Particle Detectors

Lecture 20
18/05/16

a.a. 2015-2016

Emanuele Fiandrini

Energy Measurement (Calorimetry)

Why measure energy ?

I) Not always practical to measure momentum.

An important contribution to *momentum resolution* is proportional to the *momentum*.

Example: suppose we want to measure the momentum of a charged particle such that we can tell whether it is positively or negatively charged (to within 3σ).

We demand: $\sigma_p/p < 0.33$

From previous notes, we found for measuring trajectory in a wire chamber (e.g. drift chamber)

$$\frac{\sigma_{p_\perp}}{p_\perp} = \sqrt{\frac{720}{n+4}}\frac{\sigma p_\perp}{(0.3BL^2)} \;\textbf{(m, GeV/c, T)}$$

Use BaBar or CDF-like parameters: B=1T, L=1m, n=100, σ=150μm and find the max measurable $p_\perp$:

$$p_\perp = (0.33)\sqrt{\frac{n+4}{720}}\frac{(0.3BL^2)}{\sigma} = (0.33)\sqrt{\frac{104}{720}}\frac{(0.3)(1)(1^2)}{1.5\times 10^{-4}} = 2.5\times 10^2\;\textbf{GeV/c}$$

Thus above ≈ 250 GeV/c we can't reliably measure the charge of the particle at the 3σ level.

☹ **There are practical limits on the values of B, L, σ, n, etc.**

II) Some interesting particles do not have electrical charge.

Momentum measurement using B-field only works for charged particles.

What about photons, π^0's and η's (both decay to $\gamma\gamma$), K_L's, neutrons, etc ?

In these cases, it is necessary to measure the particle energy, by absorbing it in some medium

Calorimetria

La misura del momento p e' limitata dal fatto che la misura deve essere non distruttiva, cioe' non deve alterare le grandezze cinematiche proprie della particella che attraversa il rivelatore (es. uno spettrometro magnetico).

Se si rilascia questo vincolo, si puo' misurare l'energia della particella tramite assorbimento completo in un mezzo opportuno. In tal caso si parla di calorimetria.

Il calorimetro non è altro che un blocco di materiale strumentato che risponde in maniera proporzionale all'energia depositata dalla particella che lo attraversa. È di conseguenza uno strumento essenzialmente usato per misurare E, ma, se segmentato e con fine granularità può anche fornire informazioni sul tipo di particella che lo attraversa. (Elettroni e gamma), adroni, μ danno una risposta diversa quando attraversano un calorimetro.

Misurare l'energia di una particella tramite un calorimetro è un metodo distruttivo, poiché la particella viene assorbita dal calorimetro ➔ e' piazzato **a valle di** tutti i rivelatori in cui la particella perde solo una frazione piccola della sua energia (es. tracciatori, sistemi TOF, rivelatori a cherenkov e TRD → sta alle estremita' di (quasi) degli apparati sperimentali.

Energy Deposition and Showering

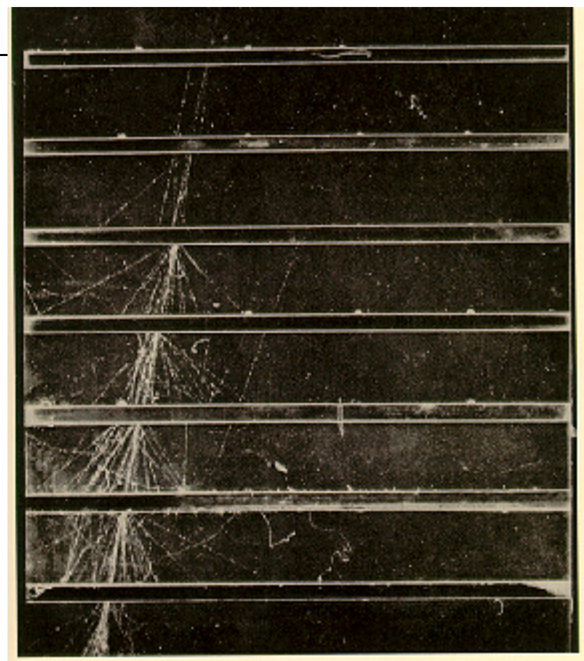
The key to calorimetry is the showering process.

In a shower the original particle interacts with the passive material creating many lower energy particles.

The low energy particles deposit energy (via ionization) in the active material.

The amount of ionization (or light) is proportional to the amount of energy deposited in the calorimeter.

Lead plates



Cloud chamber photo of an electromagnetic shower. A high energy electron initiates the shower. The electron radiates photons via bremsstrahlung when it goes through the first lead plate. The photons are converted to electrons and positrons by the lead and they in turn create new photons. This process continues until the photons are no longer energetic enough to undergo pair production.

Calorimetria

I calorimetri sono spesso classificati tramite il processo fisico che devono osservare:

Sciami elettromagnetici ➔ calorimetri elettromagnetici
Sciami adronici ➔ calorimetri adronici

Le interazioni e.m. iniziate da $e^{\pm}$ e γ sono molto diverse da quelle iniziate da adroni (cfr. sciami). Entrambe le interazioni producono particelle secondarie che perdono energia sciamando, ma i parametri dello sciame sono molto diversi ➔ pur usando materiali ed elettronica simili, le granularità, dimensioni, risoluzioni in energia e fluttuazioni sono diverse.

