

Particle Detectors

Lecture 12

20/04/16

a.a. 2015-2016

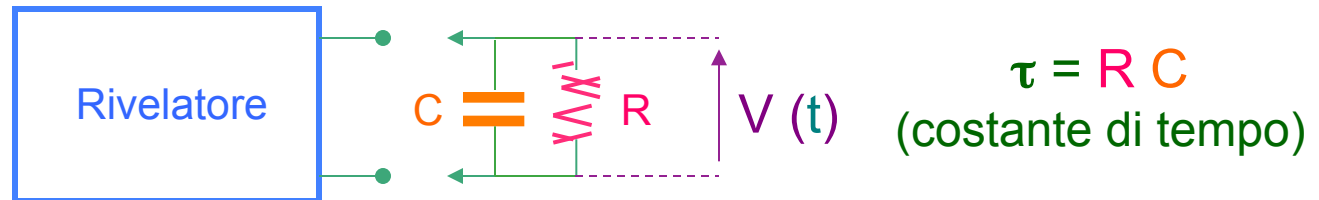
Emanuele Fiandrini

Caratteristiche degli apparati

- ❑ In *pulse mode operation*, the measurement instrumentation is designed to record each individual particle that interacts in the detector. In most common applications, the time integral of each burst of current, or the total charge Q , is recorded since the energy deposited in the detector is directly related to Q .
- ❑ **All detectors used to measure the energy of individual particles must be operated in pulse mode.**
- ❑ At very high event rates, pulse mode operation becomes impractical or even impossible. The time between adjacent events may become too short to carry out an adequate analysis, or the current pulses from successive events may overlap in time. In such cases, one can revert to alternative measurement techniques that respond to the time average taken over many individual events. This is the *current mode operation*.
- ❑ *What is important is the response time T of readout circuit (ie the time needed to the circuitry to elaborate the signal, eg. charge/discharge time of capacitors):*
 - *if the rate is $\ll 1/T$, single pulses can be distinguished,*
 - *if the rate $\gg 1/T$, many pulses will be collected during T*

Caratteristiche degli apparati

ii. pulse mode: registrazione di singolo impulso dal rivelatore

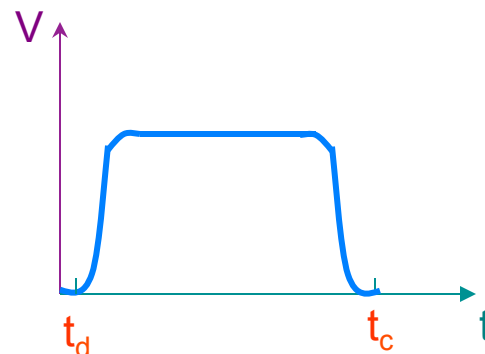


Il segnale prodotto da un singolo evento dipende dalle caratteristiche di ingresso del circuito a cui il rivelatore è collegato (di solito un pre amp).

Il circuito equivalente è (di solito) un RC parallelo, in cui R è la resistenza di ingresso del circuito e C è la somma della capacità del rivelatore, del circuito di lettura, dei cavi fra preamp e rivelatore (in serie).

Nella maggior parte dei casi, la **tensione** $V(t) = Ri(t)$ ai capi del resistore di carico è il "segnale" su cui il funzionamento in pulse mode è basato.

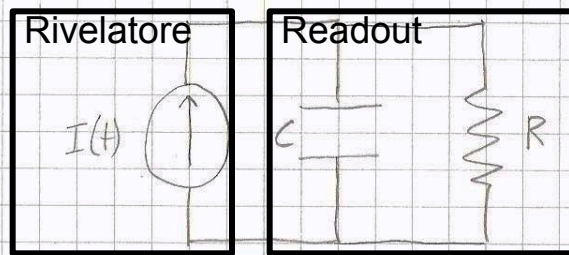
Il modo di funzionamento può essere classificato in base al confronto fra la costante di tempo RC del circuito di lettura e il tempo di raccolta del segnale t_c .



