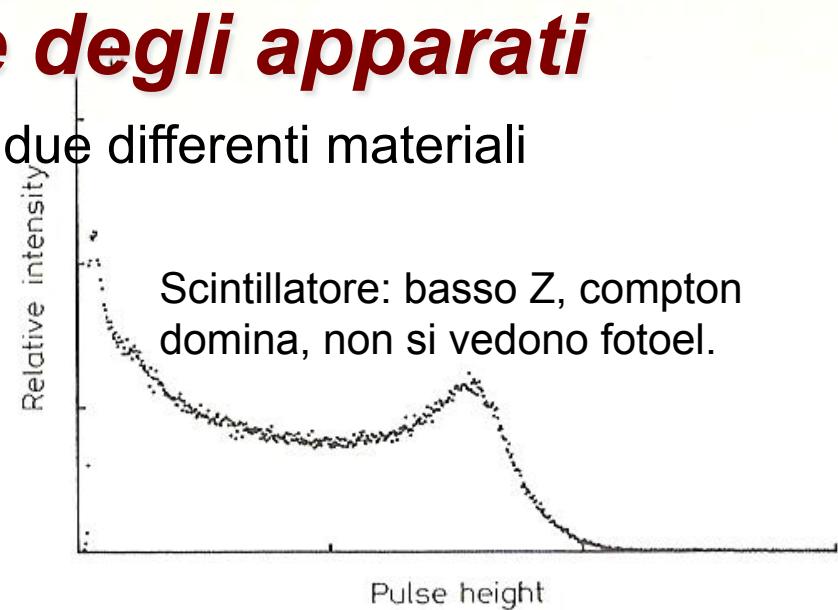
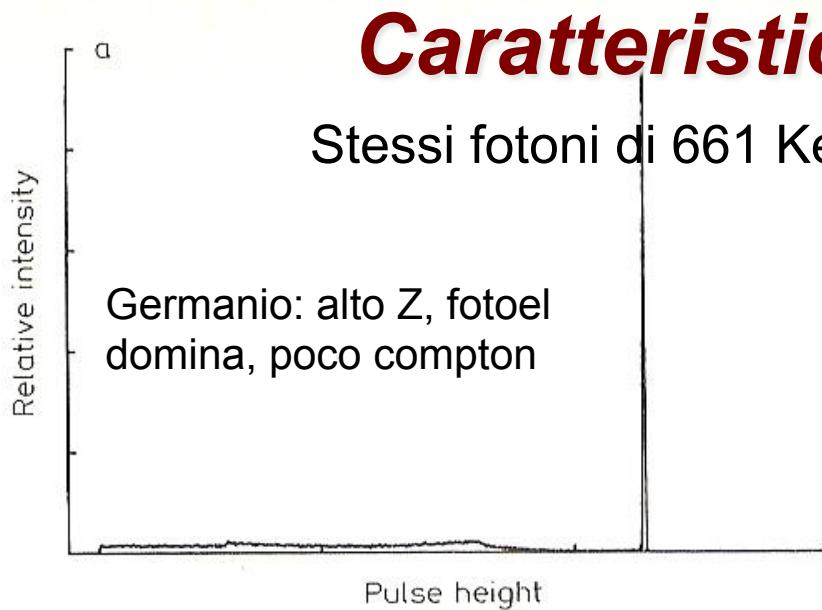


Fig. 5.2a, b. The response functions of two different detectors for 661 keV gamma rays. (a) shows the response of a germanium detector which has a large photoelectric cross section relative to the Compton scattering cross section at this energy. A large photopeak with a relatively small continuous Compton distribution is thus observed. (b) is the response of an organic scintillator detector. Since this material has a low atomic number Z, Compton scattering is predominant and only this distribution is seen in the response function

Lo spettro osservato riflette semplicemente le differenti interazioni nel rivelatore. Poiche' l'intensita' relativa di ciascuna struttura nello spettro di ampiezza dipende dalle sez d'urto del processo, la FdR e' diversa a E differenti in differenti materiali per particelle diverse

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) R(V, E)$$

Per ottenere lo spettro S dai conteggi delle particelle incidenti occorre conoscere R ed invertire l'equazione. Ecco perche' ci piacerebbe tanto avere $R(V, E) = \delta(E - kV)!!$ (k e' una costante per la conversione delle unita')

Caratteristiche degli apparati

A very important characteristic of each detector is its **efficiency**, that is, the probability that a particle which passes through the detector is also seen by it.

