

Particle Detectors

Lecture 6

22/04/17

a.a. 2016-2017

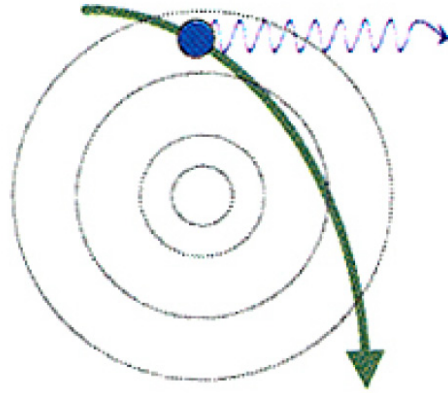
Emanuele Fiandrini

Processi radiativi

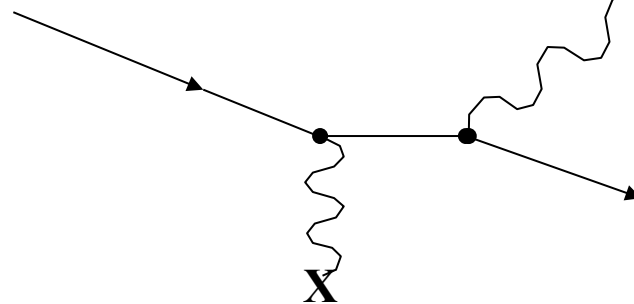
- Bremsstrahlung
- Interazioni fotoni-materia

Bremsstrahlung

La **bremsstrahlung** o **radiazione di frenamento** e' la radiazione associata con l'accelerazione di una particella carica in un campo elettrico.



La descrizione corretta e' quella quantistica poiche' possono essere emessi fotoni con energie paragonabili a quella della particella che emette, ma come nel caso della ionizzazione in molti casi si puo' usare un approccio classico o semi-classico (relativistico).



Particelle cariche emettono radiazione di brems quando attraversano un mezzo → processo di perdita di energia di cui va tenuto conto

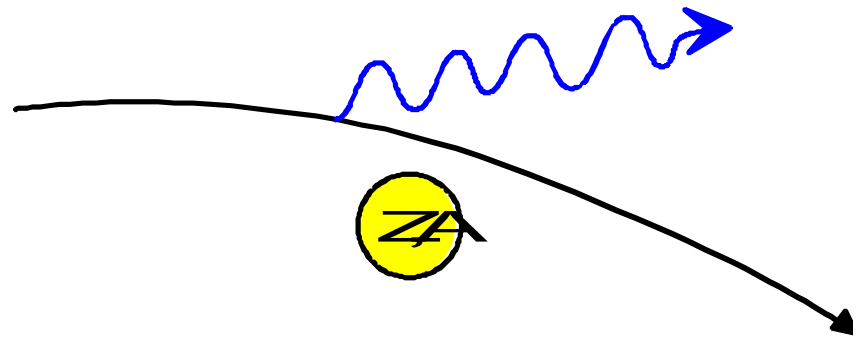
Bremsstrahlung

La particella incidente di alta energia viene accelerata dalla collisione col nucleo ed emette energia e.m.

Classicamente, la perdita di energia per collisioni col nucleo, come funzione del tempo è:

$$\frac{dE}{dt} = \left(\frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \right) a^2$$

dove a è l'accelerazione.

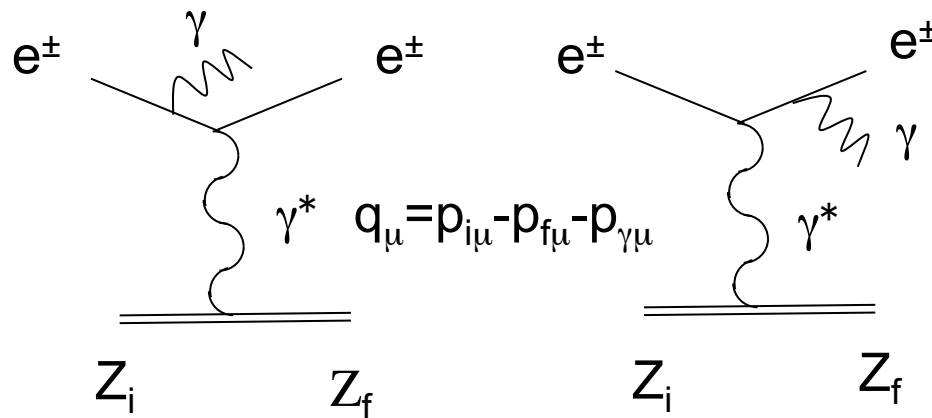


Brems e scattering multiplo

- Bisogna notare che il processo che dà luogo alla brems è l'urto delle particelle con i nuclei del mezzo attraversato.
- È lo stesso processo responsabile dello scattering multiplo: la deviazione delle particelle incidenti
- Una particella che attraversa un mezzo perde energia ANCHE per emissione radiativa, mentre viene deviata e urta gli elettroni atomici. Se $\beta > 1/n$ emette anche luce cerenkov

Bremsstrahlung su nuclei

I diagrammi di Feynman all'ordine più basso che descrivono la Brems sono:



1. Dobbiamo scambiare un fotone virtuale con il nucleo per conservare il quadrimpulso.
2. L'interazione non dipende dal segno della carica della particella incidente \rightarrow stessa sezione d'urto per particelle con la stessa $|Q|$, per es. e^\pm .