$$V(t) = R i(t)$$

Caratteristiche degli apparati

L'equazione del circuito, in cui il rivelatore e' schematizzato come un generatore di corrente $I(t)$, e'



$$I(t) = I_c + I_R$$

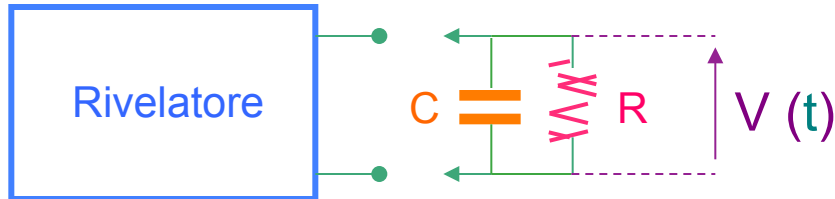
$$V_c = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = R I_R \quad \text{Derivo risp. a } t \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 0 \leq t \leq t_c : I &= I_0 & I_R(0) &= 0 \\ I_R(t) &= I_0 (1 - e^{-t/RC}) & \Rightarrow V(t) &= R I_0 (1 - e^{-t/RC}) \end{aligned}$$

Caratteristiche degli apparati

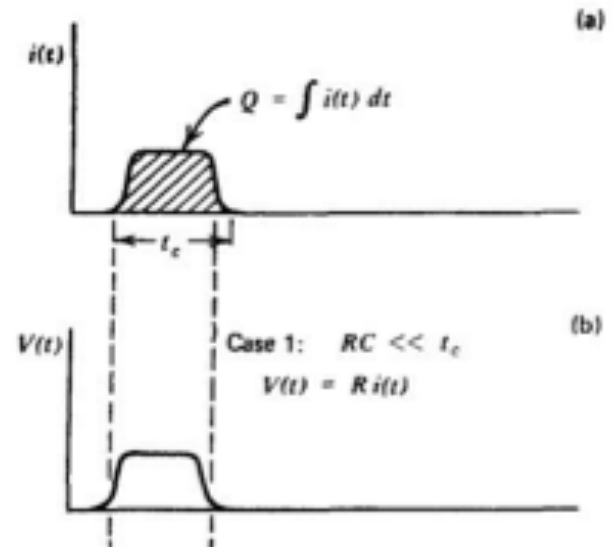


$$RC \ll t_c$$

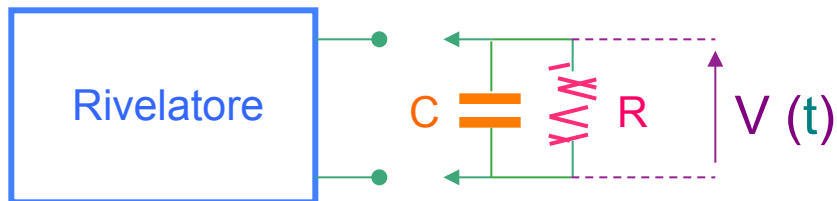
La corrente che passa in R e' uguale a quella istantanea nel rivelatore: $V(t < t_c) \approx RI_0$ dato che $\exp(-t/RC) \ll 1$

Il segnale $V(t)$ ha lo stesso andamento temporale della corrente prodotta nel rivelatore.

Questo modo e' usato quando l'informazione sul tempo di arrivo e' piu' importante della precisione sull'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