Mentre calorimetri e.m. possono raggiungere risoluzioni relative in energia (termine stocastico) $\sim(1\div2\%)/E^{1/2}$, quelli adronici non avranno mai una risoluzione migliore del $\sim(35\ \%\ )/E^{1/2}$.

Sciami elettromagnetici

Al di sopra di 1 GeV elettroni e fotoni interagiscono con la materia essenzialmente tramite bremsstrahlung (elettrone) e produzione di coppie (fotone). Questi processi creano γ ed e secondari che a loro volta interagiscono. Si crea così uno sciame di particelle secondarie fino al momento in cui l'energia di tali particelle è tale che il processo di interazione dominante diventa la perdita di energia per ionizzazione (Bethe Block).

L'energia alla quale la perdita di energia per radiazione (bremss.) e per collisione (Bethe-Block) sono uguali è chiamata energia critica E_c:

- per elettroni incidenti in liquidi o solidi $E_c=610/(Z+1.24)$ MeV.
- per elettroni incidenti in gas $E_c=710/(Z+0.92)$ MeV

Un elettrone incidente nella materia perde energia per bremss. come

$$dE/dx=E/X_0$$

Dove X_0 è la lunghezza di radiazione definita come la distanza media in cui un elettrone rimane con un'energia pari ad 1/e la sua energia iniziale. X_0 può essere approssimata da:

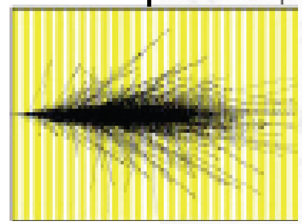
$$\boxed{X_0 = \frac{\left(716.4 g\cdot cm^{-2}\right) A}{Z(Z+1)\ln\left(287/\sqrt{Z}\right)}}$$

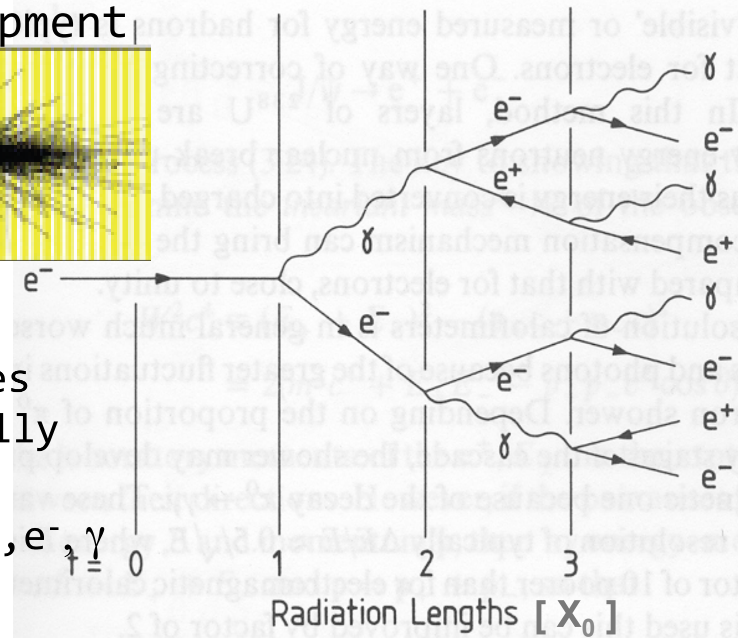
Dove Z ed A sono il numero atomico ed il peso atomico del materiale.

Electromagnetic Shower Development

A simple shower model

Two dimensionless variables: $t=x/X_0$ and $y=E/E_c$ govern shower development





Shower development:

Start with an electron with $E_0 \gg E_c$

→ After $1X_0$: 1 e^- and 1 γ, each with $E_0/2$

→ After $2X_0$: 2 e^-, 1 e^+ and 1 γ, each with $E_0/4$

→ After tX_0 :

$$N(t) = 2^t = e^{t\ln 2}$$

$$E(t) = E_0 / 2^t$$

→ Number of particles increases exponentially with t

→ equal number of e^+, e^-, γ

$$t(E') = \frac{\ln(E_0/E')}{\ln 2}$$

$$N(E > E') = \frac{1}{\ln 2}\frac{E_0}{E'}$$

→ Depth at which the energy of a shower particle equals some value E'

→ Number of particles in the shower with energy > E'

Maximum number of particles reached at $E = E_c$

Ec is the critical energy →

$$t_{\max} = \frac{\ln(E_0/E_c)}{\ln 2}$$

$$N_{\max} = e^{t_{\max}\ln 2} = E_0/E_c$$

When the particle E < Ec, absorption processes like ionisation for electrons and Compton and photoelectric effects for photons start to dominate.