Relazione fra q e b

I fotoni hanno massa perche' sono virtuali. Il loro range e' dell'ordine di $b \sim h/q$

→ il momento minimo trasferito corrisponde a b_{\max} classico: $b_{\max} \sim h/q_{\min}$

→ il momento max trasferito corrisponde ad un urto centrale classico: $b_{\min} \sim h/q_{\max}$

L'impulso minimo trasferito e' $q_{\min} = \hbar\omega m^2 c^3 / 2E_i E_f$

corrisponde al caso in cui l'e- nello stato finale e il fotone emesso viaggiano nella stessa direzione iniziale dell'e-

Brems: sez d'urto su Ze

La sezione d'urto differenziale esatta a livello di Born di un e- di alta energia che colpisce un nucleo di carica Ze e'

$$d\sigma = 4Z^2\alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2 - \frac{2}{3}E_i E_f) (\ln \frac{2E_i E_f}{mc^2 \hbar \omega} - 1/2)]$$

= probabilita' di emettere un fotone di frequenza tra ω e $\omega+d\omega$ da parte di un e- di energia iniziale E_i e finale $E_f = E_i - \hbar\omega > 0$

Nel caso in cui la particella incidente ha $q = Z_1 e$ e massa M , nella sez d'urto compare un termine $Z_1^4 / (M/m_e)^2$

Sezione d'urto $\sim 1/M^2 \rightarrow$ importante solo per particelle leggere, cioe' e^\pm , ma anche μ a LHC

In approssimazione di Born, e' valida ad alte energie $E_i \gg mc^2$, dove l'effetto del campo di Coulomb del centro di scattering sull'e- entrante e uscente e' trascurabile, ie il nucleo "serve" solo a conservare il 4-momento durante il processo

Nel limite di basse frequenza dei fotoni emessi, $\hbar\omega \ll E_i \rightarrow E_i \approx E_f$

$$d\sigma \approx (16/3)Z^2\alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot (\ln \frac{2E_i^2}{mc^2 \hbar \omega} - 1/2) = (16/3)Z^2\alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot (\ln \frac{2mc^2 \gamma^2}{\hbar \omega} - 1/2)$$

Coincide con quella classica (a parte il fattore 1/2)

Bremsstrahlung su atomi

L'atomo, come centro di scattering, puo' essere considerato come centro di un potenziale la cui forma e'

$$V = Ze/r - e\sum_j |\vec{r} - \vec{r}_j|^{-1}$$

Con \mathbf{r} posizione dell'elettrone diffuso ed \mathbf{r}_j posizione dell j -esimo elettrone atomico

La presenza degli e- atomici fa si che sia necessario includere nel processo anche le transizioni atomiche e la ionizzazione durante lo scattering

La presenza degli e- atomici e' fattorizzata da fattori di forma (atomici) nella sezione d'urto differenziale che tengono conto dell'effetto di schermo degli e- sulla carica nucleare Ze

Brems: sez d'urto differenziale

La sezione d'urto brems di un e- che colpisce un atomo che si ottiene e'

$$d\sigma = \Phi(\omega)d\omega = \alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2)\phi_1 - \frac{2}{3}E_i E_f \phi_2] d\omega$$

Le ϕ_i sono i fattori di forma atomici, che fattorizzano la struttura dell'atomo (Ze + nuvola di e-), e dipendono da E_i , E_f e $\hbar\omega$ e non hanno in generale una forma semplice, se non nel caso di atomo completamente ionizzato o completamente schermato .

Nel caso di sistema di scattering di carica Ze, senza elettroni (atomo ionizzato), i fattori di forma si riducono a $\phi_1 = \phi_2 = Z^2 \phi_u$

con $\phi_u = 4 \ln\left(\frac{2E_i E_f}{mc^2 \hbar\omega} - 1/2\right)$ cioè $d\sigma$ si riduce a

$$d\sigma = 4Z^2 \alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2) - \frac{2}{3}E_i E_f] \left(\ln \frac{2E_i E_f}{mc^2 \hbar\omega} - 1/2\right)$$

I fattori di forma dipendono dal 4-impulso trasferito al nucleo durante lo scattering $\mathbf{q} = \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k - \hbar\mathbf{k}$

Brems: fattori di forma

$$d\sigma = \Phi(\omega)d\omega = \alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2)\phi_1 - \frac{2}{3}E_i E_f \phi_2]$$

$$\phi_u = 4 \ln\left(\frac{2E_i E_f}{mc^2 \hbar \omega} - 1/2\right)$$

L'effetto di schermo degli e- atomici e' parametrizzato da $\Delta = r_a/b_{\max} = r_a q_{\min}/\hbar$

La figura mostra le ϕ in funzione del parametro di screening Δ
per l'atomo di idrogeno

$$q_{\min} = \hbar \omega m^2 c^3 / 2E_i E_f$$

$$\Delta = \frac{100mc^2}{Z_2^{1/3}} \frac{\hbar \omega}{E_i E_f} = \frac{100mc^2}{Z_2^{1/3}} \frac{\hbar \omega / E_i}{E_i \left(1 - \hbar \omega / E_i\right)}$$

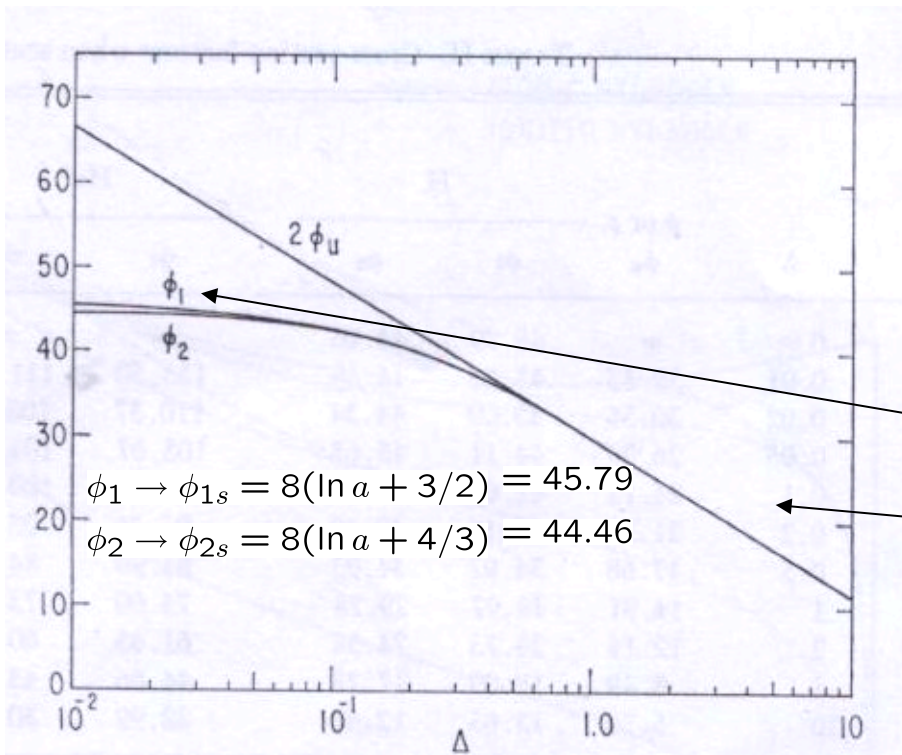


FIG. 9. The functions ϕ_1 and ϕ_2 for atomic hydrogen, as well as the unshielded function $2\phi_u$.