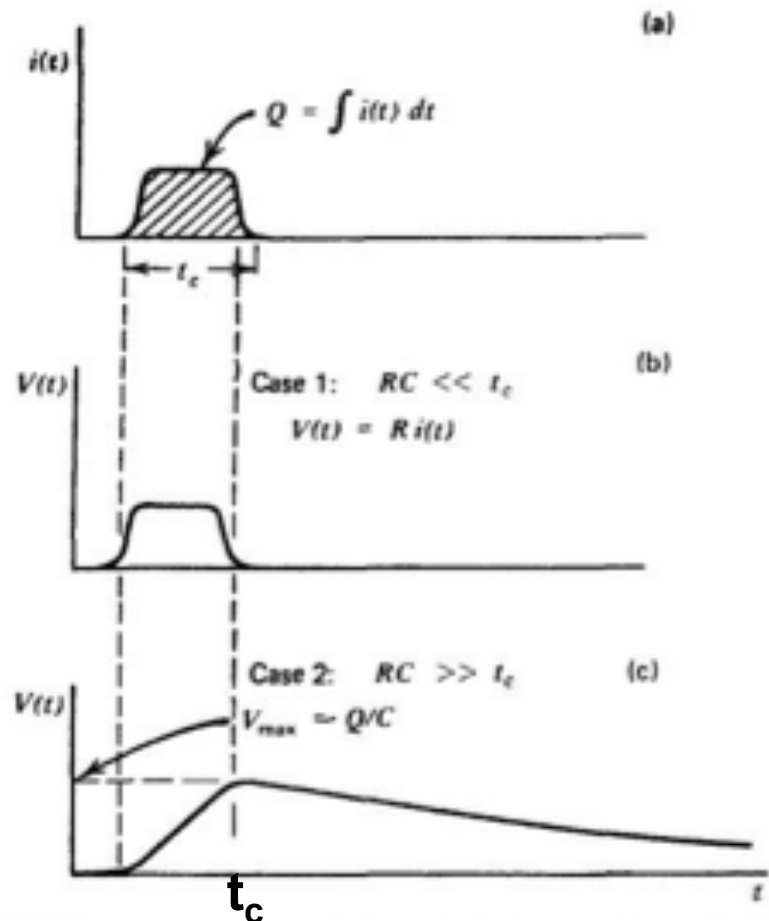


$RC \gg t_c$

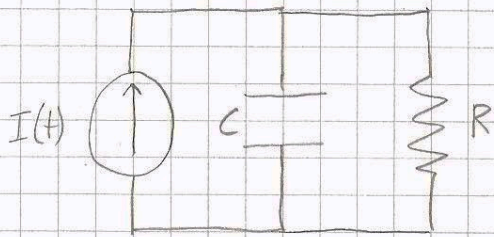
Questo e' il caso piu' frequente. In tal caso, c'e' poca corrente nel circuito durante la raccolta di carica, $I_R(t) = I_0 t / RC \ll I_0$, $t < t_c$.

La corrente del rivelatore e' momentaneamente integrata dalla capacita' (che si carica) fino a che l'impulso di corrente e' $\neq 0$.

Se il rate e' suff basso, C si scarica esponenzialmente attraverso R riportando $V(t)$ a zero.



Caratteristiche degli apparati



$$I(t) = I_c + I_R$$

$$V_c = V_R \Rightarrow \frac{q_c}{C} = R I_R \quad \text{Derivo risp. a } t \quad \frac{I_c}{C} = R \frac{dI_R}{dt}$$

$$\text{Elimino } I_c : R \frac{dI_R}{dt} = \frac{I - I_R}{C} \Rightarrow \frac{dI_R}{dt} + \frac{I_R}{RC} = \frac{I(t)}{RC}$$

$$I(t) = \begin{cases} I_0 & 0 \leq t \leq t_c \\ 0 & t < 0, t > t_c \end{cases}$$

a) $0 \leq t \leq t_c : I = I_0 \quad I_R(0) = 0$

$$I_R(t) = I_0 (1 - e^{-t/RC}) \Rightarrow V(t) = R I_0 (1 - e^{-t/RC})$$

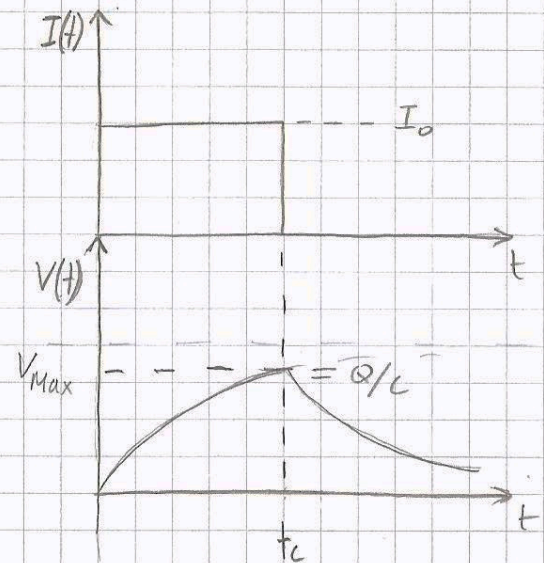
$$V \text{ e' max } @ t = t_c \quad V_{\text{Max}} = R I_0 (1 - e^{-t_c/RC})$$

$$\text{Poichu' } t_c \ll RC \Rightarrow V_{\text{Max}} \approx R I_0 \frac{t_c}{RC} = \frac{Q}{C}, \quad Q = I_0 t_c$$

b) $t > t_c : I = 0$ il circuito si scarica e $V(t_c) = V_{\text{Max}}$

la sol. e' semplicemente

$$V(t) = V_{\text{Max}} e^{-(t-t_c)/RC}$$



Caratteristiche degli apparati

Caratteristiche del segnale d'uscita:

❖ il tempo necessario a raggiungere il max (detto di salita) = t_c

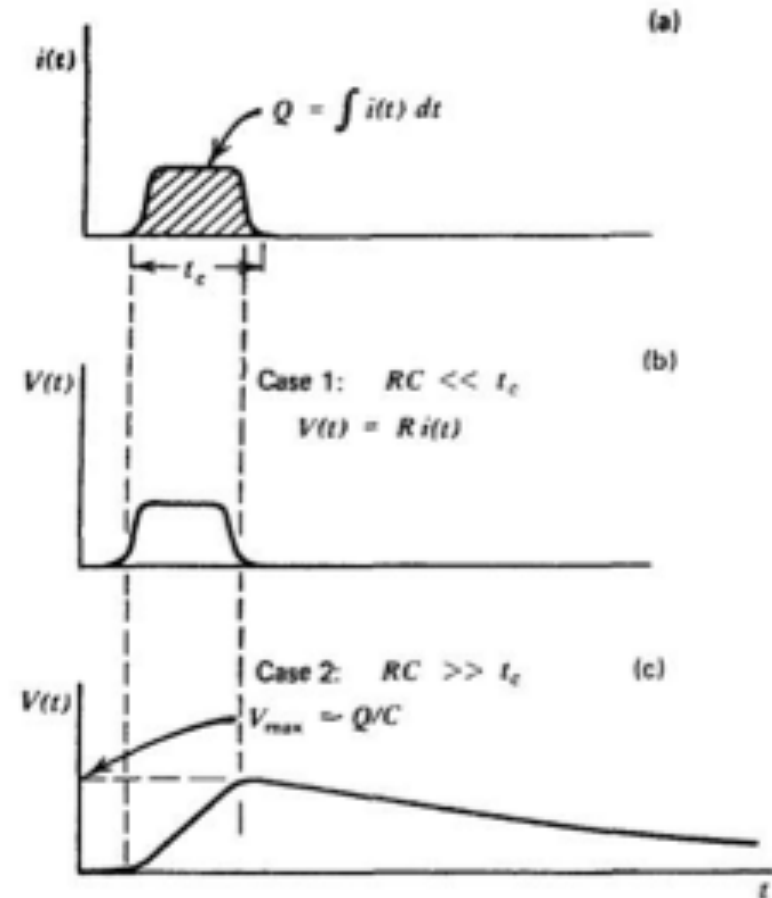
non dipende dal circuito di lettura ma solo dal tempo di raccolta nel rivelatore → proprietà del rivelatore

❖ il tempo di discesa = $\tau = RC$

determinato invece dal del circuito di lettura

❖ $C = \text{costante} \rightarrow V_{\max} = Q/C \propto \text{energia}$ rilasciata dato che $Q = eE_{\text{dep}}/W$

→ la tensione max misurata e' \propto all'energia depositata



Caratteristiche degli apparati

N.B. – regime impulsivo è più conveniente:

- a) sensibilità più elevata (registro ogni singolo impulso e posso contarli)
- b) il limite inferiore al segnale e' fissato solo dal fondo di radiazione
- c) ampiezza impulso contiene info più importanti ai fini delle applicazioni (quando $\tau \gg t_c$) dato che $V_{\max} \propto E_{\text{dep}}$ e conosciamo il tempo di arrivo

nel regime corrente
queste info sono perdute



modo d' operazione più
comune: impulso $\oplus \tau \gg t_c$

Caratteristiche degli apparati

L'uscita di un rivelatore che funziona in pulse mode consiste in una sequenza di impulsi singoli creati dal passaggio di singole particelle nel volume attivo del rivelatore.

In genere si CONTANO gli impulsi.

Una misura del rate per unita' di tempo degli impulsi da una misura diretta del corrispondente rate di particelle, cioe' di quelle che attraversando il mezzo attivo interagiscono con esso, dando un segnale utile, ma non del flusso assoluto di particelle, poiche' non e' detto che tutte quelle emesse dalla sorgente colpiscano il rivelatore o interagiscano (cfr. efficienza e accettazione).

Inoltre, **l'ampiezza di ciascun impulso** dipende dalla quantita' di Q generata in ciascuna interazione e la distribuzione delle ampiezze dei segnali di tensione permette di avere info sulla particella incidente. Per es. se Q e' direttamente proporzionale all'energia della particella incidente, la distribuzione delle ampiezze dei segnali riflette quella dell'energia della particella incidente (eg calorimetri)

Caratteristiche degli apparati

When operating a radiation detector in pulse mode, each individual pulse amplitude carries important information regarding the charge generated by that particular interaction in the detector.

If we examine a large number of such pulses, their amplitudes will not all be the same. Variations may be due either to differences in the radiation energy or to fluctuations in the inherent response of the detector to monoenergetic radiation.

