

Particle Detectors

Lecture 10

04/04/17

a.a. 2016-2017

Emanuele Fiandrini

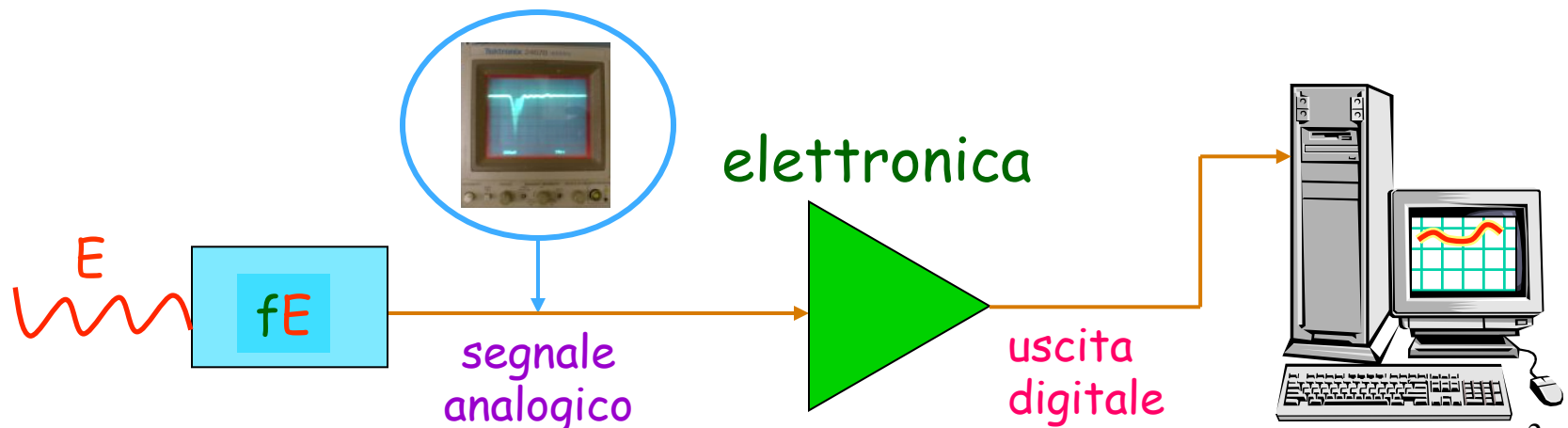
Proprieta' generali dei rivelatori di particelle

A prescindere dalle differenti caratteristiche operative di ciascun tipo di rivelatore, ci sono proprieta' generali che tutti i tipi condividono.

Caratteristiche degli apparati

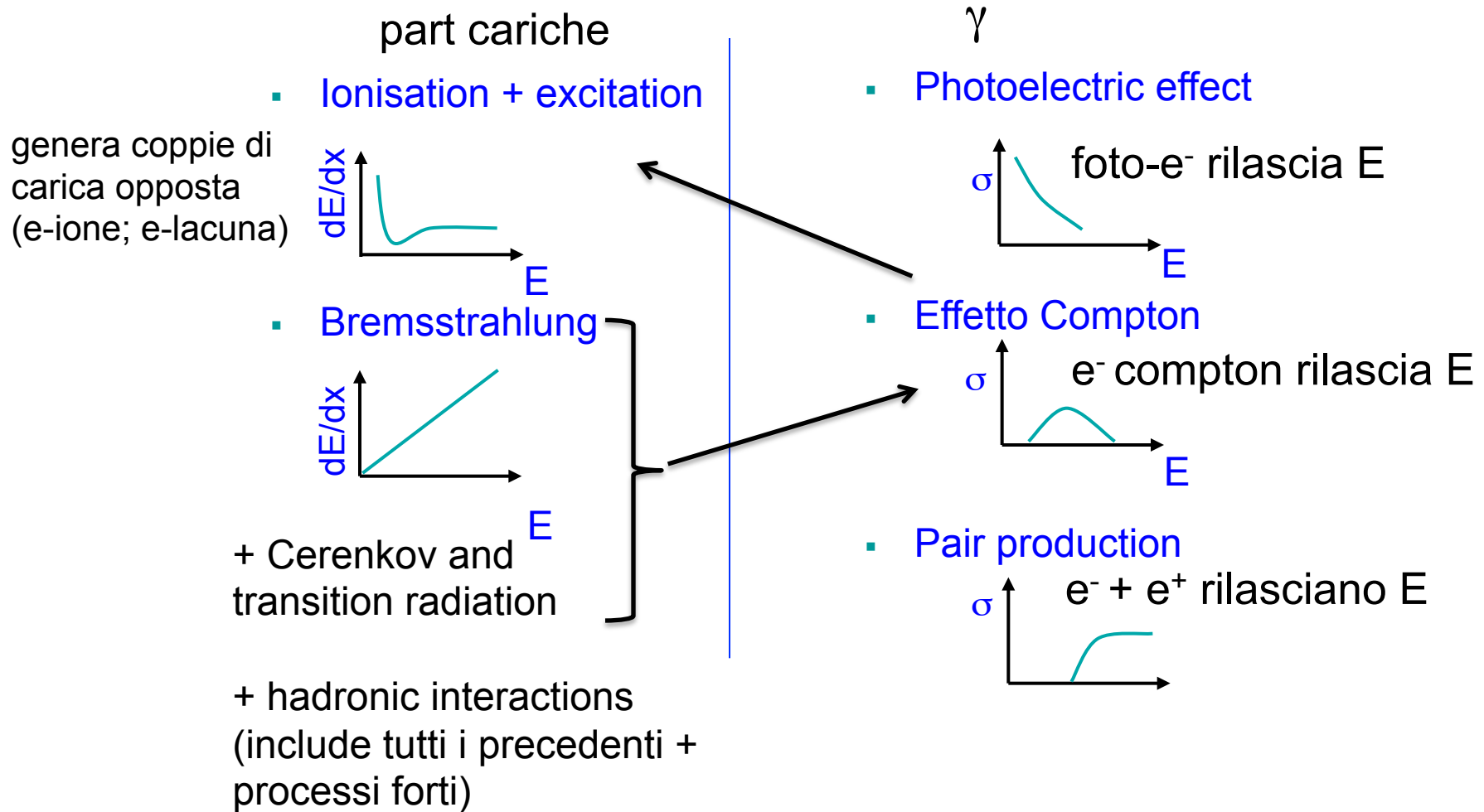
Principio di funzionamento generale di un rivelatore
particella di energia $E \rightarrow$ trasferimento di energia fE
($f \leq 1$) al rivelatore \rightarrow conversione in forma di
energia accessibile

Rivelatori moderni sono essenzialmente elettrici: fE
convertita in impulsi elettrici \rightarrow necessaria elettronica
per il trattamento dell'info



Caratteristiche degli apparati

Il trasferimento di energia avviene tramite uno dei processi fisici rilevanti



Alla fine, qualunque sia il processo, si finisce con particelle cariche che ionizzano o eccitano il mezzo attivo del rivelatore

Caratteristiche degli apparati

Particelle cariche → collisioni con gli **e** atomici → ionizzazione, eccitazione degli atomi, emissione di fotoni.

Particelle neutre → interazioni nel materiale → produzione di particelle cariche → ionizzazione od eccitazione degli atomi.

Alla fine per poter essere misurata l'energia depositata nel rivelatore deve essere convertita in un segnale elettrico: corrente, carica, tensione.

Il modo in cui l'energia convertita viene rivelata dipende dall'apparato e dalla misura che si vuole fare.

Caratteristiche degli apparati

- **Rivelatori a ionizzazione** → si raccoglie direttamente la carica rilasciata sotto forma di un segnale di corrente.
- **Scintillatori** → sia l'eccitazione che la ionizzazione degli atomi contribuiscono a produrre eccitazioni molecolari che danno come risultato l'emissione di luce.
- **Emulsioni fotografiche** → la ionizzazione induce processi chimici che permettono di formare un' immagine.

Quasi tutti gli apparati del giorno d'oggi danno una risposta di natura elettrica, ovvero ad un certo punto l'informazione viene trasformata in un impulso elettrico che puo' essere trattato elettronicamente.

Caratteristiche degli apparati

Qualunque sia la misura che si vuole effettuare con un "rivelatore" le proprietà fondamentali sono:

- i. Funzione di Risposta
- ii. Sensibilità
- iii. Risoluzione
- iv. Efficienza, accettazione geometrica
- v. Tempi caratteristici

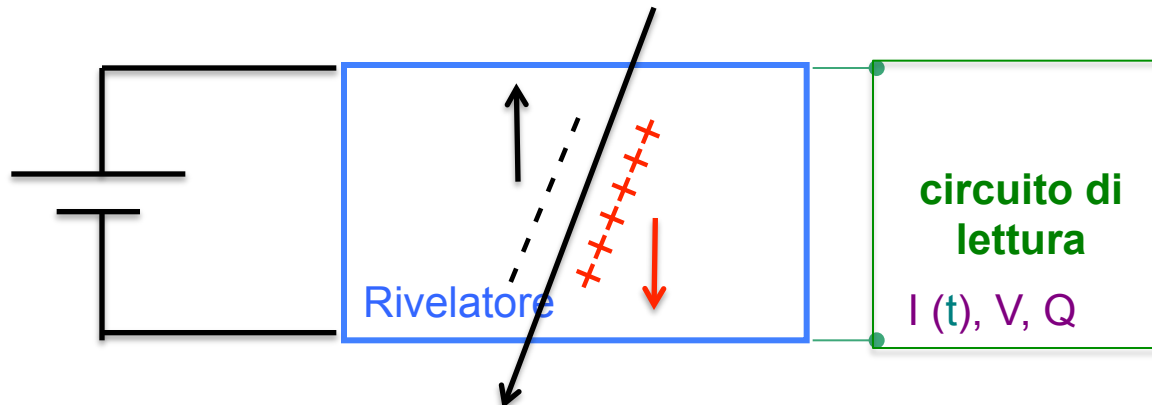
Caratteristiche degli apparati

L'interazione di una particella nel rivelatore causa il rilascio (quasi istantaneo**) di energia nel volume sensibile del rivelatore.

Il risultato netto dell'interazione e' l'apparizione di una carica elettrica Q all'istante $t=0$.

La carica Q deve essere raccolta per formare il segnale elettrico da un circuito di lettura/raccolta (strettamente vero solo per rivelatori in cui la carica e' creata direttamente, ma applicabile anche a rivelatori in cui la carica e' formata indirettamente, come nel caso dei fotoni).

Tipicamente la raccolta e' effettuata tramite un campo elettrico nel volume attivo del rivelatore, che fa migrare le cariche positive e negative, create dalla ionizzazione, in direzioni opposte verso i terminali di raccolta.