Data una frequenza ω , si vede la transizione da screening completo, $\Delta \ll 1$ (i.e. e- con $E_i \rightarrow \infty$), a screening debole $\Delta \gg 1$ (i.e. e- con $E_i \rightarrow 0$, in pratica bassa energia ma ancora relativistico) $2\phi_u$ e' la sez d'urto di un e- su un nucleo di H non schermato + la sez d'urto su un e- (libero) non schermato

$d\sigma$ e' ridotta a bassi Δ a causa dello screening della carica nucleare

Perdita di energia di e^\pm

$$\Delta = \frac{100mc^2}{Z_2^{1/3}} \frac{\hbar\omega}{E_i E_f} = \frac{100mc^2}{Z_2^{1/3}} \frac{\hbar\omega/E_i}{E_i \left(1 - \hbar\omega/E_i\right)}$$

E_i ed E_f sono l'energia iniziale e finale dell'elettrone. Δ è ottenuto dividendo il raggio dell'atomo $r_a = \hbar/(\alpha mc Z^{1/3})$ per il massimo valore permesso della distanza efficace \hbar/q . (essendo q il momento trasferito dall'elettrone al nucleo)

Si ha schermatura completa per $\Delta \approx 0$, condizione quasi sempre verificata tranne che per $\hbar\omega/E \sim 1$, cioè quando l'elettrone trasferisce tutta la sua energia al fotone irraggiato.

Brems: spettro di energia

$$d\sigma = \Phi(\omega)d\omega = \alpha r_e^2 \cdot \frac{d\omega}{\omega} \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2)\phi_1 - \frac{2}{3}E_i E_f \phi_2]$$

Per illustrare l'andamento di $d\sigma/d\omega$ conviene usare la frazione di energia emessa $\hbar\omega = E_f - E_i \equiv \epsilon E_i$ e per evitare la divergenza a $\omega=0$ usiamo lo spettro di energia $dE/d\omega = \hbar\omega d\sigma/d(\hbar\omega)$

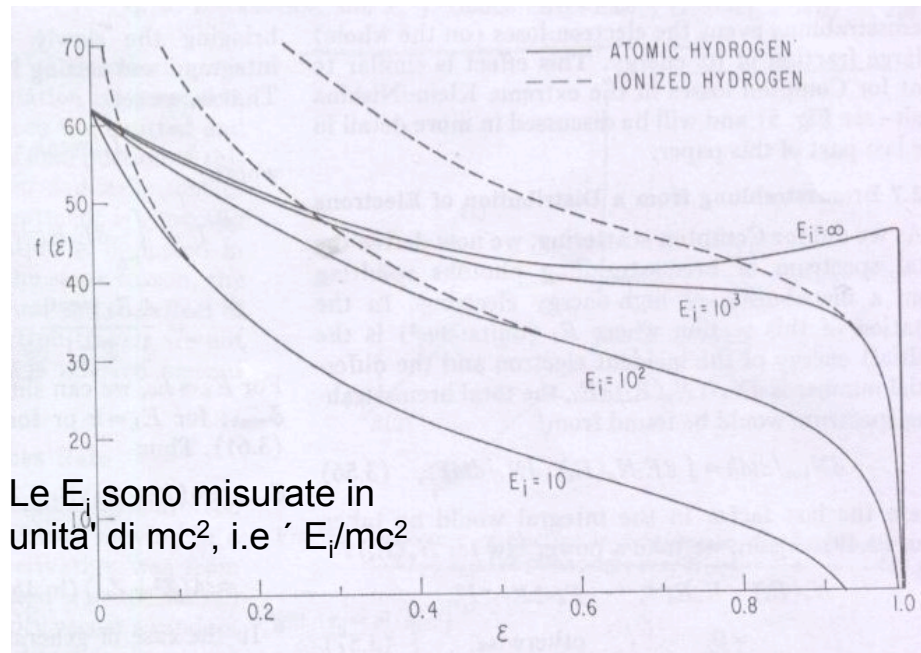
La dipendenza da ϵ si ottiene per sostituzione

$$\hbar\omega \frac{d\sigma}{d(\hbar\omega)} = \Phi(\omega) = \alpha r_e^2 \cdot \frac{1}{E_i^2} [(E_i^2 + E_f^2)\phi_1 - \frac{2}{3}E_i E_f \phi_2] = \alpha r_e^2 f(\epsilon)$$

$$f(\epsilon) = [1 + (1 - \epsilon)^2]\phi_1 - \frac{2}{3}(1 - \epsilon)\phi_2$$

La f non dipende da $\hbar\omega$ o da E_i , ma solo dalla frazione di energia emessa.

La f dipende dal parametro di screening Δ tramite Φ_1 ed Φ_2 . Fissato Δ , la f è "universale". Il numero di fotoni emessi diverge ma l'energia rimane finita.