The pulse amplitude distribution is a fundamental property of the detector output which is routinely used to deduce information about the incident radiation or the operation of the detector itself.

The most common ways of displaying pulse amplitude information are through

- i) the differential pulse height distribution and**
- ii) integral pulse height distribution.**

This can be obtained using a multi-channel analyzer

Caratteristiche degli apparati

C. Spettro differenziale d'ampiezza:
 numero di impulsi con ampiezza tra
 V e $V + dV$

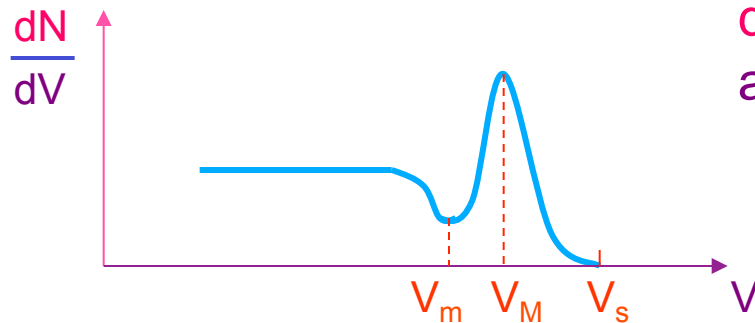
$$\frac{dN}{dV} \text{ vs } V$$

Si ricordi che

$$V_{\max} \propto E_{\text{dep}}$$

V = ampiezza
 dell'impulso

dN = n. impulsi di
 ampiezza $\in [V, V + dV]$



The horizontal scale then has units of pulse amplitude (volts), whereas the vertical scale has units of inverse amplitude (volts)⁻¹

n. totale impulsi:

$$\text{N.B.} - V > V_s \rightarrow \frac{dN}{dV} = 0$$

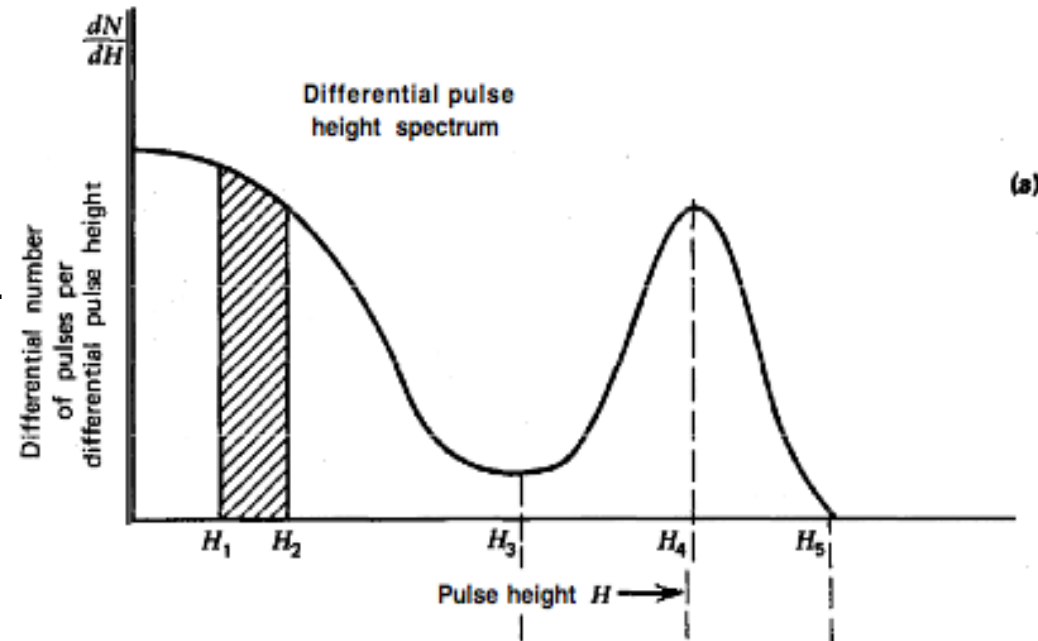
$$N_0 = \int_0^{\infty} dV \frac{dN}{dV}$$

Caratteristiche degli apparati

The shape of the differential pulse height distribution displays significant features about the source of the pulses.

The maximum pulse height observed H_5 is simply the point at which the distribution goes to 0. Peaks in the distribution, such as at H_4 , indicate pulse amplitudes about which a large number of pulses may be found.

On the other hand, valleys or low points in the spectrum, such as at pulse height H_3 , indicate values of the pulse amplitude around which relatively few pulses, occur.