The time required to stop a charged particle in an absorber can be deduced from its range and average velocity. For nonrelativistic particles of mass m and kinetic energy E , the velocity is

**

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = c \sqrt{\frac{2E}{mc^2}} = \left(3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \sqrt{\frac{2E}{(931 \text{ MeV/amu})m_A}}$$

where m_A is the particle mass in atomic mass units and E is the particle energy in MeV. If we assume that the average particle velocity as it slows down is $\langle v \rangle = Kv$, where v is evaluated at the initial energy, then the stopping time T can be calculated from the range R as

$$T = \frac{R}{\langle v \rangle} = \frac{R}{Kc} \sqrt{\frac{mc^2}{2E}} = \frac{R}{K(3.00 \times 10^8 \text{ m/s})} \sqrt{\frac{931 \text{ MeV/amu}}{2}} \sqrt{\frac{m_A}{E}}$$

If the particle were uniformly decelerated, then $\langle v \rangle$ would be given by $v/2$ and K would be 0.5. However, charged particles generally lose energy at a greater rate near the end of their range, and K should be a somewhat higher fraction. By assuming $K = 0.60$, the stopping time can be estimated as

$$T \approx 1.2 \times 10^{-7} R \sqrt{\frac{m_A}{E}} \quad (2.3)$$

expected to be reasonably accurate for light charged particles (protons, alpha particles, etc.) over much of the energy range of interest here. It is not, however, to be used for relativistic particles such as fast electrons.

Using typical range values, stopping times calculated from Eq. (2.3) for charged particles are a few picoseconds in solids or liquids and a few nanoseconds in gases. These times are generally small enough to be neglected for all but the fastest-responding radiation detectors.

Caratteristiche degli apparati

Risposta del rivelatore

Il segnale dell'apparato è trasformato in genere in un segnale in tensione tramite l'uso di un amplificatore o di un circuito elettrico di lettura.

In generale è chiamata risposta dell'apparato la relazione fra l'energia rilasciata e la carica totale od altezza d'impulso del segnale di uscita.

Idealmente : risposta lineare con l'energia.

In pratica : la risposta dipende dal tipo di particella, dall'interazione, da fenomeni di saturazione, cattura e assorbimento dei portatori, distorsioni del campo,...

Ad esempio uno scintillatore organico dà una risposta lineare fino a basse energie per elettroni, mentre non è lineare per protoni. O ancora, se la densità di carica di ionizzazione è sufficientemente elevata, il campo elettrico esterno può essere distorto, si possono avere effetti di plasma e così via.

Caratteristiche degli apparati

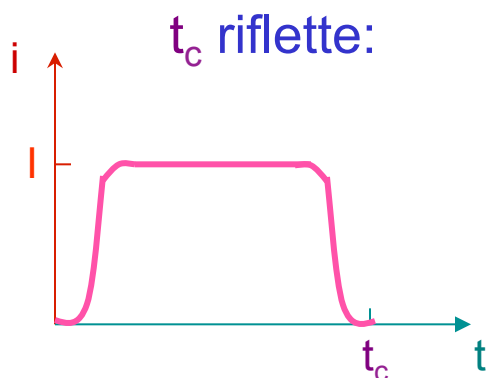
Risposta dell'apparato.

In generale una particella viene rivelata misurando la carica Q liberata al passaggio della particella ($t=0$).

Questa carica viene guidata verso un elettrodo di raccolta da un campo elettrico. Il tempo t_c di raccolta della carica può variare dai **ns** (fotomoltiplicatori) ai **ms** (camere ad ionizzazione) ed è intrinseco del rivelatore.

Si avrà un segnale di corrente $i(t)$ dal tempo $t=0$ fino al tempo $t=t_c$ e l'integrale di questa corrente è la carica totale generata Q_s .

$$Q_s = \int_0^{t_c} dt \, i(t)$$



- ✓ diversa **mobilità** dei portatori di carica
- ✓ diverso **cammino** percorso per arrivare all'elettrodo di raccolta

risposta del rivelatore: impulso di corrente, eventualmente integrato per avere Q

Ionization
cylinder

Ground

Intrinsic collection time
is O(tens of ns)

t=5 ns

Time evolution of
current

300 μm Silicon layer

t=0

V_{bias}

T-j
A/cm²

+4.683e+01
+1.301e-01
+3.613e-04
+1.003e-06
+2.787e-09

T-j
A/cm²

+6.753e+00
+1.774e-02
+4.658e-05
+1.223e-07
+3.213e-10

Nei casi reali, l'impulso di corrente
ha un andamento piu' complesso,
con uno sviluppo temporale
caratteristico che dipende dal
materiale, campo E, ...

t=12 ns

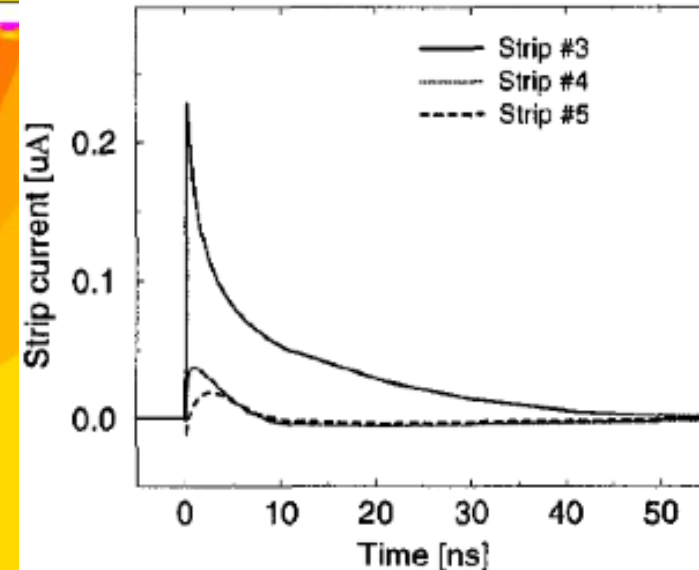
t=30 ns

T-j
A/cm²

+3.014e+00
+1.028e-02
+3.508e-05
+1.197e-07
+4.084e-10

T-j
A/cm²

+6.233e-01
+1.677e-03
+4.510e-06
+1.213e-08
+3.263e-11



Caratteristiche degli apparati

Il segnale di corrente e la carica totale sono in genere PICCOLI.
Per esempio prendiamo una MIP che attraversa uno spessore x di Si e di Xe.

Per una MIP

$$\frac{dE}{d\ell} = \begin{cases} 1.664 & \text{Si MeV/g cm}^{-2} \\ 1.255 & \text{LXe} \end{cases} \quad \ell = \rho x \Rightarrow \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{cm}} = \rho \frac{dE}{d\ell} = \begin{cases} 3.88 & \text{Si MeV/cm} \\ 3.70 & \text{LXe} \end{cases}$$

Effective ionisation energy

$$W = \begin{cases} 3.6 & \text{Si eV} \\ 25 & \text{LXe} \end{cases} \Rightarrow \frac{dN}{dx} = \frac{(dE/dx)}{W} = \begin{cases} 1.1 \times 10^6 & \text{Si \# coppie/cm} \\ 0.15 \times 10^6 & \text{LXe} \end{cases}$$

Quindi $Q = eN \Rightarrow \frac{dQ}{dx} = e \frac{dN}{dx} = \begin{cases} 1.76 \times 10^{-13} & \text{Si C/cm} \\ 2 \times 10^{-14} & \text{LXe} \end{cases}$

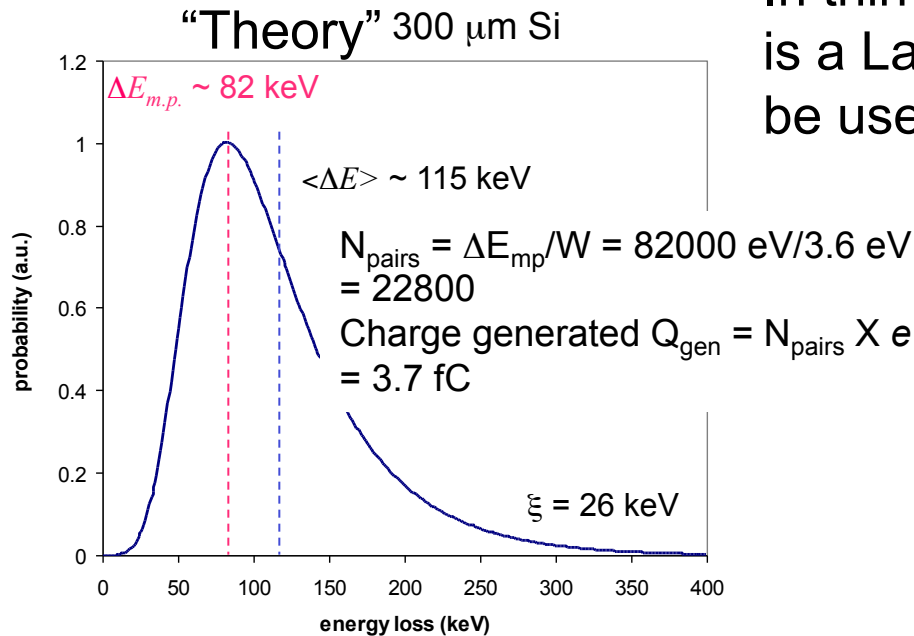
Tipicamente $\Delta x = \begin{cases} 300 \mu\text{m} & \text{Si} \\ 1 \text{cm} & \text{LXe} \end{cases} \Rightarrow Q \approx \frac{dQ}{dx} \Delta x = \begin{cases} 5.3 \times 10^{-15} & \text{Si Coulomb} \\ 2 \times 10^{-14} & \text{LXe} \end{cases}$

Tempo di raccolta $t_c \sim \begin{cases} 10 \text{ns} & \text{Si} \\ > 1 \mu\text{s} & \text{Xe} \end{cases} \Rightarrow I \sim \frac{Q}{t_c} = \begin{cases} 5 \times 10^{-7} & \text{Si A} \\ 2 \times 10^{-8} & \text{LXe} \end{cases}$ per $t < t_c = 10 \text{ns}$
per $t < t_c \sim 1 \mu\text{s}$