Sciami elettromagnetici

Per un fotone parametro importante è il cammino libero medio X_γ, ovvero la distanza media che un fotone percorre prima di convertire in una coppia elettrone-positrone, cioè la distanza media dopo la quale un fascio N_0 di γ si è ridotto ad 1/e il suo valore iniziale. Si ha:

$$\boxed{X_\gamma = \frac{9}{7} X_0}$$

Siccome X_0 e X_γ sono quasi uguali significa che possiamo parametrizzare in maniera semplice lo sviluppo di uno sciame elettromagnetico.

Sviluppo longitudinale dello sciame $\boxed{\frac{dE}{dt} \propto t^\alpha e^{-t}}$ $t = x/x_0$

Massimo dello sciame $\boxed{t_{max} = \ln \frac{E_0}{E_c} \frac{1}{\ln 2}}$

Contenimento longitudinale $\boxed{t_{95\%} \approx t_{max} + 0.08Z + 9.6}$

Le dimensioni longitudinali dello sciame crescono solo logaritmicamente con E_0

Sciami elettromagnetici

Lo sviluppo trasversale dello sciame non è tanto dovuto agli angoli di emissione di γ od $e^{\pm}$ (entrambi molto piccoli) quanto allo scattering multiplo. 95% dello sciame è in un cilindro di raggio $2R_M$. (raggio di Moliere)

$$\boxed{R_M = \frac{21MeV}{E_c} X_0 \; \left[gr/cm^2\right]}$$

La somma di tutti i segmenti di traccia che emergono dalla cascata elettromagnetica può essere considerata la lunghezza di traccia totale ed è data da:

$$T = N_{max} X_0 = X_0 E_0 / E_c$$

In ogni calorimetro realistico esiste un'energia di taglio (cutoff) E_{cut} al di sotto della quale l'apparato non è più sensibile ai segmenti di traccia ➔ possiamo definire una lunghezza di traccia misurabile:

$$\boxed{T_d = F(\xi) T = F(\xi) X_0 \frac{E_0}{E_c} \quad \text{con } \xi \text{ proporzionale a } \frac{E_{cut}}{E_c}}$$

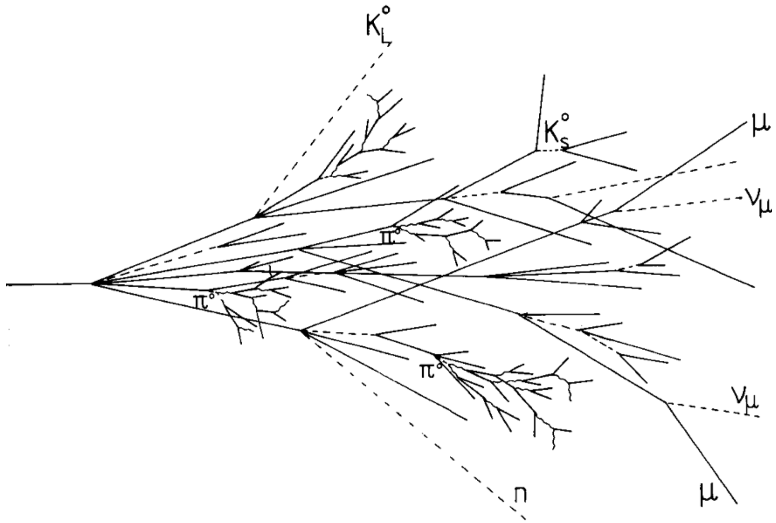
Cioè la lunghezza di traccia misurabile è proporzionale ad E_0. Il calorimetro ideale da una risposta proporzionale all'energia incidente e le fluttuazioni della lunghezza di traccia misurabile determinano la risoluzione intrinseca del calorimetro.

$$\boxed{\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{\sigma(T)}{T}}$$

Sciami adronici

Molti processi coinvolti → molto più complicate che gli sciami e.m.

$P_T \sim 350$ MeV → sciami adronici molto più larghi di quelli e.m. (95% in un cilindro di raggio λ_I)



Interazioni nucleari (forti)

In analogia alla lunghezza di interazione elettromagnetica possiamo definire una lunghezza di assorbimento –per reazioni anelastiche-