The physical interpretation of differential pulse height spectra always involves areas under the spectrum between two given limits of pulse height. The value of the ordinate itself (dN/dH) has no physical significance until multiplied by an increment of the abscissa H .

$$\text{Number of pulses with amplitude between } H_1 \text{ and } H_2 = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dN}{dH} dH$$

Caratteristiche degli apparati

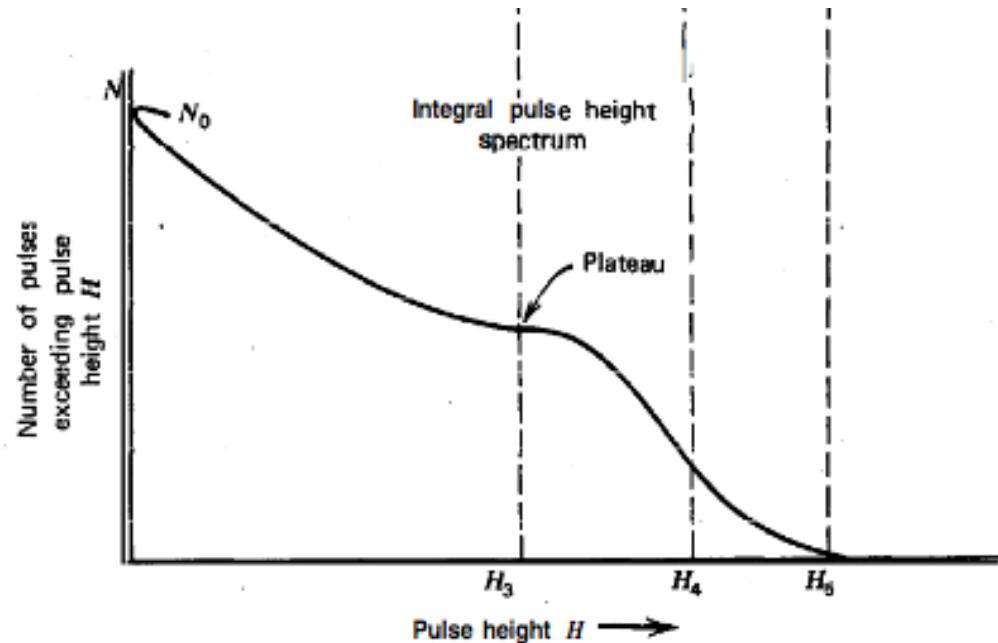
A less common way of displaying the same information about the distribution of pulse amplitudes is through the **integral pulse height distribution**.

The ordinate represents the # of pulses with amplitude exceeding a given value of the abscissa H .

$N = n.$ impulsi di ampiezza $\geq V$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

The ordinate N must always be a monotonically decreasing function of H because fewer and fewer pulses will lie above an amplitude H which is allowed to increase from 0.



Because all pulses have some finite amplitude, the value of the integral spectrum at $H=0$ must be the total number of pulses observed N_0 . The value of the integral distribution must decrease to zero at the maximum observed pulse height (H_5).