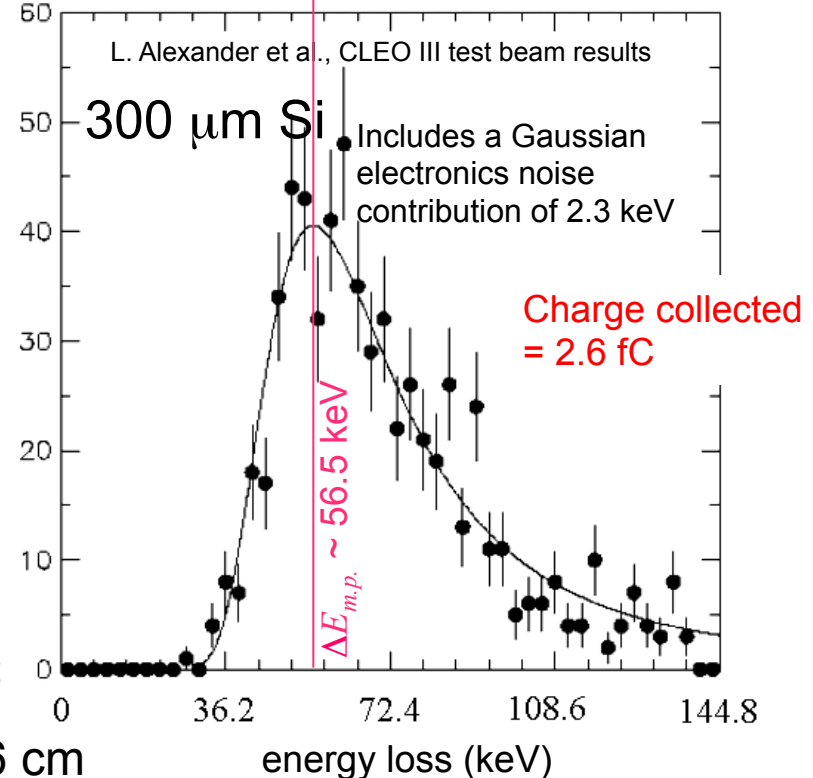
Necessaria in genere un'amplificazione del segnale!

For thin layers, Landau fluctuations make things even harder

In thin layers, where the energy distribution is a Landau, the most probable ΔE_{mp} is to be used in place of ΔE_{ave}



BUT charge collection is not 100%



Landau's theory J. Phys (USSR) 8, 201 (1944)

$$f(x, \Delta E) = \frac{1}{\xi} \Omega(\lambda) \quad \Omega(\lambda) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})\right\}$$

$$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_{m.p.}}{\xi}$$

$$\xi = \frac{2\pi N e^4 Z}{m_e v^2} \frac{Z}{A} x \quad x(300 \mu\text{m Si}) = 69 \text{ mg/cm}^2$$

Cfr. $X_0 = 21.82 \text{ g/cm}^2$ o 9.36 cm

Charge generated is small, charge collected is even smaller

Caratteristiche degli apparati

Sensibilità = capacità di produrre un segnale utilizzabile per un dato tipo di particella in un certo intervallo di energia.

Nessun apparato è sensibile a tutte le particelle a tutte le energie. Ciascuno è disegnato per essere sensibile a certi tipi di particelle in un intervallo di energia definito fra $E_{\min} < E < E_{\max}$.

La **sensibilità** di un rivelatore (studiato per una certa misura) dipende da:

- Sezione d'urto per la reazione (e.g. ionizzazione)
- Massa del rivelatore
- Rumore e fondo del rivelatore
- Materiale (passivo) intorno al rivelatore

Caratteristiche degli apparati

La sezione d'urto e la massa dell'apparato determinano la probabilità che la particella incidente converta parte (o tutta) della sua energia in segnale utile (p.es. ionizzazione). Per vederlo, calcoliamo la relazione fra conteggi (cioe' # di interazioni nel rivelatore) al secondo e massa e sezione d'urto

Il rate di interazione per unita' di volume e' $dn/dt = n_p n_b \sigma v \text{ (m}^{-3}\text{s}^{-1}\text{)}$

Quindi il rate totale e' $dN/dt = \int dV (dn/dt) = (n_p v) (V n_b) \sigma = j_p (V \rho_b / m_b) \sigma$

dove $j_p = n_p v$ e' il flusso incidente, $n_b = \rho_b / m_b$ e' la densita' numerica dei bersagli e V e' volume del rivelatore (NB: $m_b = A / N_A$)

Poiche' $V \rho_b = M_b$ massa totale del materiale "bersaglio", si ha

$$dN/dt = j_p (M_b / m_b) \sigma \text{ ovvero } R = (1/j_p)(dN/dt) = (M_b / m_b) \sigma$$

Se $R \ll 1$, il rivelatore e' essenzialmente trasparente alle particelle, cioe' solo poche rilasciano energia \rightarrow scarsa sensibilita'

Per avere buona sensibilita' e' necessario (ma non sempre sufficiente) avere

$$R \approx 1$$

Caratteristiche degli apparati

$$dN/dt = j_p (M_b/m_b) \sigma$$

Particelle cariche sono fortemente ionizzanti, cioè la sez. d'urto è grande (barn) → basta apparato di bassa densità e/o "piccola" massa .

Particelle neutre devono interagire e convertire in particelle cariche, le sez. d'urto sono più piccole (~mb) → serve più massa altrimenti l'apparato è trasparente alla particella.

Neutrini o neutrino-like interagiscono pochissimo (~pb) → apparato di tonnellate

Caratteristiche degli apparati

Non e' sufficiente creare "qualche" carica ma la **ionizzazione** deve essere al di sopra di una certa **soglia** per essere rivelabile.

La **soglia** è determinata dal **rumore** dell'apparato e dell'elettronica ad esso connessa.

Il **rumore** appare come una **tensione** o una **corrente** o una carica soggetta a fluttuazioni casuali all'uscita del circuito che raccoglie il segnale dal rivelatore ed è sempre presente sia che passi o non passi una particella ionizzante: $I'(t) = I_{\text{ped}} + \sigma_{\text{ped}}(t)$,

In genere si chiama "**piedistallo**" ed e' caratterizzata da un valore medio I_{ped} e una deviazione standard $\sigma_{I_{\text{ped}}}$

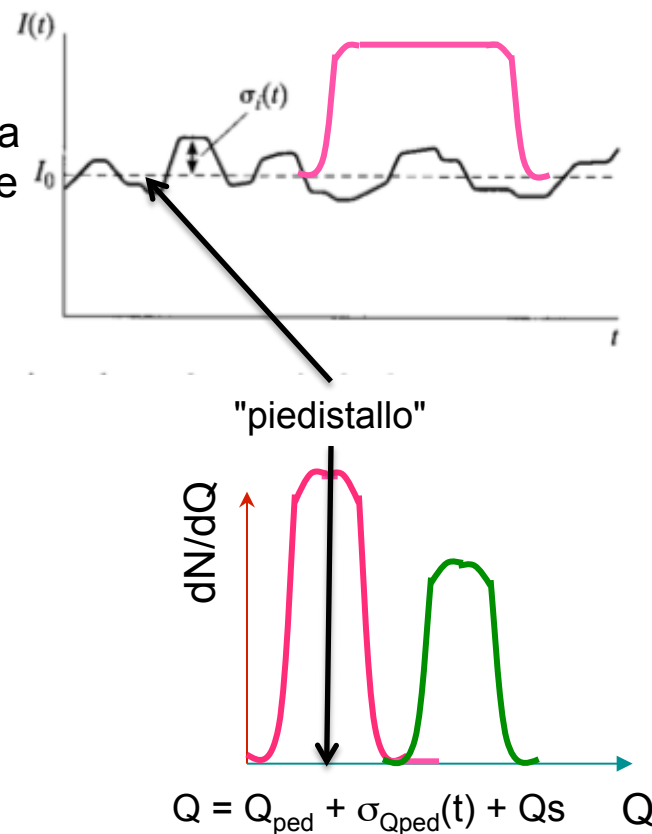
→ il segnale di ionizzazione deve essere **>** del livello di **rumore medio** (tipicamente $S/N > 3$ dev std, se gaussiana): $I(t) = I_{\text{ped}} + \sigma_{\text{ped}}(t) + i(t)$

$$S/N = (I(t) - I_{\text{ped}})/\sigma_{\text{ped}}$$

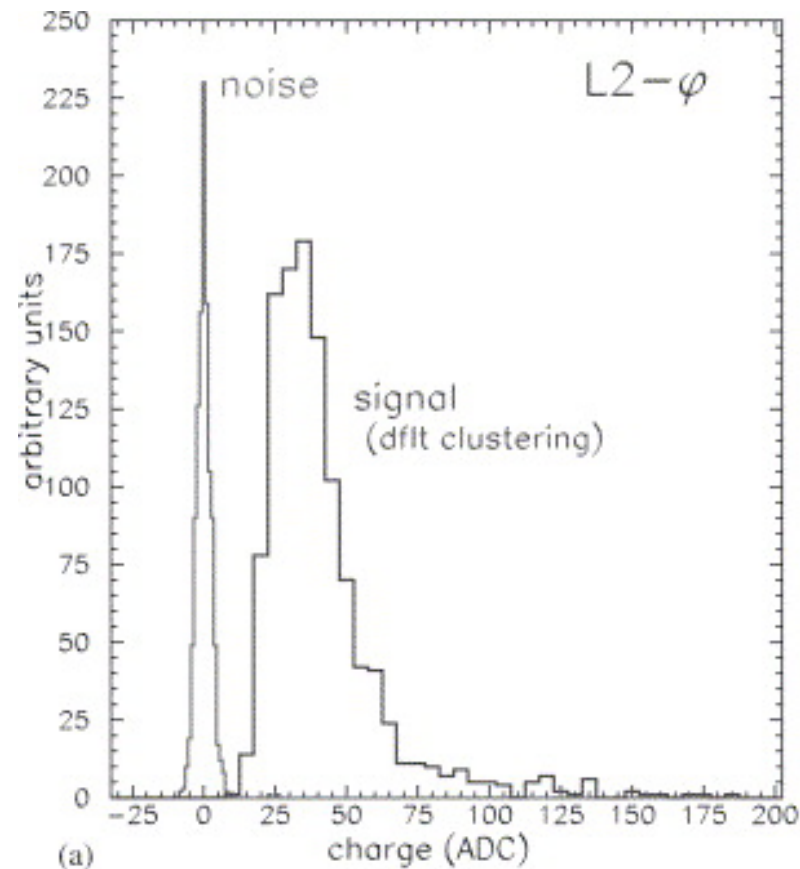
Nel caso della carica si avra' una distribuzione di Q dovuta alla corrente di piedistallo a "bassi valori" e una carica dovuta all'interazione della particella $Q = Q_{\text{ped}} + \sigma_{Q_{\text{ped}}} + Q_s$ a valori piu' alti → $S/N = (Q - Q_{\text{ped}})/\sigma_{Q_{\text{ped}}} > 3$

$$Q_{\text{ped}} = \int_0^{t_c} dt \quad I'(t)$$

Rivelatori di Particelle



Caratteristiche degli apparati



Distribuzione tipica del segnale e del rumore del piedistallo in un rivelatore al silicio.