$$\lambda_a = A/(N_a\sigma_{inel})$$

Ed una lunghezza di interazione totale che comprende anche quelle elastiche

$$\lambda_I = A/(N_a\sigma_{total})$$

NB: e' tutto espresso in g/cm^2

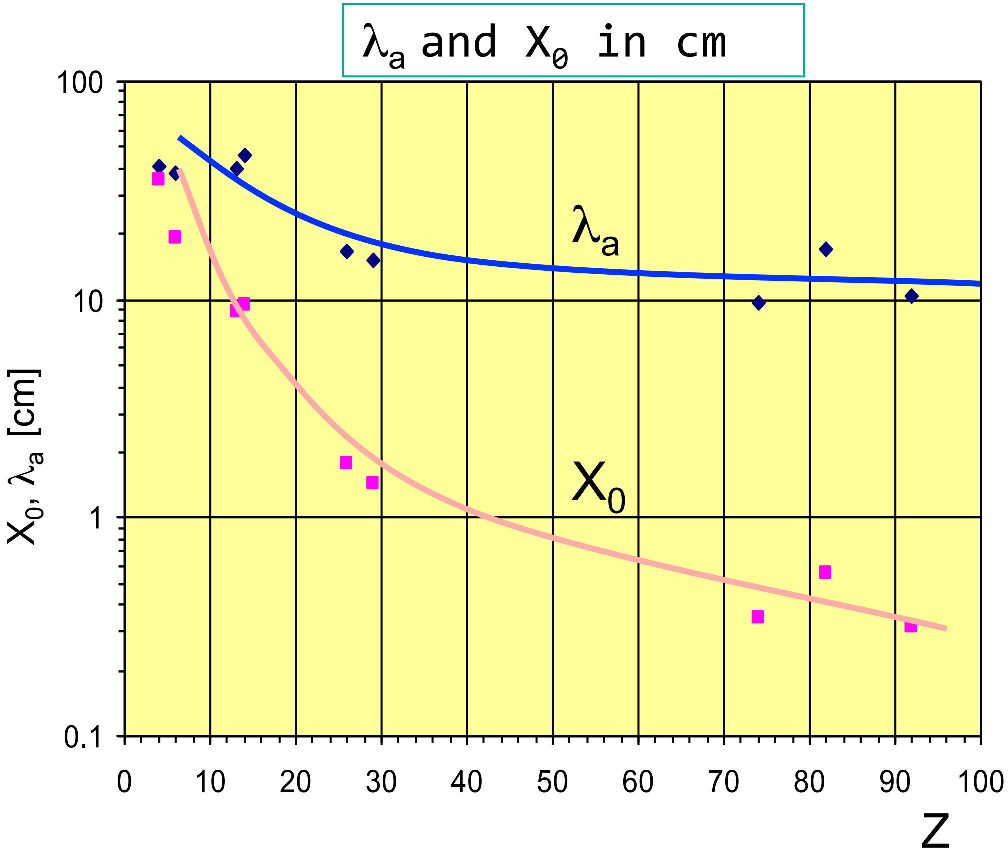
Ad alte energie (>qualche GeV) la sezione d'urto anelastica dipende poco dall'energia e dal tipo di particella incidente (p, π, K….) e domina il processo

$\sigma_{inel} \approx \sigma_0 A^{2/3}$ con $\sigma_0 \approx 35$ mb sez. d'urto pp

Quindi $\lambda_a = A^{1/3}/N_A\sigma_0$

Interazioni nucleari (forti)

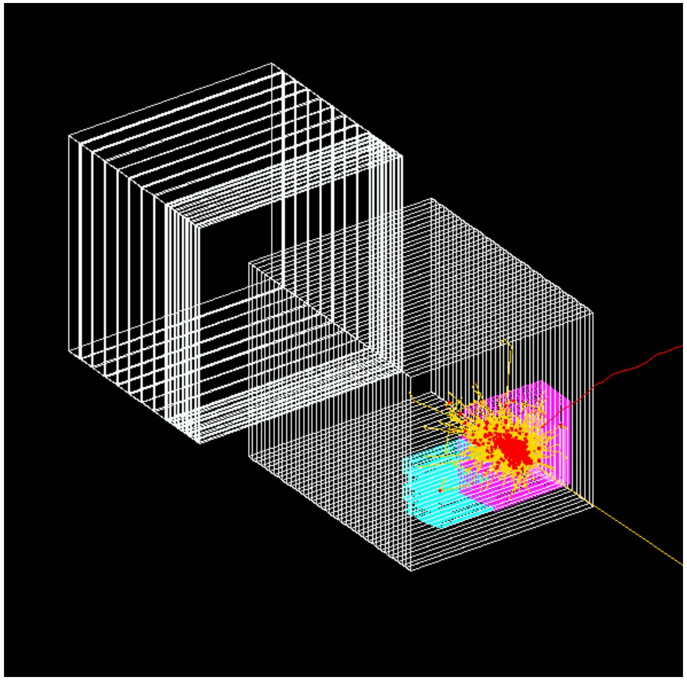
Per Z>6 $\lambda_a > X_0$



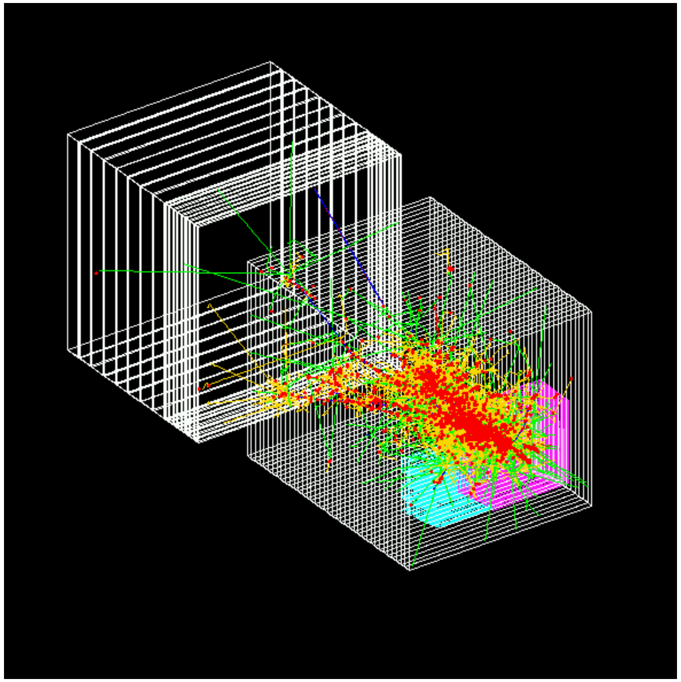
Le due grandezze sono quelle che fissano le dimensioni degli sciami: quelli adronici sono piu' "grandi" di quelli elettromagnetici