This efficiency ϵ can vary considerably depending on the type of detector and particle.

γ rays are measured in gas counters with probabilities on the order of a per cent, whereas charged particles in scintillation counters or gas detectors are seen with a probability of 100%. Neutrinos can only be recorded with extremely low probabilities ($\approx 10^{-18}$ for MeV neutrinos in a massive detector).

Caratteristiche degli apparati

E. Efficienza

2 tipi d' efficienza:

i. assoluta

$$\epsilon_T = \frac{N_R}{N_s}$$



funzione di:

- geometria del rivelatore
- probabilità d' interazione nel rivelatore

Caratteristiche degli apparati

ii. intrinseca $\epsilon_i = \frac{N_R}{N_i}$

n. particelle incidenti
sul rivelatore

funzione solo probabilità d' interazione nel rivelatore, i.e.
dipende da:

- tipo & energia della radiazione
- materiale di cui è composto il rivelatore

N.B. – $\epsilon_T \rightarrow \epsilon_i$ elimina dipendenza geometrica: permane debole
dipendenza dalla **distanza sorgente - rivelatore**

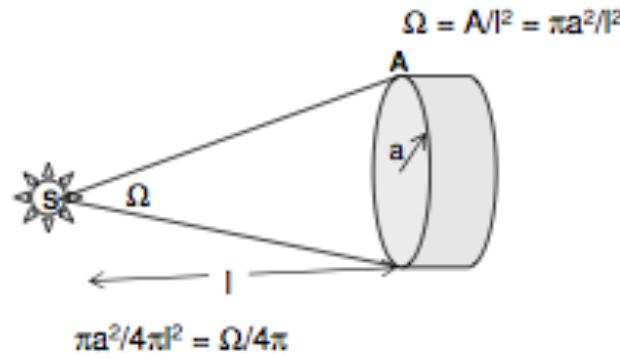
emissione isotropa \longrightarrow $\epsilon_T = \epsilon_i \Delta\Omega / 4\pi$

Caratteristiche degli apparati

- From the diagram,

$$\frac{N_{inci}}{N_{emitted}} = \frac{\Omega}{4\pi}$$

$$\bullet \eta_{abs} = \eta_{int} \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right)$$



For a given η_{int} the abs eff depends on solid angle: the closer to the source, the higher is η_{abs}