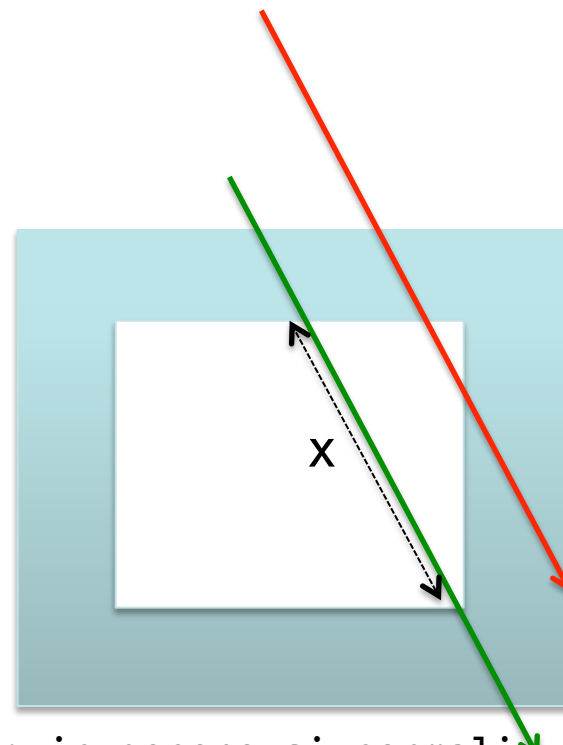
La sensibilit  dipende dal rapporto segnale/rumore, cio  dalle fluttuazioni del piedistallo, non dal suo valore assoluto, che viene sempre sottratto

$$S/N = (Q - Q_{ped})/\sigma_{Qped}$$

Caratteristiche degli apparati

Data una particella di energia fissa, la carica raccolta ha in generale una distribuzione perche':

- ❑ ci sono fluttuazioni statistiche del processo di perdita di E.
- ❑ $E_{\text{dep}} = (dE/dX) X \rightarrow$ lunghezze diverse, quindi E_{dep} diverse (nb: se lo spessore e' insufficiente, la carica generata $Q = (e/w)(dE/dX)X < 3\sigma_{\text{ped}}$ e non lo distinguo).
- ❑ le cariche generate percorrono diverse distanze del punto di generazione dal terminale di raccolta, cariche secondarie possono essere generate.
- ❑ ci sono perdite durante la raccolta.

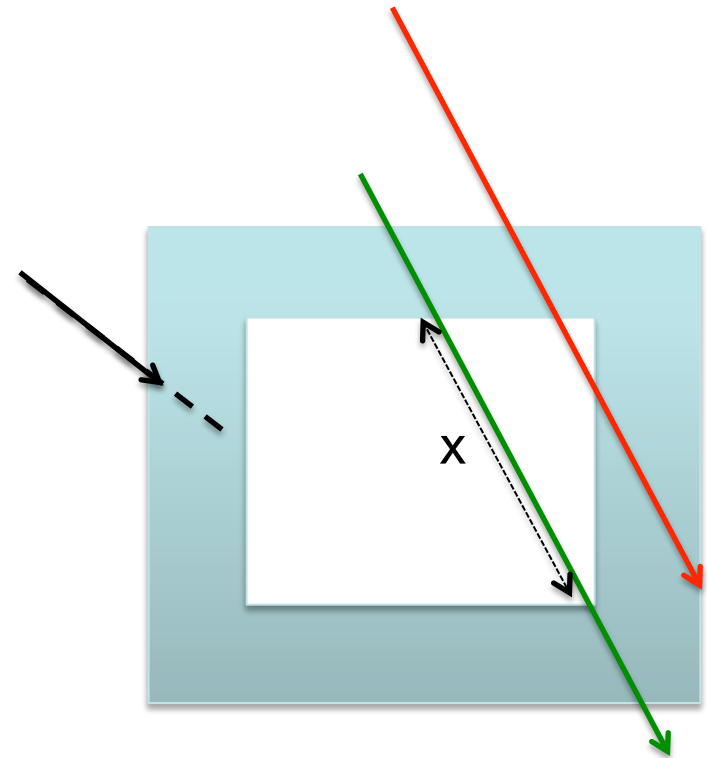


NB: in genere si normalizza la distribuzione allo spessore attraversato, purché siano disponibili informazioni sulla traiettoria (eg angolo di ingresso, posizione di ingresso e uscita)

Caratteristiche degli apparati

Altro fattore limitante è il **materiale** (passivo) all'entrata del volume sensibile dell'apparato. Lo **spessore** di tale materiale pone un **limite inferiore all'energia** che può essere rivelata poiché particelle di E troppo bassa hanno un range $<$ dello spessore e vengono assorbite nel materiale passivo o lo scattering multiplo può deviare "troppo" la particella, rendendo inaccurata la misura dell'impulso

Oppure, se c'è campo B , le particelle di E troppo bassa sono curvate troppo e non entrano/escono nel rivelatore.

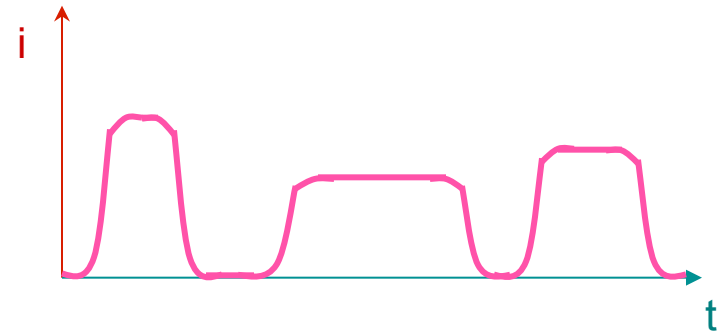


Significa che esiste una soglia di bassa energia al di sotto della quale le particelle non rilasciano segnale nel mezzo attivo

Caratteristiche degli apparati

Come già detto, altezza e durata dell'impulso possono variare a seconda del tipo di interazione e particella, della distanza dall'elettrodo di raccolta, diversa lunghezza percorsa nel volume attivo, per fluttuazioni statistiche dell'energia depositata, mobilità delle cariche, ...

Si ha quindi una sequenza temporale di impulsi di corrente di altezza e lunghezza variabili che "escono" dal rivelatore



Caratteristiche degli apparati

In any real situation, many particles will interact over a period of time.

If the incident flux is high, situations can arise in which current is flowing in the detector from more than one interaction at a given time.

Also recall that, because the arrival of particle is a random phenomenon governed by Poisson statistics, the time intervals between successive current pulses are also randomly distributed.



High rate: signal from more than one interaction

Low rate: separate current pulses

Caratteristiche degli apparati

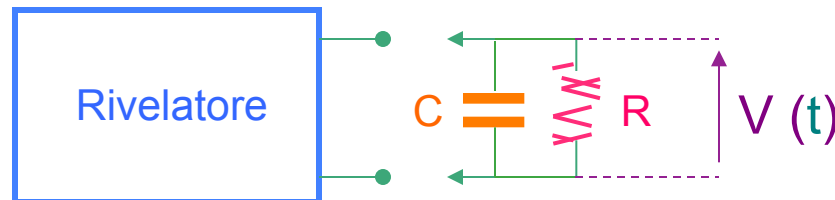
2 modi "fondamentali" di operazione distinti per raccogliere e misurare il "segnale" (in genere carica elettrica) nei rivelatori:

(nb: e' sottinteso un campo elettrico applicato)

-current mode



-pulse mode

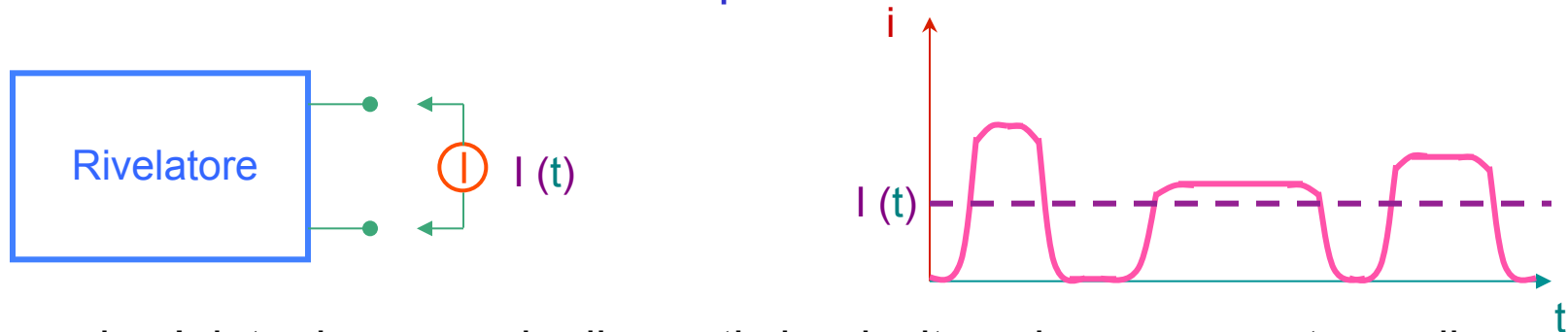


❑ *What is important is the response time T of readout circuit (ie the time needed to the circuitry to elaborate the signal, eg. charge/discharge time of capacitors):*

- *if the rate is $\ll 1/T$, single pulses can be distinguished,*
- *if the rate $\gg 1/T$, many pulses will be collected during T*

Caratteristiche degli apparati

- i. **current mode:** Il tempo di risposta del circuito di lettura > dell'intervallo di tempo tra eventi singoli → misura della corrente continua **media** prodotta dal rivelatore.



Il segnale e' dato da una serie di eventi che risultano in una corrente media

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

$T \gg$ del tempo tipico fra due impulsi.

Il modo semplice di misurare un segnale e' una misura di corrente. In questo modo un amperometro e' connesso all'uscita del rivelatore. Poiche' la corrente e' O(pa) o O(nA), e' necessario uno strumento preciso e sensibile. Anche amplificazione del segnale viene spesso usata.