Le E_i sono misurate in unità di mc^2 , i.e. E_i/mc^2

- Quando $E_i \rightarrow \infty$ lo spettro diventa piatto con un netto cutoff a $\epsilon = 1$
- Lo stato del mezzo (ionizzato o no) è importante a basse frequenze $d\sigma/d\omega$:
emissione maggiore per mezzo ionizzato

Perdita di energia di e^\pm

- i. Ad alta energia i fotoni sono emessi \sim collineari con l'elettrone incidente essendo l'angolo medio di emissione $\langle \theta \rangle = mc^2/E$, indipendente dall'energia del fotone emesso.
- ii. I fotoni emessi sono polarizzati con il vettore di polarizzazione \perp al piano formato dal fotone e l'elettrone incidente; la polarizzazione del γ dipende inoltre dalla polarizzazione dell' e incidente.
- iii. La σ differenziale, integrata sugli angoli di emissione del γ e di scattering della particella incidente di carica z_1 e massa M . è (nel caso di schermatura completa):

$$\frac{d\sigma}{d\omega} \approx \frac{4\alpha r_e^2}{\omega} z_1^4 z_2^2 \left(\frac{m}{M} \right)^2 \left[\left(1 + w^2 - \frac{2}{3}w \right) \cdot \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}} + \frac{w}{9} \right]$$

$$\text{dove } w = \frac{(E_i - \hbar\omega)}{E_i} \quad \text{e} \quad E_i \gg mc^2$$

Perdita di energia di e^\pm

$$\frac{d\sigma}{d\omega} \approx \frac{4\alpha r_e^2}{\omega} z_1^4 z_2^2 \left(\frac{m}{M}\right)^2 \left[\left(1 + w^2 - \frac{2}{3}w\right) \cdot \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}} + \frac{w}{9} \right] \quad \xrightarrow{M = m, z_1 = 1} \quad \frac{d\sigma}{d\omega} \approx \frac{4\alpha r_e^2}{\omega} z_2^2 \left[\left(1 + w^2 - \frac{2}{3}w\right) \cdot \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}} + \frac{w}{9} \right]$$

- ❑ La sezione d'urto va come $1/M^2 \rightarrow$ importante solo per e^\pm . (Nel seguito considereremo solo elettroni, massa m e carica $z_1 = 1$)
- ❑ Dipende dal mezzo attraversato tramite $z_2 \rightarrow$ elementi più pesanti fanno perdere più energia. La Bremss. avviene anche sugli elettroni dell'atomo $\rightarrow z^2 \rightarrow z(z+1)$ essendoci z elettroni nell'atomo.
- ❑ Decresce al crescere dell'energia del fotone ($1/\omega$).

L'importanza principale degli elettroni atomici è il loro effetto di schermo. Classicamente quando il parametro d'impatto è $>$ del raggio atomico ci attendiamo una σ molto piccola in quanto gli e^- schermano la carica del nucleo \rightarrow la particella incidente vede una carica più piccola. b_{\max} (fisso $\hbar\omega$) si ottiene per q_{\min} (q = impulso trasferito al nucleo) e q_{\min} è determinato dal raggio dell'atomo, più che dal minimo valore cinematico che può assumere.

Questo fenomeno si chiama schermatura completa.

Quanto detto è vero anche per una trattazione quantistica perché possiamo sempre definire una distanza efficace della particella incidente dal nucleo = \hbar/q .

Perdita di energia di e^\pm

1. $d\sigma/d\omega \rightarrow \infty$ per $\omega \rightarrow 0$ divergenza infrarossa, eliminata con effetti di interferenza \rightarrow la formula non è valida per $k \rightarrow 0$
2. $d\sigma/d\omega$ dipende da $w=E_f/E_i$, non esplicitamente dall'energia dell'elettrone
3. dipende dal mezzo attraversato (Z_2^2)

$$\frac{d\sigma}{d\omega} \approx \frac{4\alpha Z_2^2 r_e^2}{\omega} \left[\left(1 + w^2 - \frac{2}{3}w \right) \cdot \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}} + \frac{w}{9} \right]$$

Brems: perdita di energia

La perdita totale di energia in uno spessore dx in un materiale con densità n_s si ottiene considerando che, per definizione di sez d'urto, la perdita di energia nel volume di interazione $dV = d\sigma dx$ e' $-dE = \epsilon d\sigma dx$, $d\sigma$ e' la sez d'urto per l'emissione di fotoni con $\epsilon = h\nu$ fra ϵ e $\epsilon+d\epsilon$. La perdita totale si ha integrando su tutte le possibili perdite fra 0 ed E_i

Esprimiamo tutto in funzione di ϵ

$$h\nu = E_f - E_i = \epsilon E_i$$

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dx} &= n_s \int_0^{E_i} h\nu \frac{d\sigma_s}{d(h\nu)} d(h\nu) = n_s \alpha r_e^2 \int_0^{E_i} [1 + (1 - \epsilon)^2] \phi_1 - \frac{2}{3} (1 - \epsilon) \phi_2 d(h\nu) \\ &= n_s \alpha r_e^2 E_i \left\{ \int_0^1 [1 + (1 - \epsilon)^2] \phi_1 - \frac{2}{3} (1 - \epsilon) \phi_2 \right\} \frac{d(h\nu)}{E_i} = n_s \alpha r_e^2 E_i \int_0^1 f(\epsilon) d\epsilon \end{aligned}$$

L'integrale e' un numero, che determina l'intensita' assoluta dell'emissione ma non la sua forma e dipende dal parametro di screening

➔ la potenza totale emessa dipende linearmente da E_i

Bisogna scegliere le ϕ_i in accordo alla situazione fisica: l'intensita' dell'emissione dipende dallo stato di ionizzazione del mezzo (cioe' se si ha shielding forte ($\Delta \ll 1$) o shielding debole ($\Delta \gg 1$)) e dall'energia della particella incidente

Perdita di energia di e^\pm

Nel caso di **screening completo** (il piu' frequente) la perdita specifica di energia per bremsstrahlung di un **eletttrone** che attraversa del materiale è:

$$-\left.\frac{dE}{dx}\right|_{Br} = \int_0^{k_{\max}} kn_a \cdot \frac{d\sigma}{dk} dk = 4\rho N_A \frac{Z_2^2}{A} r_e^2 \alpha E_i \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}} \quad \text{ovvero}$$

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{L_0}$$

$k_{\max} = E_i - mc^2$ è la massima energia possibile del fotone.

con

$$L_0 = \frac{A}{4\alpha N_o \rho Z_2^2 r_e^2 \ln \frac{183}{Z_2^{1/3}}} \quad (cm)$$

n_a =numero di atomi per cm^3 .