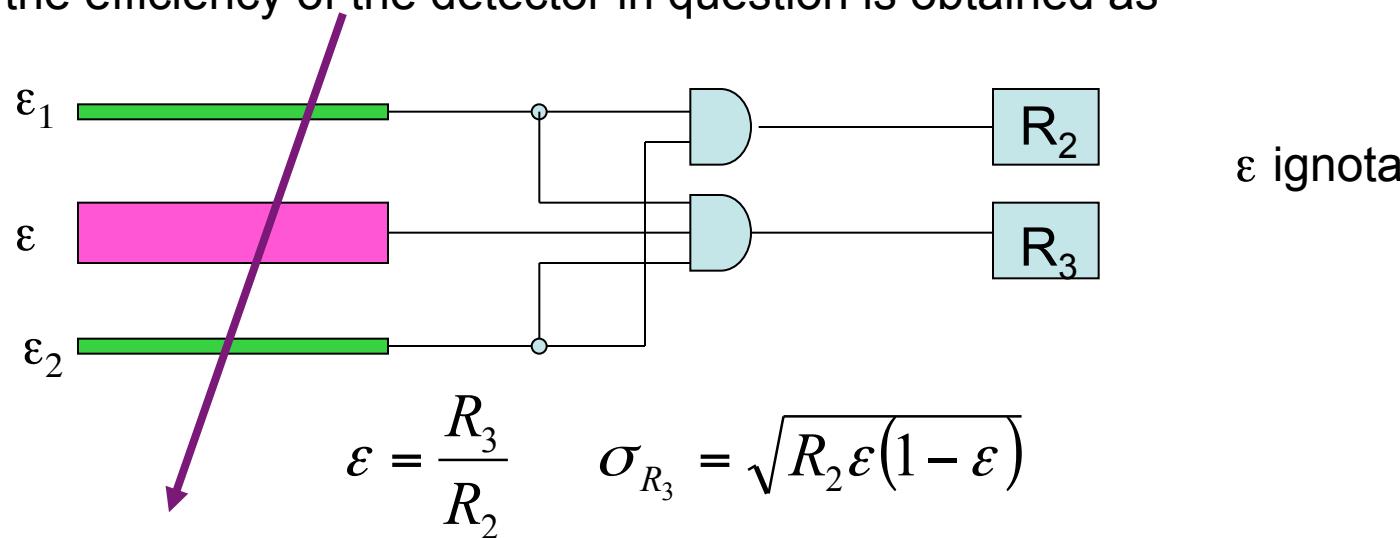
To determine the efficiencies of the detector is one of the main tasks of any experimentalist!

Caratteristiche degli apparati

Exercise: How to determine the intrinsic efficiency of a detector

The detector of unknown efficiency ϵ is placed between two trigger counters with efficiencies ϵ_1 and ϵ_2 ; one must make sure that particles which fulfil the trigger requirement, which in this case is a twofold coincidence, also pass through the sensitive volume of the detector under investigation.

The twofold coincidence rate is $R_2 = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot N$, where N is the number of particles passing through the detector array. Together with the threefold coincidence rate $R_3 = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \epsilon \cdot N$, the efficiency of the detector in question is obtained as



Dove R_2 corrisponde al numero di prove, $\epsilon=p$ (numero di successi), $1-\epsilon=q$ (numero di insuccessi)

Caratteristiche degli apparati

Accettanza geometrica

In realtà esiste anche un'altra efficienza, l'efficienza geometrica spesso chiamata accettanza.

In altre parole l'apparato non solo deve essere intrinsecamente efficiente, ma deve anche coprire geometricamente la zona che mi interessa, cioe' $\Delta\Omega/4\pi \rightarrow 1$

Questo definisce il cosi' detto "potere di raccolta" o gathering power del rivelatore. Dipende solo dalla geometria del rivelatore o degli elementi del rivelatore in relazione al flusso di particelle incidenti.

Agli acceleratori e' sinonimo di "ermeticita'", negli esperimenti di astroparticelle o passivi e' sinonimo di "exposure factor"

Caratteristiche degli apparati

The **coincidence counting rate** of any particle telescope depends upon the effective dimensions and relative positions, i.e. **the geometry**, of the telescope sensors as well as the **intensity of radiation in the surrounding space and the sensor efficiencies**.

The experimentalist's task is to compute the intensity of radiation given the coincidence counting rate and the parameters (e.g. sensor dimensions) of his telescope. This is the task not only of the space scientist with instruments in an unknown radiation environment but also of the nuclear physicist with his collimated beams.

For an ideal telescope the factor of proportionality relating the counting rate C to the intensity I is defined as the ***gathering power* Γ** of the telescope.

When the intensity is isotropic, i.e., $I = I_0$, the factor of proportionality is called the ***geometrical factor G***. That is $C = GI_0$.

Also called geometrical acceptance.