Caratteristiche degli apparati

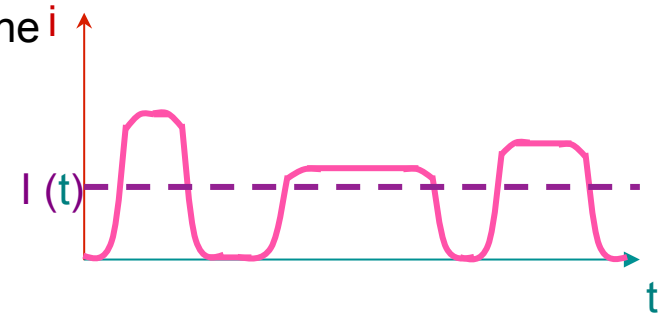
$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

If the response time T is long compared with the average time between individual current pulses from the detector, the effect is:

- to average out many of the fluctuations in the intervals between individual radiation interactions and
- to record an average current that depends on the product of the interaction rate and the charge per interaction.

In current mode, this time average of the individual current bursts serves as the basic signal that is recorded.

At any instant of time, however, there is a statistical uncertainty in this signal due to the random fluctuations in the arrival time of the event. Thus, the choice of large T will minimize statistical fluctuations in the signal but will also slow the response to rapid changes in the rate or nature of the radiation interactions.



Caratteristiche degli apparati

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t dt' i(t')$$

$T \sim 1 \text{ s} \rightarrow$ misuro corrente media $I \sim \bar{r} \bar{Q}$ ← carica media per interazione
rate media

dove $Q = e(E/W)$ con W = energia media di ionizzazione ed E energia media depositata nel rivelatore.

In tal caso la I misurata da info solo sul prodotto rQ . Non permette la misura dei singoli impulsi ne' del rate.

Da solo l'energia totale assorbita nel tempo T , cioe' permette di fare DOSIMETRIA.

E' tipicamente usato quando i rates sono molto alti perche' evita tempi morti (cfr. piu' avanti).

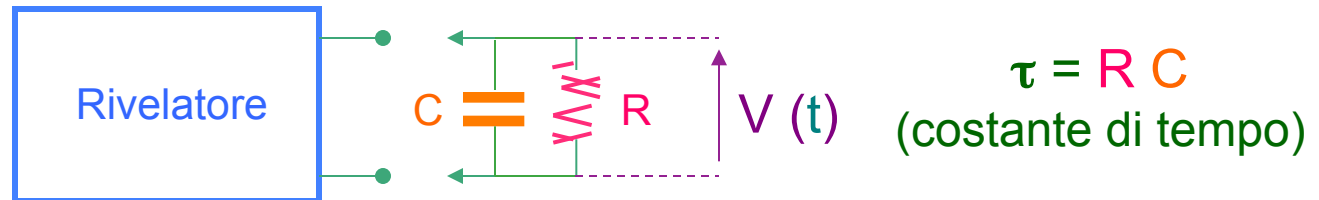
Nella maggior parte dei casi pero' siamo interessati sia al tempo di arrivo che all'energia depositata dalla singola particella, cioe' a misurare i singoli impulsi.

Caratteristiche degli apparati

- ❑ In *pulse mode operation*, the measurement instrumentation is designed to record each individual particle that interacts in the detector. In most common applications, the time integral of each burst of current, or the total charge Q , is recorded since the energy deposited in the detector is directly related to Q .
- ❑ **All detectors used to measure the energy of individual particles must be operated in pulse mode.**
- ❑ At very high event rates, pulse mode operation becomes impractical or even impossible. The time between adjacent events may become too short to carry out an adequate analysis, or the current pulses from successive events may overlap in time. In such cases, one can revert to alternative measurement techniques that respond to the time average taken over many individual events. This is the *current mode operation*.
- ❑ *What is important is the response time T of readout circuit (ie the time needed to the circuitry to elaborate the signal, eg. charge/discharge time of capacitors):*
 - *if the rate is $\ll 1/T$, single pulses can be distinguished,*
 - *if the rate $\gg 1/T$, many pulses will be collected during T*

Caratteristiche degli apparati

ii. pulse mode: registrazione di singolo impulso dal rivelatore

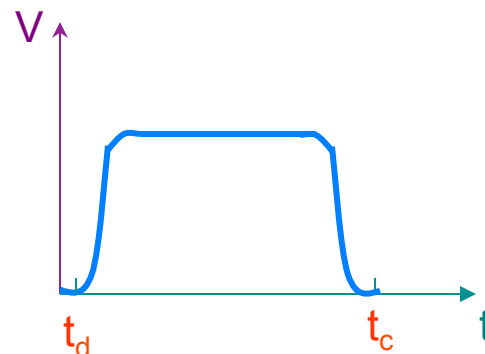


Il segnale prodotto da un singolo evento dipende dalle caratteristiche di ingresso del circuito a cui il rivelatore è collegato (di solito un pre amp).

Il circuito equivalente è (di solito) un RC parallelo, in cui R è la resist di ingresso del circuito e C è la somma della capacità del rivelatore, del circuito di lettura, dei cavi fra preamp e rivelatore (in serie).

Nella maggior parte dei casi, la **tensione** $V(t) = Ri(t)$ ai capi del resistore di carico è il "segnale" su cui il funzionamento in pulse mode è basato.

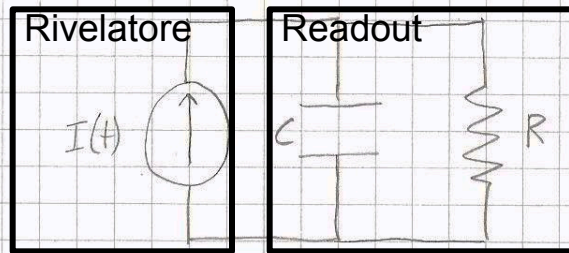
Il modo di funzionamento può essere classificato in base al confronto fra la costante di tempo RC del circuito di lettura e il tempo di raccolta del segnale t_c .



$$V(t) = R i(t)$$

Caratteristiche degli apparati

L'equazione del circuito, in cui il rivelatore e' schematizzato come un generatore di corrente $I(t)$, e'



$$I(t) = I_c + I_R$$

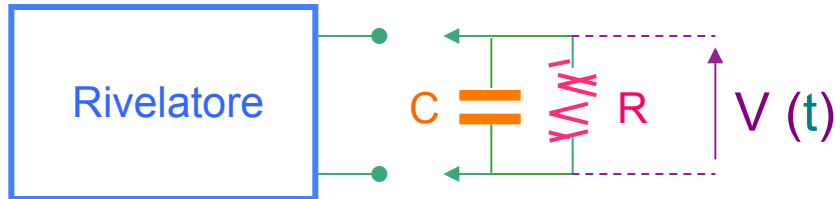
$$V_c = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = R I_R \quad \text{Derivo risp. a } t \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 0 \leq t \leq t_c : I &= I_0 & I_R(0) &= 0 \\ I_R(t) &= I_0 (1 - e^{-t/RC}) & \Rightarrow V(t) &= R I_0 (1 - e^{-t/RC}) \end{aligned}$$

Caratteristiche degli apparati

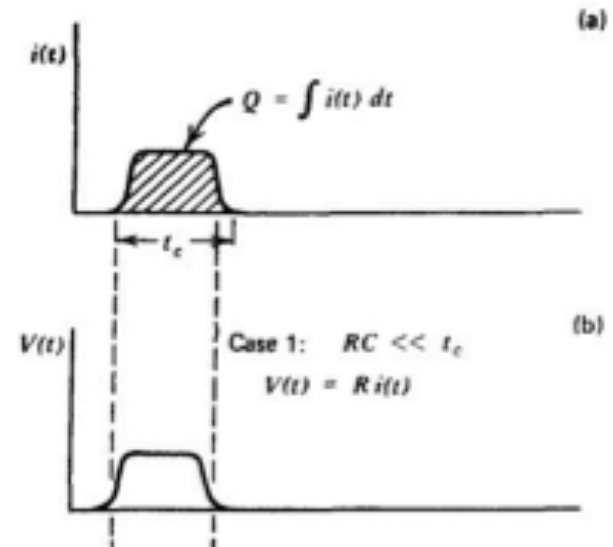


$$RC \ll t_c$$

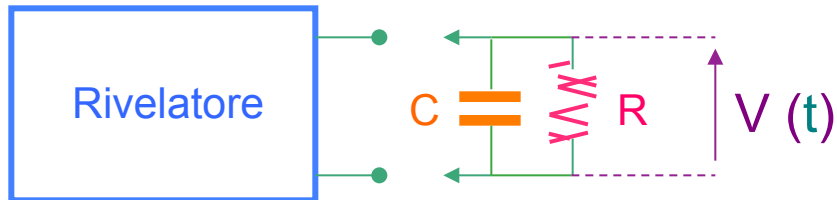
La corrente che passa in R e' uguale a quella istantanea nel rivelatore: $V(t < t_c) \approx RI_0$ dato che $\exp(-t/RC) \ll 1$

Il segnale $V(t)$ ha lo stesso andamento temporale della corrente prodotta nel rivelatore.

Questo modo e' usato quando l'informazione sul tempo di arrivo e' piu' importante della precisione sull'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

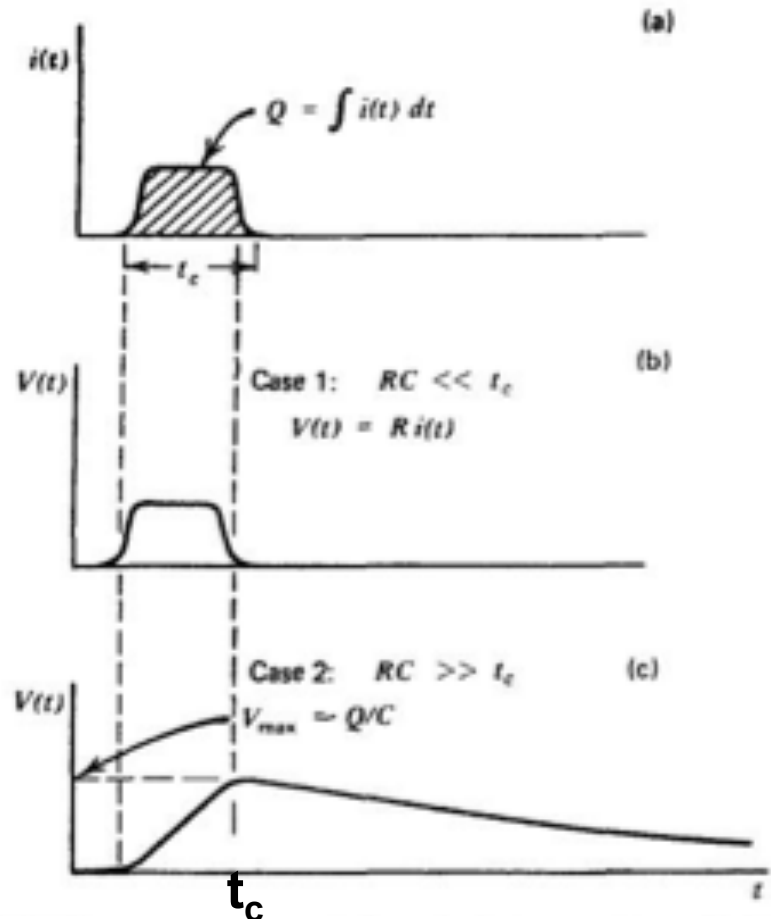


$RC \gg t_c$

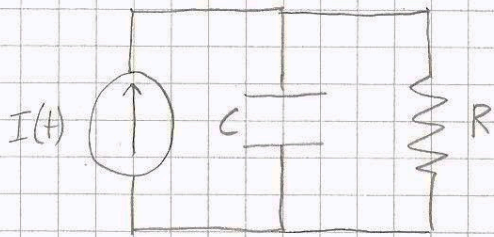
Questo e' il caso piu' frequente. In tal caso, c'e' poca corrente nel circuito durante la raccolta di carica, $I_R(t) = I_0 t / RC \ll I_0$, $t < t_c$.