Comparison Elm Shower - Hadronic Shower

elm. Shower



hadronic Shower



Characterized by Radiation Length: $X_0 \propto \frac{A}{Z^2}$

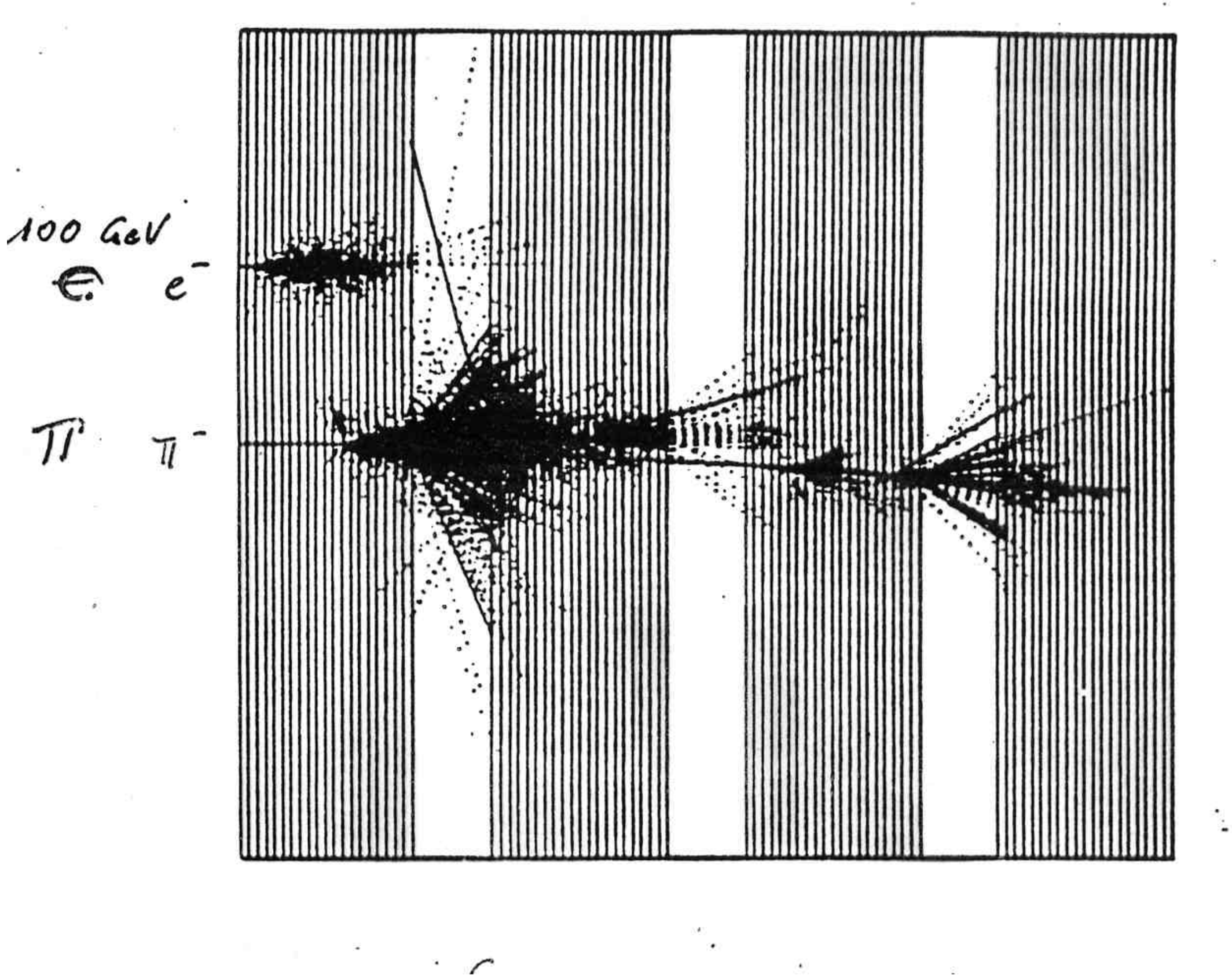
Characterized by Interaction Length: $\lambda_{\text{int}} \approx \frac{A}{N_A \sigma_0 A^{2/3}} \propto A^{1/3}$

$$\frac{\lambda_{\text{int}}}{X_0} = \frac{A^{1/3} Z^2}{A} \propto \frac{Z^2}{A^{2/3}} = \left(\frac{Z}{A}\right)^{2/3} Z^{4/3} \Rightarrow$$