Caratteristiche degli apparati

The $C(x,t)$ in a time period T in a detector is given by

J.D. Sullivan,
GEOMETRICAL FACTOR AND DIRECTIONAL RESPONSE OF
SINGLE AND MULTI-ELEMENT PARTICLE TELESCOPES,
NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 95 (1971) pp. 5-11

where

- C = coincidence counting rate (sec^{-1}),
 α = label for kind of particle,
 J_α = spectral intensity of the α th kind of particle
($\text{sec}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} E^{-1}$),
 ε_α = detection efficiency for the α th kind of particle,
 t = time,
 t_0 = time at start of observation,
 T = total observation time,
 $d\sigma$ = element of surface area of the last telescope sensor to be penetrated,
 S = total area of the last telescope sensor,
 $d\omega = d\phi d \cos \theta =$ element of solid angle (θ polar angle, ϕ azimuth),
 Ω = domain of ω , this is limited by the other telescope sensors,
 x = spatial coordinate of the telescope,
 r = unit vector in direction ω , and
 $\hat{r} d\sigma$ = effective element of area looking into ω .

$$C(x, t_0) = (1/T) \int_{t_0}^{t_0 + T} dt \int_S d\sigma \cdot \hat{r} \int_\Omega d\omega \int_0^\infty dE \times \\ \times \sum_\alpha \varepsilon_\alpha(E, \sigma, \omega, t) J_\alpha(E, \omega, x, t),$$

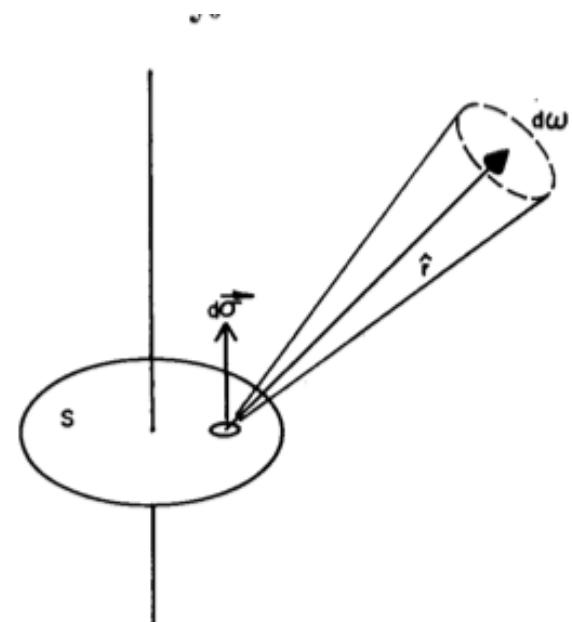


Fig. 1. A telescope with a single plane detector viewing one hemisphere.

Semplifichiamo assumendo che:

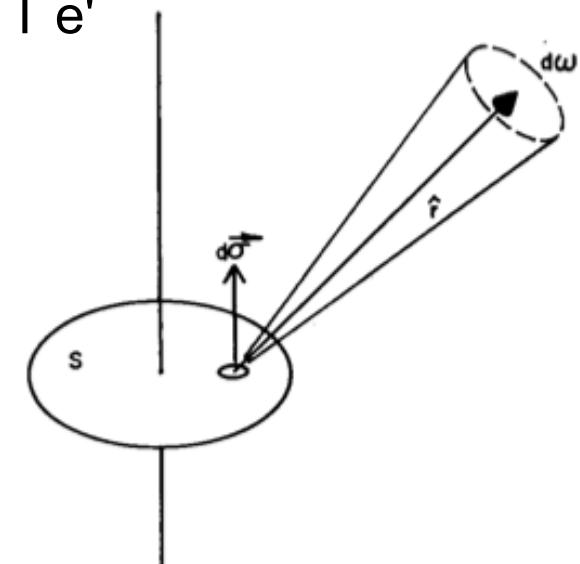
$$C(\mathbf{x}, t_0) = (1/T) \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_S d\sigma \cdot \hat{r} \int_{\Omega} d\omega \int_0^{\infty} dE \times \\ \times \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}(E, \sigma, \omega, t) J_{\alpha}(E, \omega, \mathbf{x}, t),$$

il flusso incidente sia indipendente da \mathbf{x} ,
fattorizzabile come $J(E, \omega, t) = J_o(E, t)F(\omega)$,
ci sia una sola specie di particelle $\alpha = 1 \rightarrow$

il # di particelle con E fra E e $E+dE$ contate nel tempo T e'