La corrente del rivelatore e' momentaneamente integrata dalla capacita' (che si carica) fino a che l'impulso di corrente e' $\neq 0$.

Se il rate e' suff basso, C si scarica esponenzialmente attraverso R riportando $V(t)$ a zero.



Caratteristiche degli apparati



$$I(t) = I_c + I_R$$

$$V_c = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = R I_R \quad \text{Derivo risp. a } t \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

a) $0 \leq t \leq t_c : I = I_0 \quad I_R(0) = 0$

$$I_R(t) = I_0 (1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow V(t) = R I_0 (1 - e^{-t/RC})$$

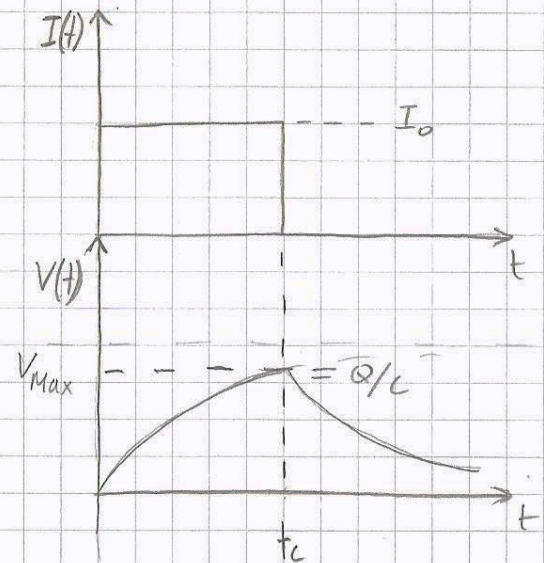
$$V \text{ e' max } @ t = t_c \quad V_{Max} = R I_0 (1 - e^{-t_c/RC})$$

$$\text{Poichu' } t_c \ll RC \Rightarrow V_{Max} \approx R I_0 \frac{t_c}{RC} = \frac{Q}{C}, \quad Q = I_0 t_c$$

b) $t > t_c : I = 0$ il circuito si scarica e $V(t_c) = V_{Max}$

la sol. e' semplicemente

$$V(t) = V_{Max} e^{-(t-t_c)/RC}$$



Caratteristiche degli apparati

Caratteristiche del segnale d'uscita:

❖ il tempo necessario a raggiungere il max (detto di salita) = t_c

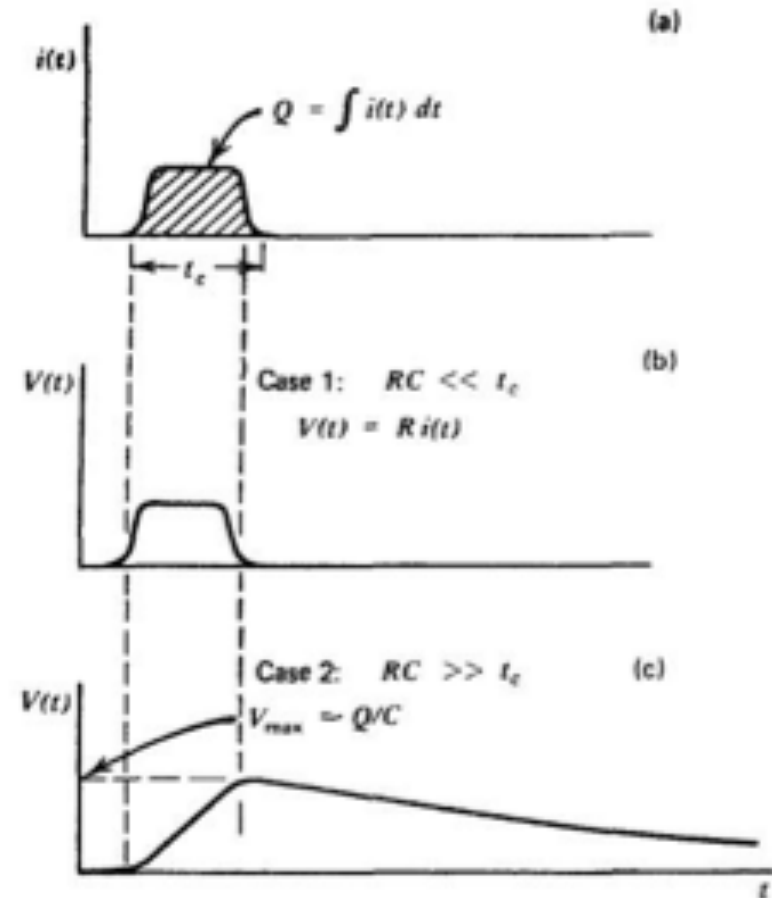
non dipende dal circuito di lettura ma solo dal tempo di raccolta nel rivelatore → proprietà del rivelatore

❖ il tempo di discesa = $\tau = RC$

determinato invece dal del circuito di lettura

❖ $C = \text{costante} \rightarrow V_{\max} = Q/C \propto \text{energia}$ rilasciata dato che $Q = eE_{\text{dep}}/W$

→ la tensione max misurata e' \propto all'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

N.B. – regime impulsivo è più conveniente:

- a) sensibilità più elevata (registro ogni singolo impulso e posso contarli)
- b) il limite inferiore al segnale e' fissato solo dal fondo di radiazione
- c) ampiezza impulso contiene info più importanti ai fini delle applicazioni (quando $\tau \gg t_c$) dato che $V_{\max} \propto E_{\text{dep}}$ e conosciamo il tempo di arrivo

nel regime corrente
queste info sono perdute



modo d' operazione più
comune: impulso $\oplus \tau \gg t_c$

Caratteristiche degli apparati

L'uscita di un rivelatore che funziona in pulse mode consiste in una sequenza di impulsi singoli creati dal passaggio di singole particelle nel volume attivo del rivelatore.

In genere si CONTANO gli impulsi.

Una misura del rate per unita' di tempo degli impulsi da una misura diretta del corrispondente rate di particelle, cioe' di quelle che attraversando il mezzo attivo interagiscono con esso, dando un segnale utile, ma non del flusso assoluto di particelle, poiche' non e' detto che tutte quelle emesse dalla sorgente colpiscano il rivelatore o interagiscano (cfr. efficienza e accettazione).

Inoltre, **l'ampiezza di ciascun impulso** dipende dalla quantita' di Q generata in ciascuna interazione e la distribuzione delle ampiezze dei segnali di tensione permette di avere info sulla particella incidente. Per es. se Q e' direttamente proporzionale all'energia della particella incidente, la distribuzione delle ampiezze dei segnali riflette quella dell'energia della particella incidente (eg calorimetri)

Caratteristiche degli apparati

When operating a radiation detector in pulse mode, each individual pulse amplitude carries important information regarding the charge generated by that particular interaction in the detector.

If we examine a large number of such pulses, their amplitudes will not all be the same. Variations may be due either to differences in the radiation energy or to fluctuations in the inherent response of the detector to monoenergetic radiation.

The pulse amplitude distribution is a fundamental property of the detector output which is routinely used to deduce information about the incident radiation or the operation of the detector itself.

The most common ways of displaying pulse amplitude information are through

- i) the differential pulse height distribution and**
- ii) integral pulse height distribution.**

This can be obtained using a multi-channel analyzer

Caratteristiche degli apparati

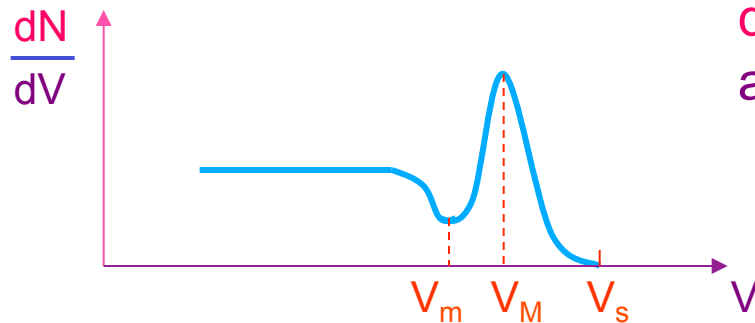
C. Spettro differenziale d'ampiezza:
 numero di impulsi con ampiezza tra
 V e $V + dV$

$$\frac{dN}{dV} \text{ vs } V$$

Si ricordi che
 $V_{\max} \propto E_{\text{dep}}$

V = ampiezza
 dell'impulso

dN = n. impulsi di
 ampiezza $\in [V, V + dV]$



The horizontal scale then has units of pulse amplitude (volts), whereas the vertical scale has units of inverse amplitude (volts)⁻¹

n. totale impulsi:

N.B. – $V > V_s \rightarrow \frac{dN}{dV} = 0$

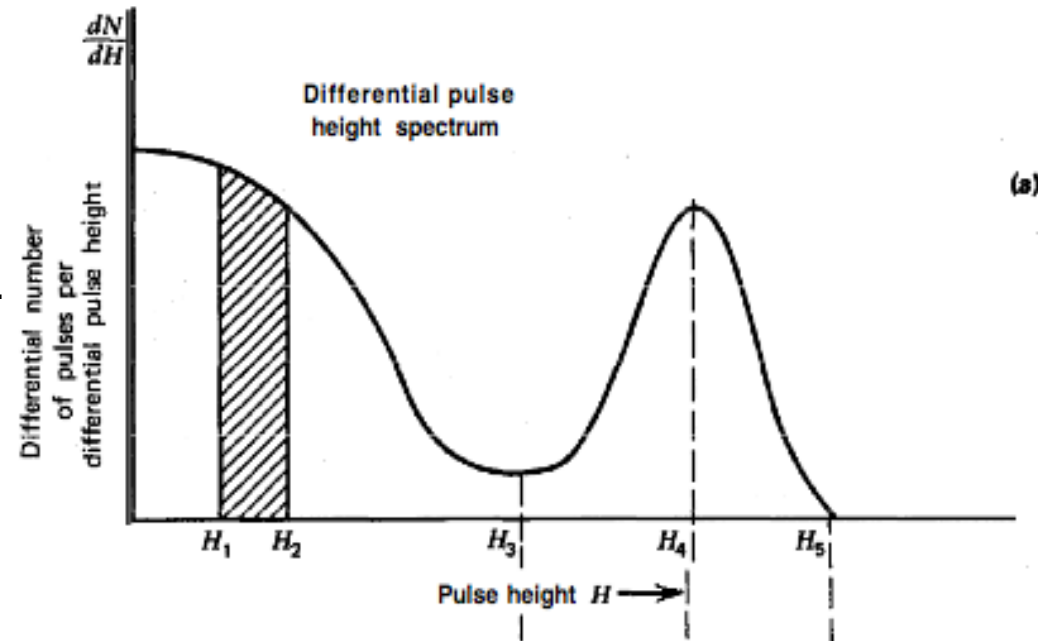
$$N_0 = \int_0^{\infty} dV \frac{dN}{dV}$$

Caratteristiche degli apparati

The shape of the differential pulse height distribution displays significant features about the source of the pulses.