N_A è il numero di Avogadro

$X_0 = L_0 \rho$ e' la lunghezza di radiazione espressa in g/cm^2

A è il peso atomico

Un' approssimazione utile per i calcoli è:

ρ è la densità del materiale

$$X_0 = \frac{716.4 \cdot A}{Z_2^2 \ln \frac{287}{Z_2^{1/2}}} \quad (g/cm^2)$$

Perdita di energia di e^\pm

La formula $-dE/dx=E/X_0$ è molto utile in quanto esplicita la dipendenza della perdita di energia della particella incidente dalle proprietà del materiale attraversato contenute in X_0 .

Integrando otteniamo:

$$E=E_0 e^{-x/X_0}$$

Questa funzione descrive come varia l'energia di un elettrone in funzione dello spessore attraversato: l'attenuazione esponenziale dell'energia degli elettroni per Bremsstrahlung. Dopo avere attraversato un tratto $x=X_0$ l'energia si è ridotta di un fattore $1/e$.

La X_0 di un composto può essere approssimata da:

$$X_0 = 1/\sum_i (f_i / X_{0i})$$

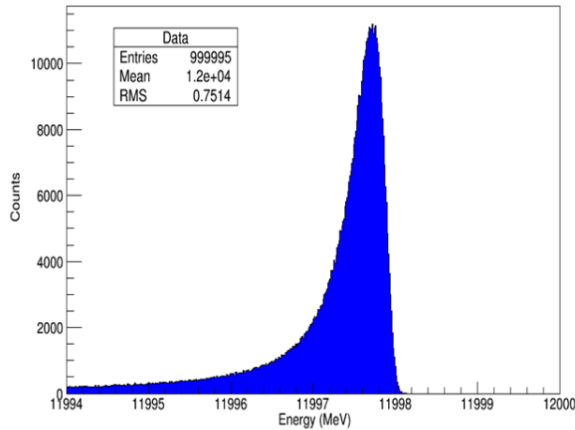
Dove f_i sono le frazioni in massa dei componenti con lunghezza di radiazione X_{0i}

La lunghezza di radiazione è espressa in g/cm^2 , ma dividendo per la densità si ottiene L_R = lunghezza di radiazione in cm.

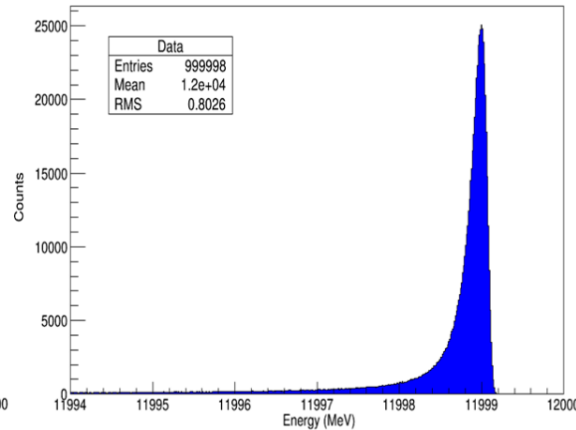
Si trovano normalmente tabulate sia X_0 che L_R .

Ricordiamo che la perdita di energia è in realtà $\propto 1/M^2$ della particella incidente \rightarrow importante solo per elettroni (e μ di alta energia). Nel definire la lunghezza di radiazione abbiamo considerato elettroni come particelle incidenti (r_e^2). In ogni caso X_0 ed L_R sono sempre tabulate per elettroni

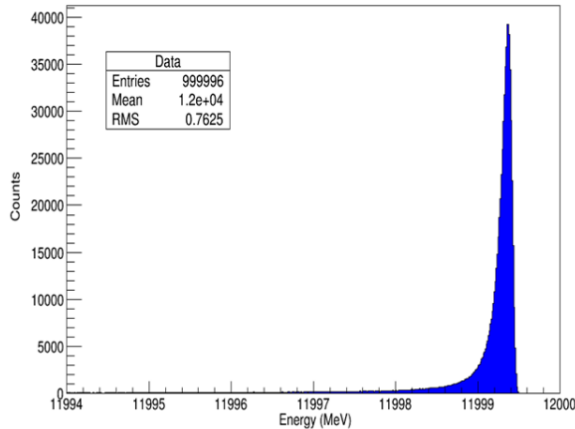
Energy Histogram - Graphite - 6.9 mm



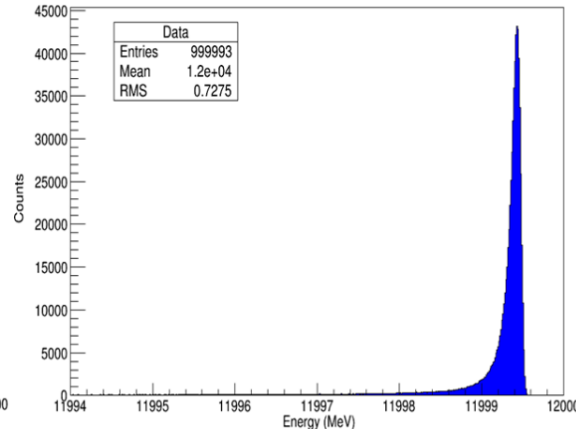
Energy Histogram - Silicon - 3.1 mm



Energy Histogram - Titanium - 1.15 mm



Energy Histogram - Iron - 600 um



$E = E_0 e^{-x/X_0}$ e' l'energia media alla profondita' x/X_0 . La distribuzione intorno al valore medio e' complicata.

Le code sono dovute all'emissione di fotoni energetici e sono di solito parametrizzate con simulazioni MonteCarlo.