$\text{Size}_{\text{Hadronic Showers}} >> \text{Size}_{\text{elm. Showers}}$

Since Z/A is of the order of 0.5-1

Comparison of Hadronic & Electromagnetic Showers



Hadronic Showers

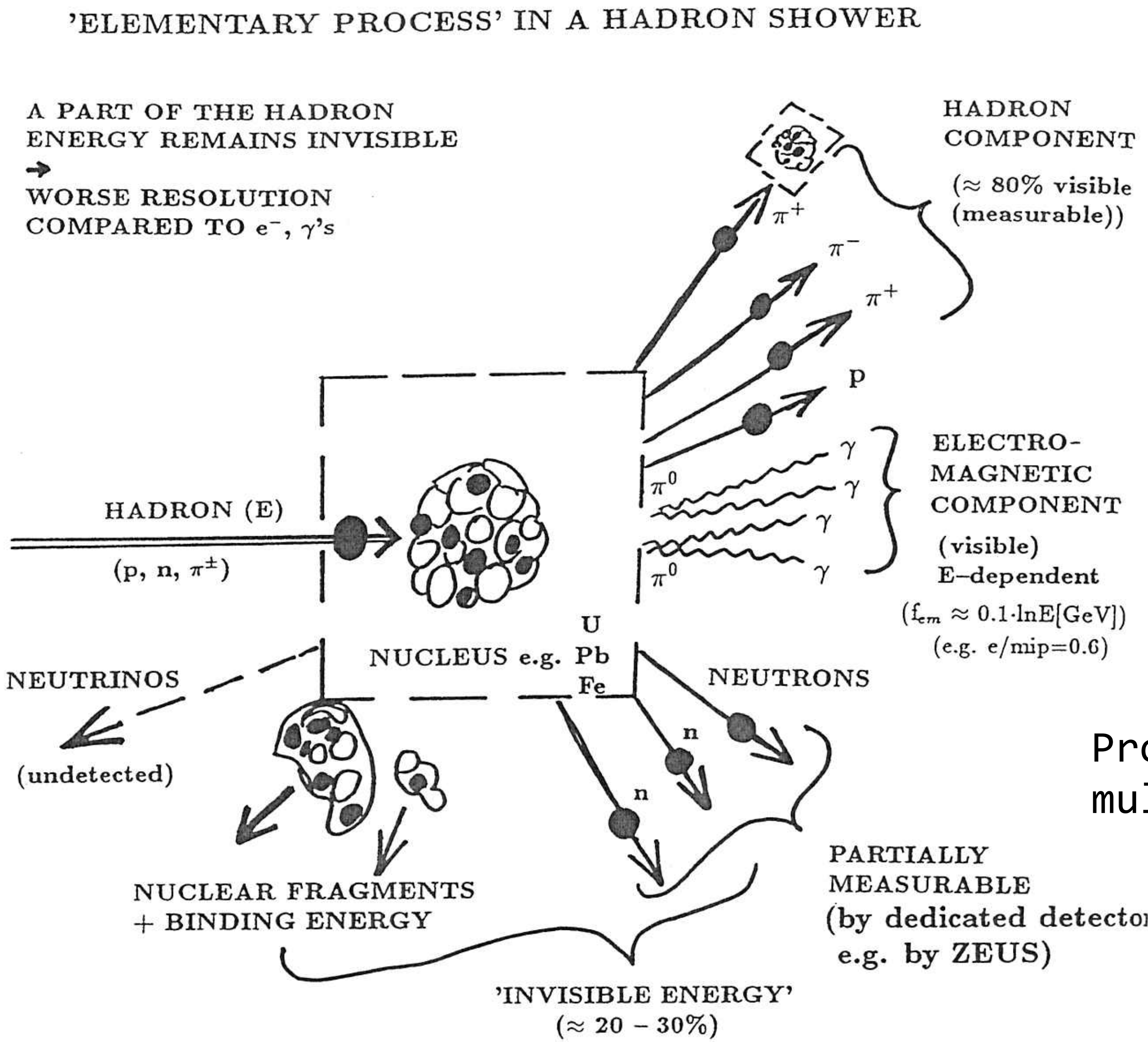


Fig. 3.6 'Elementary physical process' in a hadron shower.

La produzione di particelle e' determinata da processi nucleari anelastici.