The maximum pulse height observed H_5 is simply the point at which the distribution goes to 0. Peaks in the distribution, such as at H_4 , indicate pulse amplitudes about which a large number of pulses may be found.

On the other hand, valleys or low points in the spectrum, such as at pulse height H_3 , indicate values of the pulse amplitude around which relatively few pulses, occur.



The physical interpretation of differential pulse height spectra always involves areas under the spectrum between two given limits of pulse height. The value of the ordinate itself (dN/dH) has no physical significance until multiplied by an increment of the abscissa H .

$$\text{Number of pulses with amplitude between } H_1 \text{ and } H_2 = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dN}{dH} dH$$

Caratteristiche degli apparati

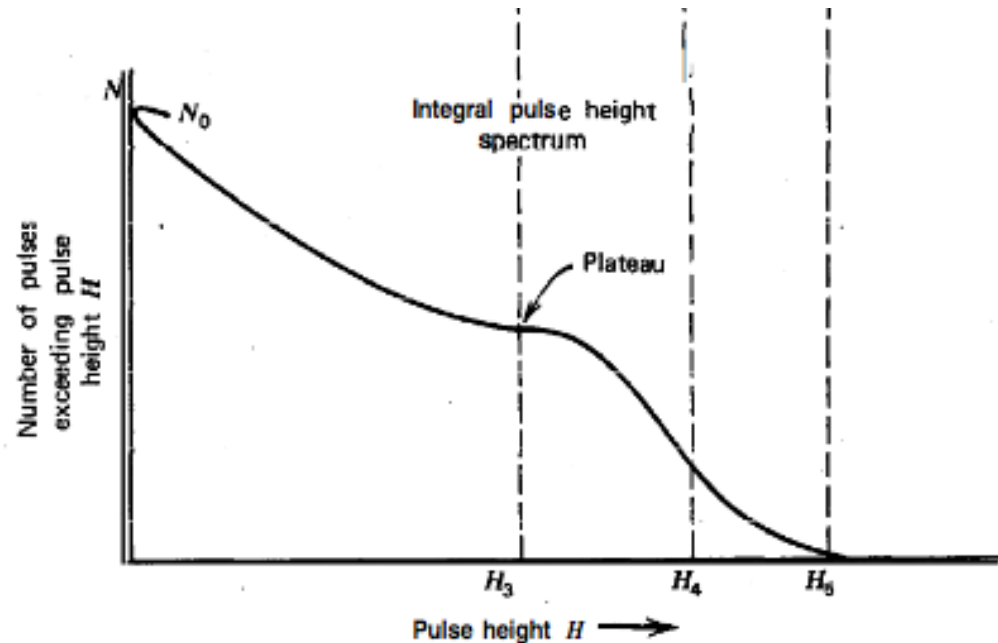
A less common way of displaying the same information about the distribution of pulse amplitudes is through the **integral pulse height distribution**.

The ordinate represents the # of pulses with amplitude exceeding a given value of the abscissa H .

$N = n.$ impulsi di ampiezza $\geq V$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

The ordinate N must always be a monotonically decreasing function of H because fewer and fewer pulses will lie above an amplitude H which is allowed to increase from 0.



Because all pulses have some finite amplitude, the value of the integral spectrum at $H=0$ must be the total number of pulses observed N_0 . The value of the integral distribution must decrease to zero at the maximum observed pulse height (H_5).

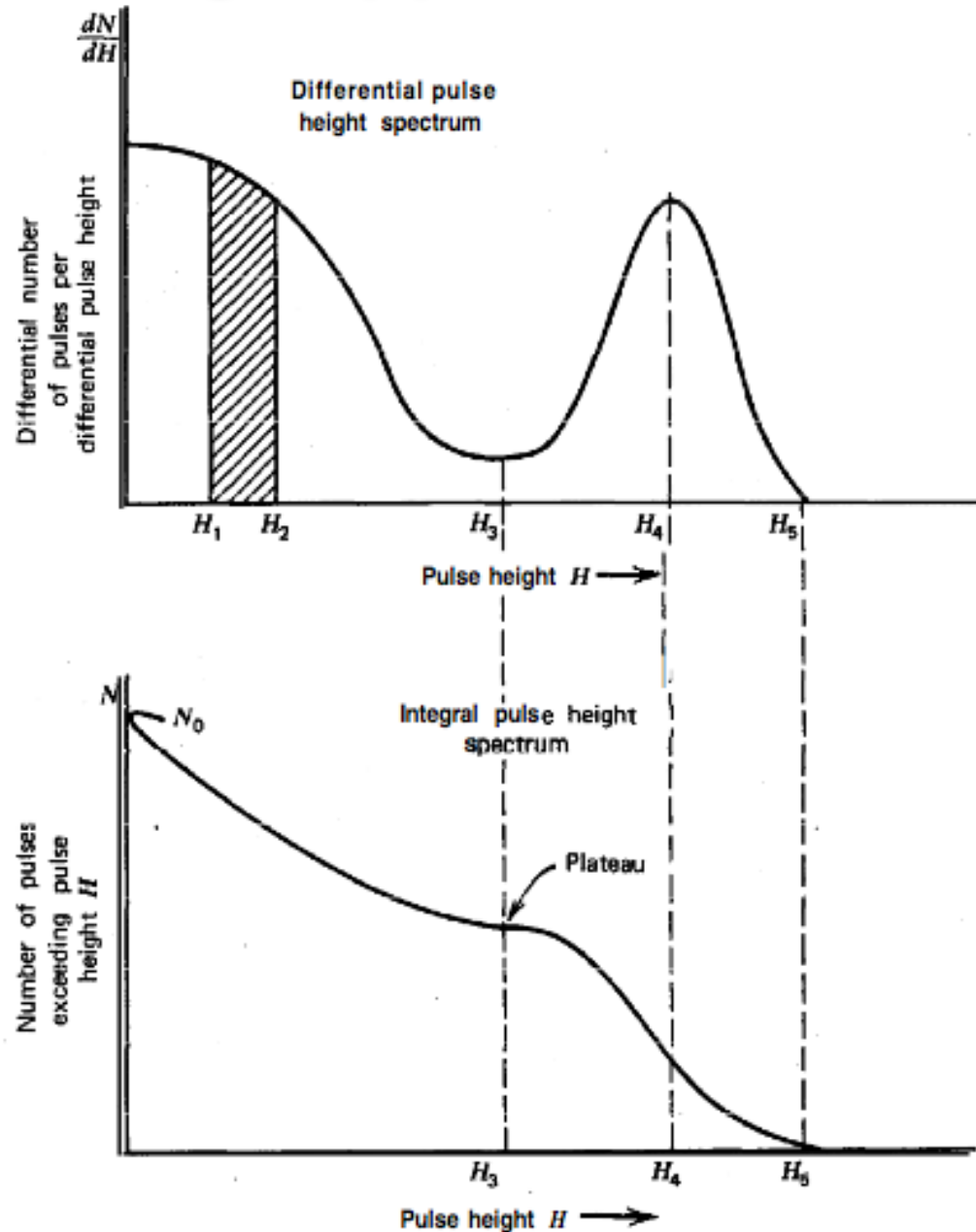
Caratteristiche degli apparati

The differential and integral distributions convey exactly the same information and one can be derived from the other.

The amplitude of the differential distribution at any pulse height H is given by the absolute value of the slope of the integral distribution at the same value.

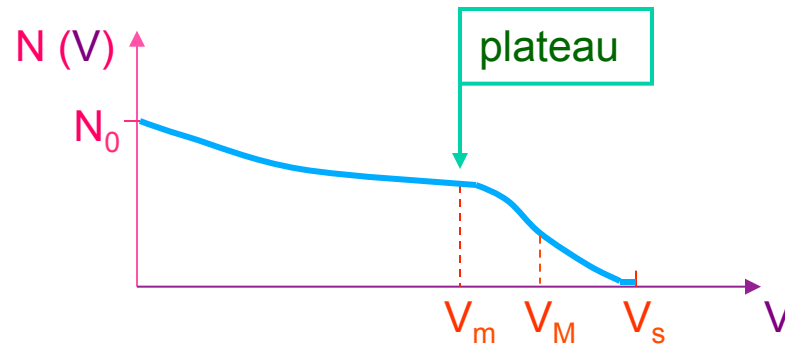
Where peaks appear in the differential distribution, such as H_4 , local maxima will occur in the slope of the integral distribution.