Occorre minimizzarle in tutti i rivelatori che effettuano misure non distruttive, minimizzando lo spessore del materiale x/X_0 in unita' di X_0 ,

$$x/X_0 \ll 1$$

Si noti che X_0 e' lo stesso parametro che determina distribuzione dello scattering multiplo nel materiale

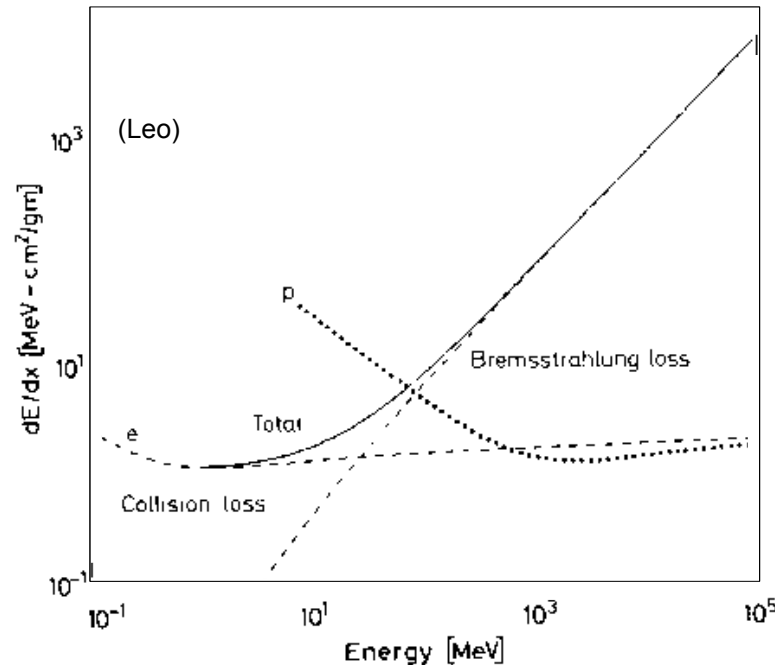
$$\theta_{ms} = z \frac{19.2}{\beta c p} [MeV] \sqrt{x/X_0} \left(1 + 0.038 \ln \left(\frac{x}{X_0} \right) \right)$$

$$\left. \frac{\sigma_p}{p} \right|_{MS} \propto \frac{1}{B \sqrt{L X_0}}$$

Perdita di energia di e^\pm

La perdita totale di energia e' la somma

$$dE/dx|_{\text{tot}} = dE/dx|_{\text{coll}} + dE/dx|_{\text{brems}}$$



energy loss
(radiative +
ionization) of
electrons and
protons in copper

Ricordiamo che si ha una probabilità non trascurabile di emettere fotoni di alta energia → la distribuzione delle perdite di energia è molto larga.

Perdita di energia di e^\pm

Energia critica.

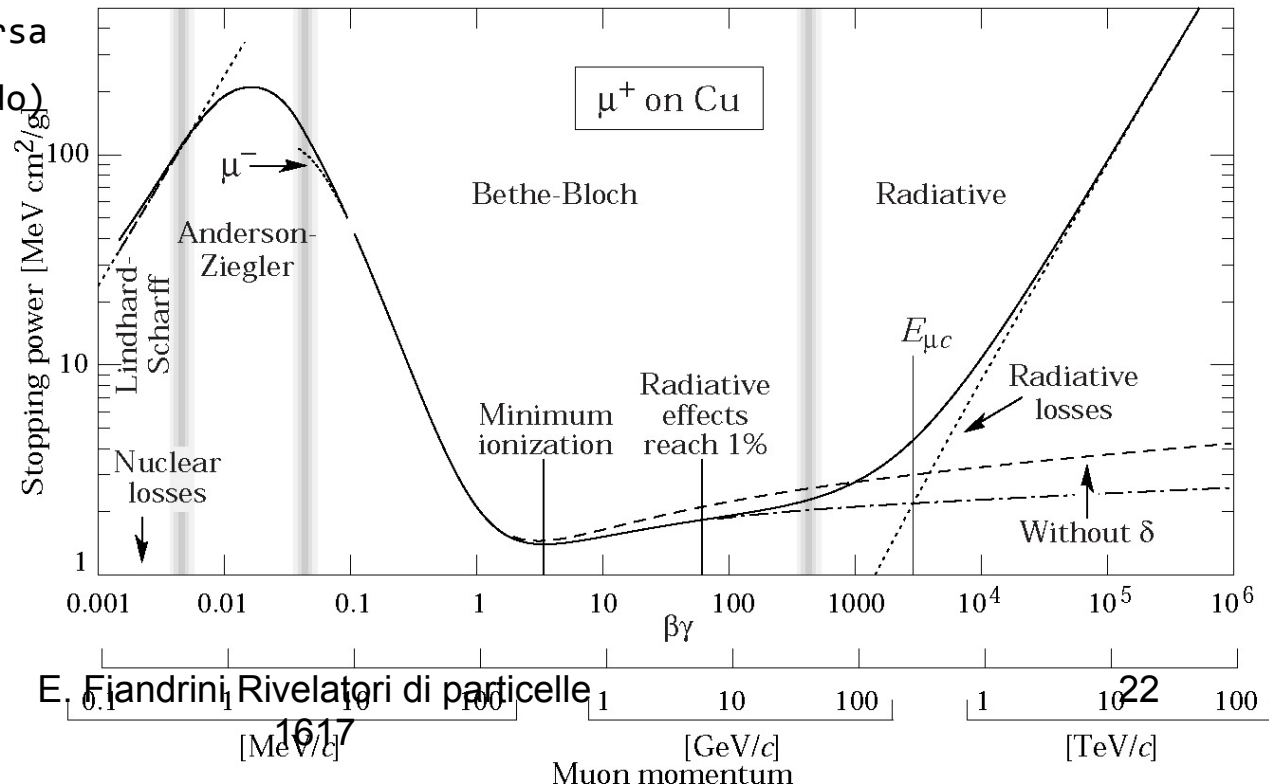
L'energia critica E_c è quell'energia alla quale le perdite per ionizzazione e bremsstrahlung sono uguali.

$$dE/dx|_{\text{coll}} = dE/dx|_{\text{brems}}$$

- per elettroni incidenti in liquidi o solidi $E_c = 610/(Z+1.24)$ MeV.
- per elettroni incidenti in gas $E_c = 710/(Z+0.92)$ MeV

La differenza è dovuta ad un minore effetto densità nei gas che nei solidi o liquidi. Per un elettrone che attraversa un solido od un liquido l'energia critica è di qualche decina di MeV.