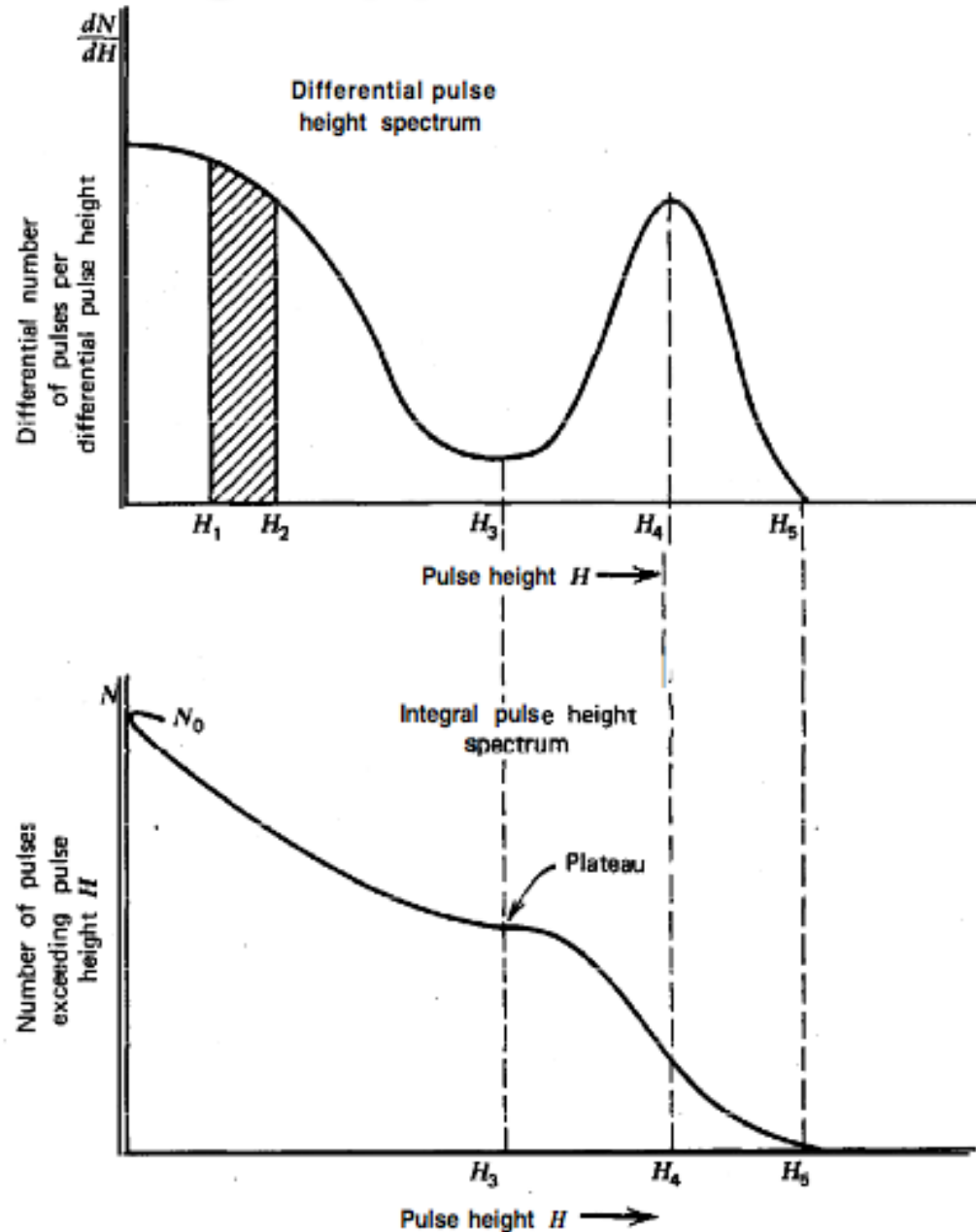
Caratteristiche degli apparati

The differential and integral distributions convey exactly the same information and one can be derived from the other.

The amplitude of the differential distribution at any pulse height H is given by the absolute value of the slope of the integral distribution at the same value.

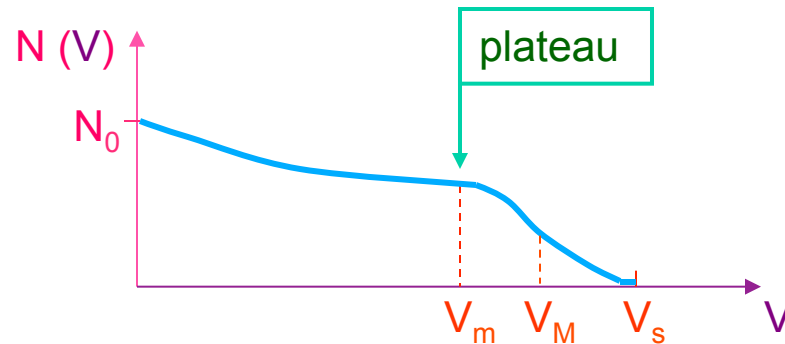
Where peaks appear in the differential distribution, such as H_4 , local maxima will occur in the slope of the integral distribution.

On the other hand, **where minima appear in the differential spectrum, such as H_3 , regions of minimum slope are observed in the integral distribution.**