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \int_{\Omega} d\omega \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r} F(\omega) \varepsilon(E, t) J_o(E, t)$$

e' il fattore o accettanza geometrica del rivelatore $G(E, t)$ in unita' di area x sr



La funzione di risposta direzionale del rivelatore e'
definita da

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r}$$

il term. nell'integrale e' l'area "vista" da una particella che arriva da θ, ϕ

Nel caso di distribuzione isotropa, $F(\omega)d\omega = d\omega/4\pi$

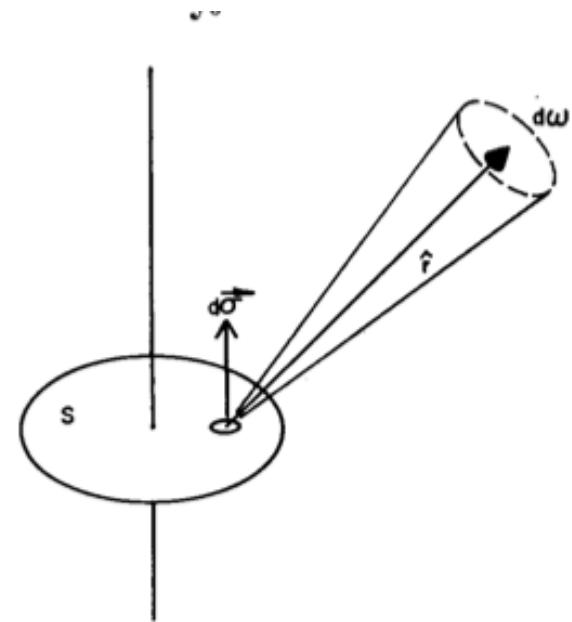
Caratteristiche degli apparati

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \int_{\Omega} d\omega \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r} F(\omega) \epsilon(E, t) J_o(E, t)$$

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r}$$

→

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \int_{\Omega} d\omega A(\omega, E) F(\omega) \epsilon(E, t) J_o(E, t)$$



Nel caso di distribuzione isotropa, $F(\omega)d\omega = d\omega/4\pi$

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \left[\int_{\Omega} d\omega \frac{A(\omega, E)}{4\pi} \right] \epsilon(E, t) J_o(E, t)$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{=G(E)}$

→ nel caso di flusso isotropo l'accettanza dipende solo dalla geometria del rivelatore e dall'energia della particella

Caratteristiche degli apparati

Nel caso semplice di un telescopio a singolo piano di un rivelatore qualsiasi su cui incide un flusso isotropo di particelle e' semplice calcolare i fattori geometrici del rivelatore

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r} = \int_S \cos\theta d\sigma = S \cos\theta$$

$$G(E) = \int_{\Omega} A(E, \omega) d\omega = 2\pi S \int_0^1 \cos\theta d\cos\theta = \pi S$$

E' l'accettanza geometrica di un rivelatore a singolo piano: non e' l'area S ma πS perche' "raccoglie" particelle con dir di incidenza fra 0 e $\pi/2$, cioe' con accettanza differenziale $S \cos\theta$

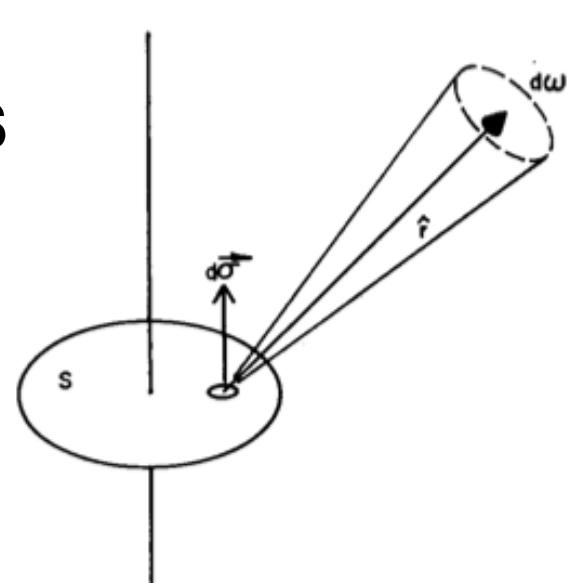


Fig. 1. A telescope with a single plane detector viewing one hemisphere.