Nel caso di un μ che attraversa un materiale (solido o liquido) l'energia critica scala come il rapporto delle masse al quadrato.



Landau Pomeranchuk Migdal (*LPM*) effect

In a medium, a particle will be deviated by the collisions with the atomic nuclei

A high energy particle undergoing multiple soft scatterings from a medium will experience interference effects between adjacent scattering sites.

From Heisenberg's principle as the longitudinal momentum transfer gets small, the particles wavelength will increase $\lambda = h/p_t$,

if the wavelength becomes longer than the mean free path in the medium (the average distance between scattering sites) then the scatterings can no longer be treated as independent events, this is the LPM effect.

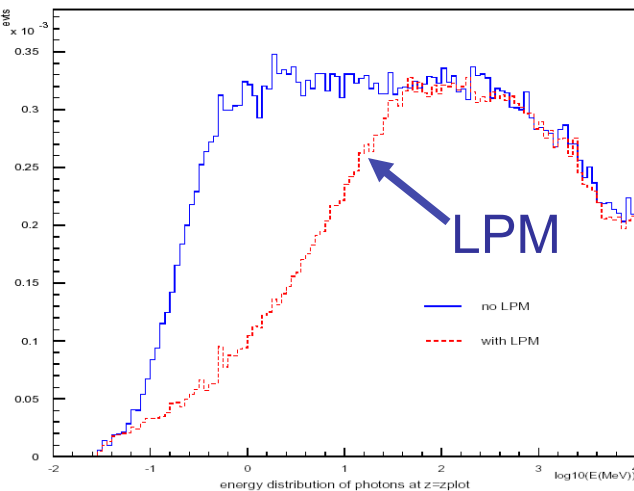
The spectrum for multiple scattering induced radiation assumes that the scatterings are independent, the quantum interference between successive scatterings caused by the LPM effect leads to suppression of the radiation spectrum relative to that predicted by Bethe-Heitler.

The suppression occurs at small photon energies.

Landau and Pomeranchuk showed that the formulas for bremsstrahlung and pair creation in matter which had been formulated by Bethe and Heitler (the Bethe-Heitler formula) were inapplicable at high energy or high matter density.

The effect of multiple Coulomb scattering by neighbouring atoms reduces the cross sections for pair production and bremsstrahlung. Migdal developed a formula applicable at high energies or high matter densities which accounted for these effects.

Landau Pomeranchuk Migdal (LPM) effect



In the bremsstrahlung process the longitudinal momentum transfer from the nucleus to the electron can be very small. For $E \gg mc^2$ and $E \gg k$:

$$q_{long} \sim \frac{k(mc^2)^2}{2E(E-k)} \sim \frac{k}{2\gamma^2}$$

Thus, the uncertainty principle requires that the emission take place over a comparatively long distance :

$$f_v \sim \frac{2\hbar c\gamma^2}{k} \quad (7)$$

f_v is called the **formation length** for bremsstrahlung in vacuum. It is the distance of coherence, or the distance required for the electron and photon to separate enough to be considered as separate particles. If anything happens to the electron or photon while traversing this distance, the emission can be disrupted.

The electron can multiple scatter with the atoms of the medium while it is still in the formation zone. If the angle of multiple scattering, θ_{ms} , is greater than the typical emission angle of the emitted photon, $\theta_{br} = mc^2/E$, the emission is suppressed.

In the gaussian approximation : $\theta_{ms}^2 = \frac{2\pi}{\alpha} \frac{1}{\gamma^2} \frac{f_v(k)}{X_0}$ where f_v is the formation length in vacuum, defined in equation 7.

Writing $\theta_{ms}^2 > \theta_{br}^2$ show that suppression becomes significant for photon energies below a certain value, given by

$$\frac{k}{E} < \frac{E}{E_{lpm}}$$

E_{lpm} is a **characteristic energy** of the effect :

$$E_{lpm} = \frac{\alpha^2}{4\pi} \frac{mc^2}{r_e} X_0 \sim (7.7 \text{ TeV/cm}) \times X_0 \text{ (cm)}$$

Perdita di energia di e^\pm

Annichilazione di e^+

Il destino finale dei positroni nella materia è l'annichilazione con un e^-

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma\gamma$$

Se l' e^- è legato al nucleo si può avere annichilazione in un solo γ , ma la σ è più bassa.

La σ_{ann} in 2 γ di un e^+ con energia nel laboratorio pari ad E è

$$\sigma_{ann} = \pi r_e^2 \frac{1}{\gamma + 1} \left[\frac{\gamma^2 + 4\gamma + 1}{\gamma^2 - 1} \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \frac{\gamma + 3}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} \right]$$

La σ è massima per $\gamma = E/m \rightarrow 1$. Il positrone prima perde energia e poi si annichila.

NOTA: si può anche formare il positronio che poi decade in $\gamma\gamma$ (singoletto) monocromatico o in $\gamma\gamma\gamma$ (tripletto)

Matter-photon interactions

Physical properties of photon:

massless: $m_{\text{ph}} = 0$

no electric charge: $Q_{\text{ph}} = 0$

spin: $S = 1$

energy: $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 = p^2c^2$

momentum: $p = \hbar k / 2\pi = \hbar \nu / c$

Photons are detected **indirectly** via interactions in the medium of the detector. In these processes charged particles are produced and recorded through their ionisation in the sensitive volume of the detector.