On the other hand, **where minima appear in the differential spectrum, such as H_3 , regions of minimum slope are observed in the integral distribution.**



Caratteristiche degli apparati

i. integrale N vs V



N = n. impulsi di ampiezza $\geq V$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

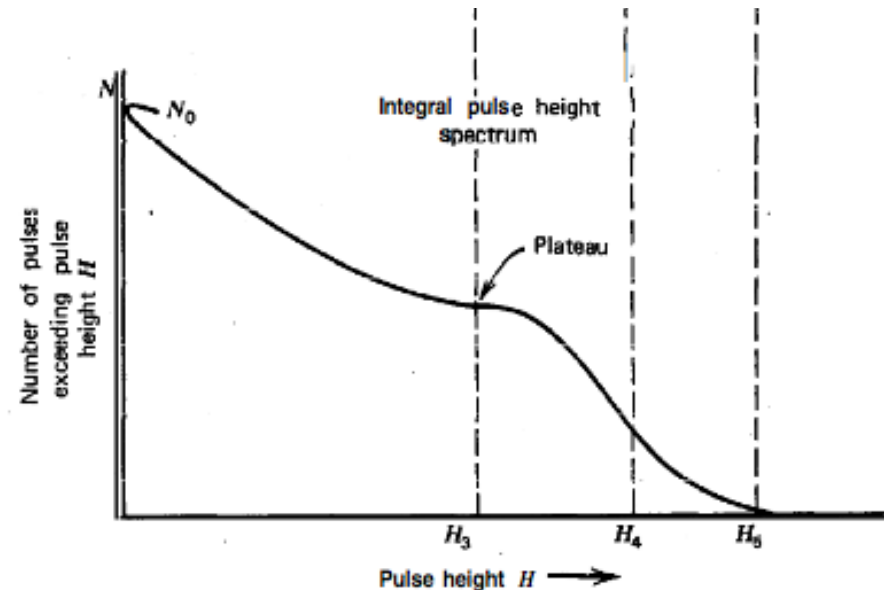
N.B. – $N(V)$ sempre monotona decrescente

- plateau è punto di lavoro conveniente: max. stabilità su tempi lunghi → piccole variazioni del livello degli impulsi hanno minima incidenza sul n. di impulsi registrati → funzionamento del rivelatore come contatore

Caratteristiche degli apparati

A common situation is that the pulses from the detector are fed to a counting device with a discrimination threshold. Signal pulses must be $> H_d$ in order to be registered by the counting circuit (because of noise for example). In setting up a counting measurement, it is often desirable to establish an operating point which will provide maximum stability over long periods of time. For example, small drifts in the value of H_d could be expected in any real application and one wants conditions under which these drifts would have minimal influence on the measured counts. One such stable operating point can be achieved at a discrimination point set at the level H_3 . Because the slope of the integral distribution is minimum at that point, small changes in H_d will have minimum impact on the total# of pulses recorded. In general, regions of minimum slope on the integral distribution are called **counting plateaus** and represent areas of operation in which minimum sensitivity to drifts in discrimination level are achieved. It should be noted that plateaus in the integral spectrum correspond to valleys in the differential distribution.

remember: a plateau here corresponds to a minimum in diff spectrum



Caratteristiche degli apparati

Usually a particle of defined E leads to a spectrum of signal amplitudes. **This is called the detector response function.** E.g. γ with definite E may interact with the detector material by Compton scattering resulting into a broad spectrum of deposited E due to the subsequent interaction of the recoil e^- . In contrast, charged particles with definite E stopped within the detector material will lead to a Gaussian distribution of signal amplitudes.

Spettri d'ampiezza



Funzione di risposta
del rivelatore

Spettro osservato dipende da:

- interazioni subite dalla radiazione (dipendenti da tipo ed energia della radiazione incidente)
- tipo e geometria del rivelatore

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) \ R(V,E)$$

risposta del
rivelatore

spettro in energia della
radiazione incidente

Caratteristiche degli apparati

Facciamo un esempio: un fascio monoenergetico di e^- colpisce un assorbitore spesso che stoppa in media le particelle.

Assumendo che gli e^- perdano E per collisione, idealmente lo spettro delle ampiezze di impulso e^- è gaussiano.

In pratica però, alcuni e^- sfuggono prima di aver depositato tutta la E o ci sono raggi $\delta \rightarrow$ code a bassa E_{dep} nello spettro; altri e^- emetteranno brems che di nuovo può sfuggire \rightarrow ancora code a bassa E_{dep}

Così la FdR del rivelatore per elettroni consiste in un picco gaussiano con delle code a bassa E_{dep} (queste code possono essere minimizzate usando materiali a basso Z).

Se invece usiamo γ , essi devono prima convertire in part. cariche, attraverso eff. fotoelettr., Compton e coppie. Nell'eff. fotoel., la E dei fotoelettroni è la stessa per tutti \rightarrow picco gaussiano; alcuni γ faranno però Compton \rightarrow gli e^- Compton hanno uno spettro continuo di E che compare nella FdR; le coppie danno ancora un picco.

Caratteristiche degli apparati

Stessi fotoni di 661 KeV in due differenti materiali

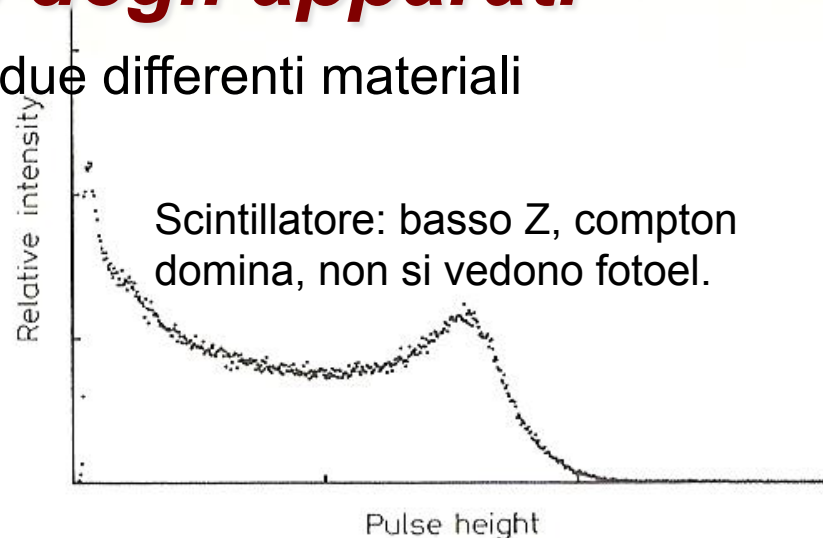
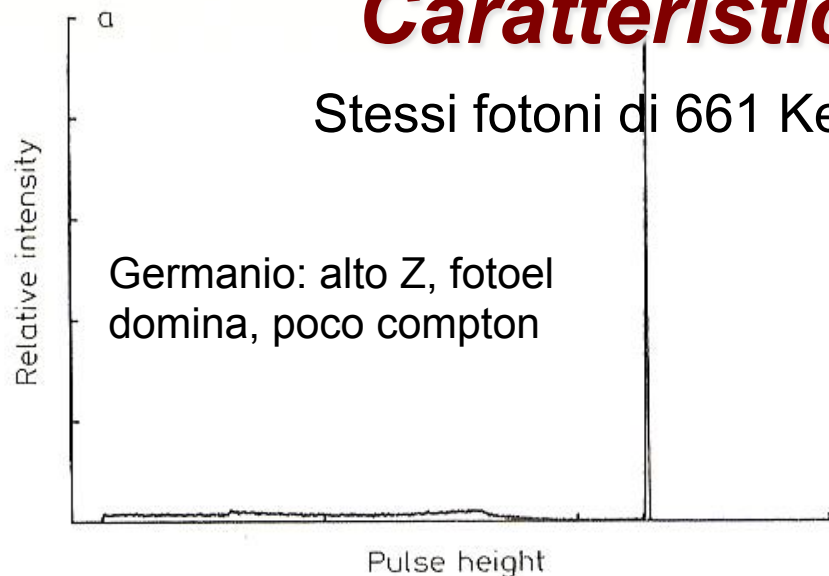


Fig. 5.2a, b. The response functions of two different detectors for 661 keV gamma rays. (a) shows the response of a germanium detector which has a large photoelectric cross section relative to the Compton scattering cross section at this energy. A large photopeak with a relatively small continuous Compton distribution is thus observed. (b) is the response of an organic scintillator detector. Since this material has a low atomic number Z , Compton scattering is predominant and only this distribution is seen in the response function.

Lo spettro osservato riflette semplicemente le differenti interazioni nel rivelatore. Poiche' l'intensita' relativa di ciascuna struttura nello spettro di ampiezza dipende dalle sez d'urto del processo, la FdR e' diversa a E differenti in differenti materiali per particelle diverse

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) \ R(V,E)$$

Per ottenere lo spettro S dai conteggi delle particelle incidenti occorre conoscere R ed invertire l'equazione. Ecco perche' ci piacerebbe tanto avere $R(V,E) = \delta(E - kV)$!! (k e' una costante per la conversione delle unita')

Caratteristiche degli apparati

A very important characteristic of each detector is its **efficiency**, that is, the **probability that a particle which passes through the detector is also seen by it**.

This efficiency ε can vary considerably depending on the type of detector and particle.

γ rays are measured in gas counters with probabilities on the order of a per cent, whereas charged particles in scintillation counters or gas detectors are seen with a probability of 100%. Neutrinos can only be recorded with extremely low probabilities ($\approx 10^{-18}$ for MeV neutrinos in a massive detector).

Caratteristiche degli apparati

E. Efficienza

2 tipi d'efficienza:

i. assoluta

$$\epsilon_T = \frac{N_R}{N_s}$$

n. impulsi rivelati

n. particelle emesse
dalla sorgente


funzione di:

- geometria del rivelatore
- probabilità d'interazione nel rivelatore

Caratteristiche degli apparati

ii. intrinseca $\epsilon_i = \frac{N_R}{N_i}$

n. particelle incidenti
sul rivelatore



funzione solo probabilità d'interazione nel rivelatore, i.e. dipende da:

- tipo & energia della radiazione
- materiale di cui è composto il rivelatore

N.B. – $\epsilon_T \rightarrow \epsilon_i$ elimina dipendenza geometrica: permane debole dipendenza dalla distanza sorgente - rivelatore

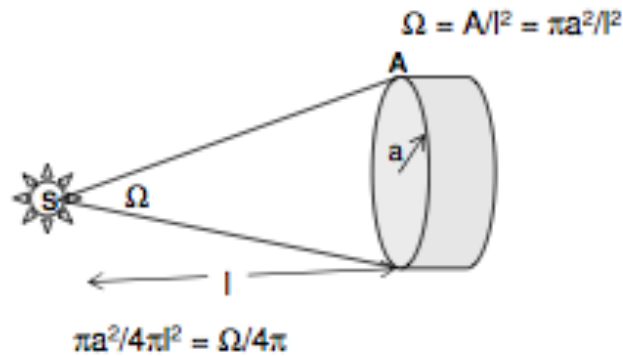
emissione isotropa $\longrightarrow \epsilon_T = \epsilon_i \Delta\Omega / 4\pi$

Caratteristiche degli apparati

- From the diagram,

$$\frac{N_{inci}}{N_{emitted}} = \frac{\Omega}{4\pi}$$

- $\eta_{abs} = \eta_{int} \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right)$



For a given η_{int} the abs eff depends on solid angle: the closer to the source, the higher is η_{abs}

To determine the efficiencies of the detector is one of the main tasks of any experimentalist!