Caratteristiche degli apparati

Legato al concetto di risposta del rivelatore c'e' la

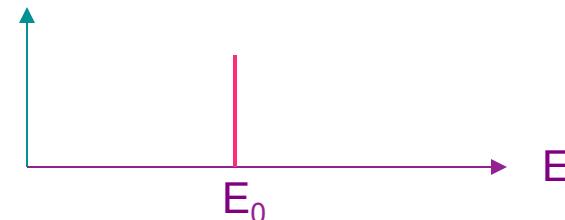
D. Risoluzione Energetica

capacità del rivelatore di discriminare energie vicine

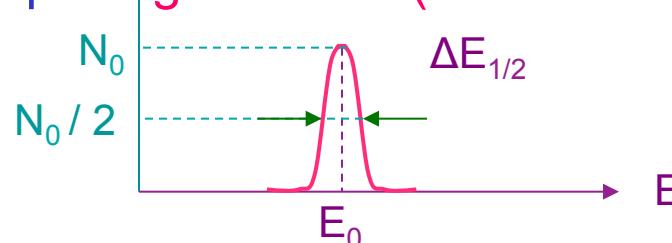
Importante quando la misura dell'energia e' richiesta

Misura: fascio monocromatico (E_0) di particelle che incide sul rivelatore → osservazione dello spettro d' ampiezza risultante:

- Caso ideale: δ di Dirac



- Caso reale: fluttuazioni nel n. di ionizzazioni e nell'energia dep → gaussiana (nel caso di assorbimento completo)



$$R = \frac{\Delta E_{1/2}}{E_0} \quad (\text{FWHM})$$

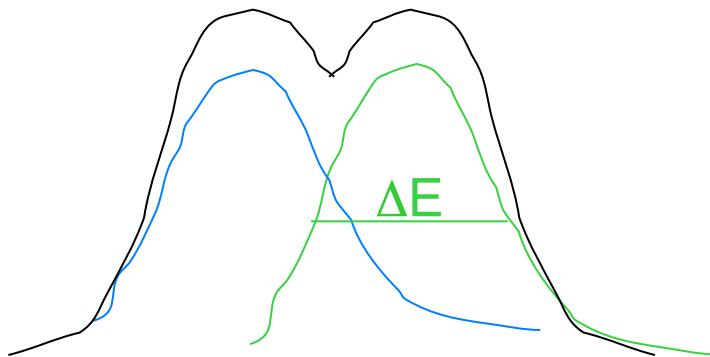
Lo sparpagliamento delle altezze di impulso intorno a E0 costituisce la funzione di risposta del rivelatore

Caratteristiche degli apparati

Risoluzione in energia.

Per apparati costruiti per misurare l'energia della particella è fondamentale la risoluzione in energia.

La risoluzione in energia può essere misurata usando un fascio monoenergetico ed osservando lo spettro risultante.



Per energie entro $\Delta E(\text{fwhm})$
non possiamo determinare E

Caratteristiche degli apparati

- La risposta in energia dice qual'è la probabilità che una particella con energia “vera” E sia misurata con energia E_{mis} , $R(E_{\text{mis}}, E)$
- Entra nella determinazione del rate
 $dN(E_{\text{mis}})/dtdE_{\text{mis}} = \int dE G(E, t) \varepsilon(E, t) R(E_{\text{mis}}, E) J_o(E, t)$
occorre invertire l’equazione per ottenere $J_o(E, t)$
 G, ε, R sono in genere ottenute dai dati e da simulazioni MC