Interactions of photons are fundamentally different from ionisation processes of charged particles because in every photon interaction, the **photon is either completely absorbed** (photoelectric effect, pair production) **or scattered** through a relatively large angle (Compton effect).

Interazioni dei γ

Le principali interazioni dei fotoni con la materia che ci interessano sono ai fini della rivelazione:

- Effetto fotoelettrico
- Effetto Compton
- Produzione di coppie

Tutte queste interazioni sono di tipo elettromagnetico.

A queste va aggiunta la diffusione elastica o quasi elastica, ovvero diffusione Thomson e di Rayleigh

Interazioni dei γ

- For low energies ($500 \text{ keV} \geq E_\gamma \geq \text{ionisation energy}$) the photoelectric effect dominates,
$$\gamma + \text{atom} \rightarrow \text{atom}^+ + e^-$$
- In the range of medium energies ($E_\gamma \approx 1 \text{ MeV}$) the Compton effect, which is the scattering of photons off quasi-free atomic electrons,

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$$

has the largest cross section,

- and at higher energies ($E_\gamma \gg 1 \text{ MeV}$, typically 50 MeV) the cross section for pair production dominates,

$$\gamma + \text{nucleus} \rightarrow e^+ + e^- + \text{nucleus}$$

A basse energie possiamo avere scattering coerente (Rayleigh). Il fotone interagisce con tutti gli elettroni atomici, senza eccitarli od ionizzarli (nessuna perdita di energia). È il responsabile del cielo blu

Interazioni dei γ

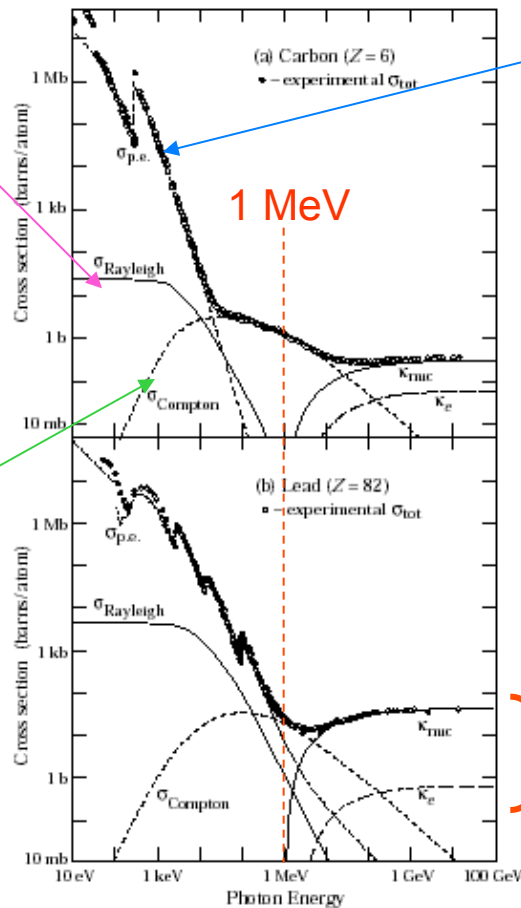
Le sezioni d'urto dei processi di interazione dei fotoni con la materia

Rayleigh
(cielo blu)

Compton

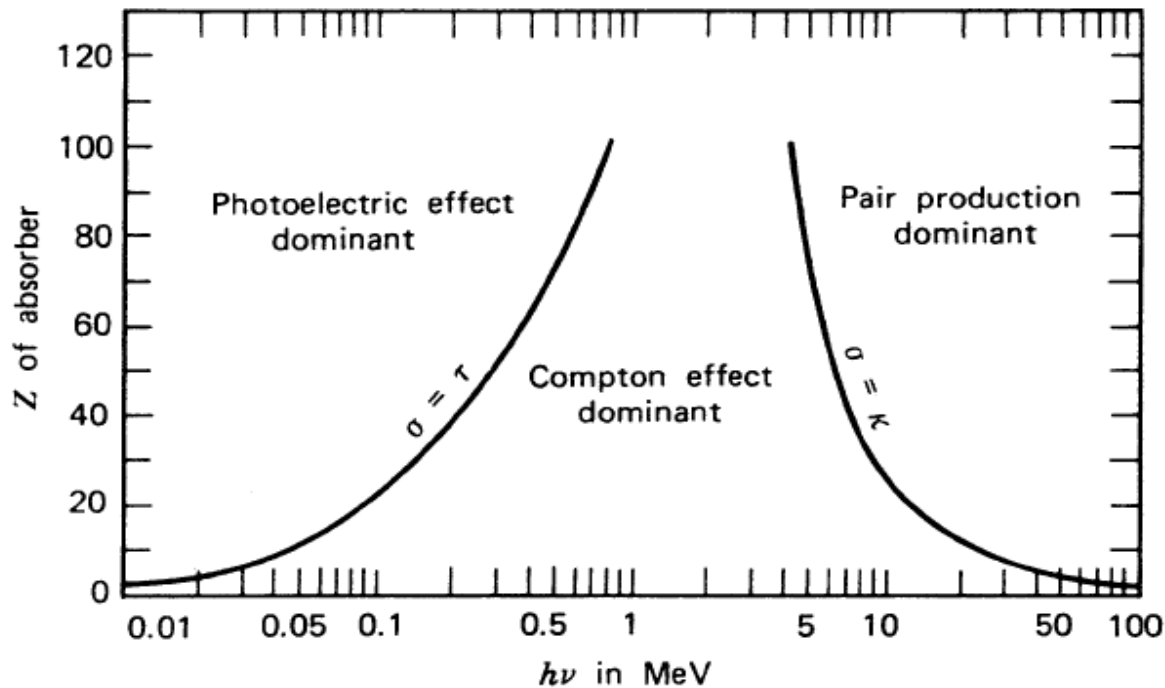
Fotoelettrico

Produzione di coppie



Photon Interactions

- Relative importance of the photoelectric effect, Compton scattering, and pair production versus energy and atomic number Z



(from Knoll)

The lines show the values of Z and $E_\gamma = h\nu$ where the two neighboring are equal.