Produced particle multiplicity ∝ ln*(E)*

$p_t \approx 0.35$ GeV/c

Interazioni nucleari (forti)

Nello sviluppo dello sciame sono presenti due componenti:

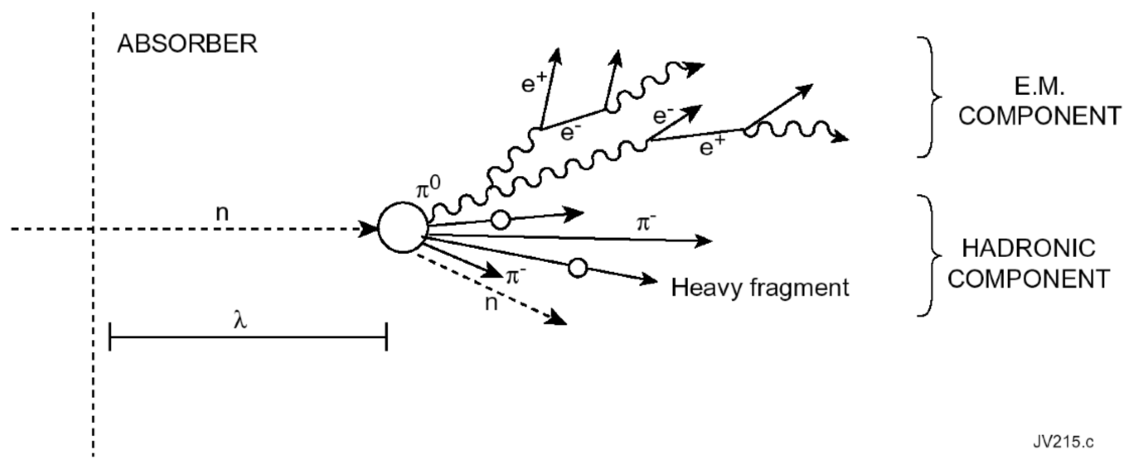
Adronica + **Componente e.m.**

↓

charged pions, protons, kaons ….
Breaking up of nuclei
(binding energy),
neutrons, neutrinos, soft γ's
muons …. $\rightarrow$ invisible energy

↓

neutral pions $\rightarrow 2\gamma \rightarrow$
electromagnetic cascade



Larghe fluttuazioni dell'energia → risoluzione in energia limitata

Semi-empirical model of hadron shower development

$$\frac{dE}{dS} = E_{INC}\left\{\frac{Cx^{(\alpha_E - 1)}e^{-x}}{\Gamma(\alpha_E)}\right\} + E_{INC}(1-C)\left\{\frac{y^{(\alpha_H - 1)}e^{-y}}{\Gamma(\alpha_H)}\right\}$$

electromagnetic part

hadronic part

$$x \equiv \beta_E \frac{(S - S_0)}{\chi_0}$$ radiation length

$$y \equiv \beta_H \frac{(S - S_0)}{\lambda}$$ interaction length

$$\alpha_H = \alpha_E = 0.62 + 0.32 \ln E$$

$$\beta_H = 0.91 - 0.02 \ln E$$

$$\beta_E = 0.22$$

$$C = 0.46$$

$S_0 \neq 0$ - significant amount of material in front of calorimeter (magnet coil etc.)

The processes are complex and a simple calculation is not possible.
Monte Carlo based simulations yield emperical relation for the longitudinal and transverse shower development

More Rules of Thumb for the Hobbyist

- Shower maximum

$$t_{\max}(\lambda) \sim 0.2 \ln E(GeV) + 0.7$$

- 95% Longitudinal containment

$$L_{95\%}(\lambda) \sim t_{\max} + 2.5\lambda_{ATT}$$

$$\lambda_{ATT} \approx \lambda \left[E(GeV)\right]^{0.13}$$

- 95% Lateral containment

$$R_{95\%} \sim 1\lambda$$

- Mixtures in sampling calorimeters

active + passive material

$$\frac{1}{\chi_{eff}} = \sum_i \frac{f_i}{\chi_0^i}$$

$$f_{act} = \frac{m_{act}}{m_{act} + m_{pass}}$$

$$\frac{\varepsilon_{eff}^{crit}}{\chi_{eff}} = \sum_i f_i \frac{\varepsilon_i^{crit}}{\chi_0^i}$$

$$\frac{E_{vis}}{E_{inc}} = f_{act} \frac{\varepsilon_{act}^{crit} / \chi_0^{act}}{\varepsilon_{eff}^{crit} / \chi_{eff}}$$

Compensazione

Il concetto di compensazione:

Un calorimetro adronico ha in generale diverse efficienze di rivelazione delle componenti adroniche (E_h) ed elettromagnetiche (E_e).

$$R_h = \varepsilon_h E_h + \varepsilon_e E_e$$

risposta allo sciame adronico

ε_h: efficienza per adroni

ε_e: efficienza per elettroni

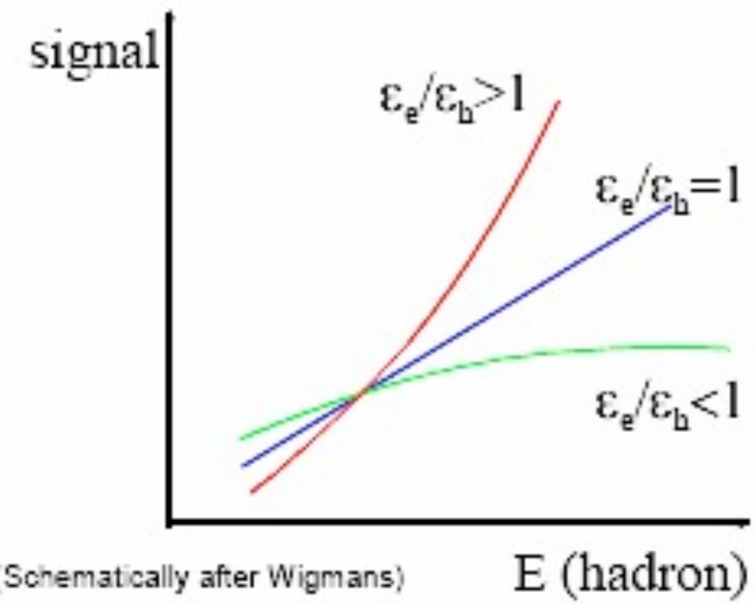
La frazione di energia depositata adronicamente dipende dall'energia:

$$\frac{E_h}{E} = 1 - f_{\pi^\circ} = 1 - k \ln E \qquad (GeV) \qquad k \approx 0.1$$

La risposta del calorimetro agli sciami adronici diventa non lineare.

Compensazione

La risposta del calorimetro agli sciami adronici diventa non lineare:



(Schematically after Wigmans)

Energy resolution degraded !

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{a}{\sqrt{E}} + b \cdot \left| \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_h} - 1 \right|$$

(R. Wigmans NIM A 259 (1987) 389)

Compensazione

Come si può ottenere la compensazione?

- **Aumentare ε_h**

  Usare assorbitori di Uranio → tramite fissione si amplifica la componente di neutroni e γ di bassa energia + usare rivelatori con idrogeno → alta efficienza per rivelare n

- **Diminuire ε_e**

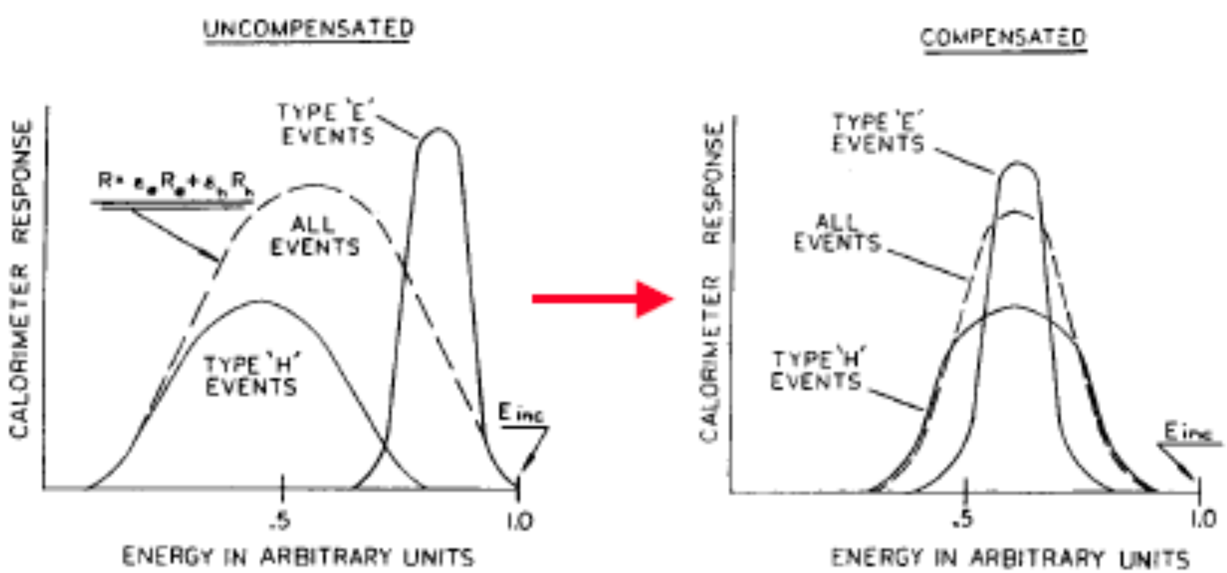
  Combinare assorbitori ad alto Z con rivelatori a basso Z. Si sopprime la rivelazione di γ di bassa energia.

- **Compensazione offline**

  Richiede la conoscenza dettagliata dello sviluppo dello sciame → correzione evento per evento

Compensazione

Si noti che l'energia misurata e' sistematicamente minore di 1.
Senza compensazione la risposta globale del calorimetro dipende fortemente dalla componente adronica ed elm.
La media misurata "all events" si sposta a dx o sx a seconda del peso delle due componenti → risposta non uniforme a particelle con la stessa energia!



(Cushman, Instrumentation In High Energy Physics, World Scientific, 1992))

Perdite

Siccome un calorimetro non è infinito avremo anche delle perdite di energia. Le perdite **longitudinali** sono **più importanti** di quelle laterali (dovute alle fluttuazioni delle dimensioni trasverse dello sciame). La frazione di energia persa f(E) dipende dall'energia. ➔ peggiore risoluzione in energia:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \left.\frac{\sigma(E)}{E}\right|_0 \cdot \left(1 + f(E) + 50 f^2(E)\right)$$

Adroni 30 GeV

o longitudinale

● trasversale