Caratteristiche degli apparati

i. integrale N vs V



N = n. impulsi di ampiezza $\geq V$

$$N(V) = \int_V^{V_s} dV' \frac{dN}{dV'}$$

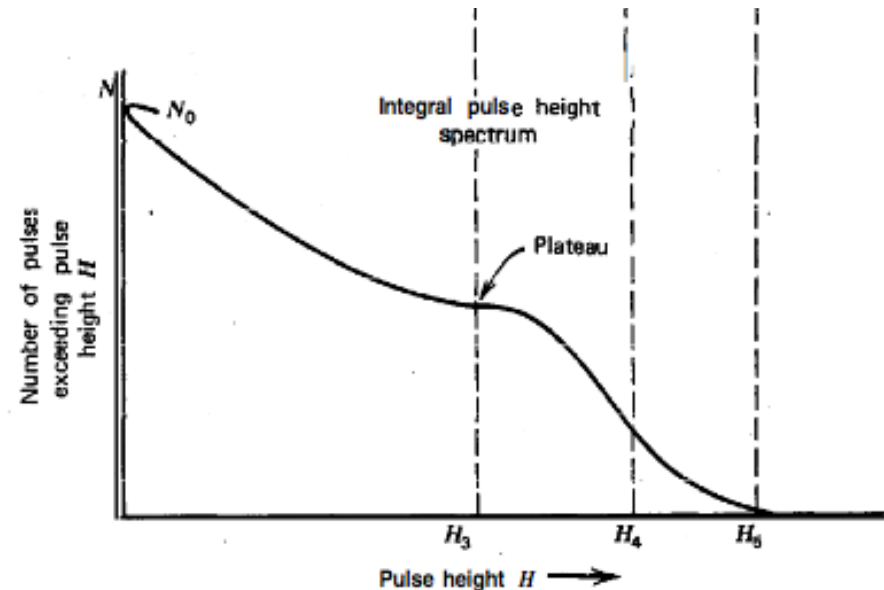
N.B. – $N(V)$ sempre monotona decrescente

- plateau è punto di lavoro conveniente: max. stabilità su tempi lunghi \rightarrow piccole variazioni del livello degli impulsi hanno minima incidenza sul n. di impulsi registrati \rightarrow funzionamento del rivelatore come contatore

Caratteristiche degli apparati

A common situation is that the pulses from the detector are fed to a counting device with a discrimination threshold. Signal pulses must be $> H_d$ in order to be registered by the counting circuit (because of noise for example). In setting up a counting measurement, it is often desirable to establish an operating point which will provide maximum stability over long periods of time. For example, small drifts in the value of H_d could be expected in any real application and one wants conditions under which these drifts would have minimal influence on the measured counts. One such stable operating point can be achieved at a discrimination point set at the level H_3 . Because the slope of the integral distribution is minimum at that point, small changes in H_d will have minimum impact on the total# of pulses recorded. In general, regions of minimum slope on the integral distribution are called **counting plateaus** and represent areas of operation in which minimum sensitivity to drifts in discrimination level are achieved. It should be noted that plateaus in the integral spectrum correspond to valleys in the differential distribution.

remember: a plateau here corresponds to a minimum in diff spectrum



Caratteristiche degli apparati

Usually a particle of defined E leads to a spectrum of signal amplitudes. **This is called the detector response function.** E.g. γ with definite E may interact with the detector material by Compton scattering resulting into a broad spectrum of deposited E due to the subsequent interaction of the recoil e^- . In contrast, charged particles with definite E stopped within the detector material will lead to a Gaussian distribution of signal amplitudes.

Spettri d'ampiezza



Funzione di risposta
del rivelatore

Spettro osservato dipende da:

- interazioni subite dalla radiazione (dipendenti da tipo ed energia della radiazione incidente)
- tipo e geometria del rivelatore

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) \ R(V,E)$$

risposta del
rivelatore

spettro in energia della
radiazione incidente

Caratteristiche degli apparati

Facciamo un esempio: un fascio monoenergetico di e^- colpisce un assorbitore spesso che stoppa in media le particelle.

Assumendo che gli e^- perdano E per collisione, idealmente lo spettro delle ampiezze di impulso e^- è gaussiano.

In pratica però, alcuni e^- sfuggono prima di aver depositato tutta la E o ci sono raggi $\delta \rightarrow$ code a bassa E_{dep} nello spettro; altri e^- emetteranno brems che di nuovo può sfuggire \rightarrow ancora code a bassa E_{dep}

Così la FdR del rivelatore per elettroni consiste in un picco gaussiano con delle code a bassa E_{dep} (queste code possono essere minimizzate usando materiali a basso Z).

Se invece usiamo γ , essi devono prima convertire in part. cariche, attraverso eff. fotoelettr., Compton e coppie. Nell'eff. fotoel., la E dei fotoelettroni è la stessa per tutti \rightarrow picco gaussiano; alcuni γ faranno però Compton \rightarrow gli e^- Compton hanno uno spettro continuo di E che compare nella FdR; le coppie danno ancora un picco.

Caratteristiche degli apparati

Stessi fotoni di 661 KeV in due differenti materiali

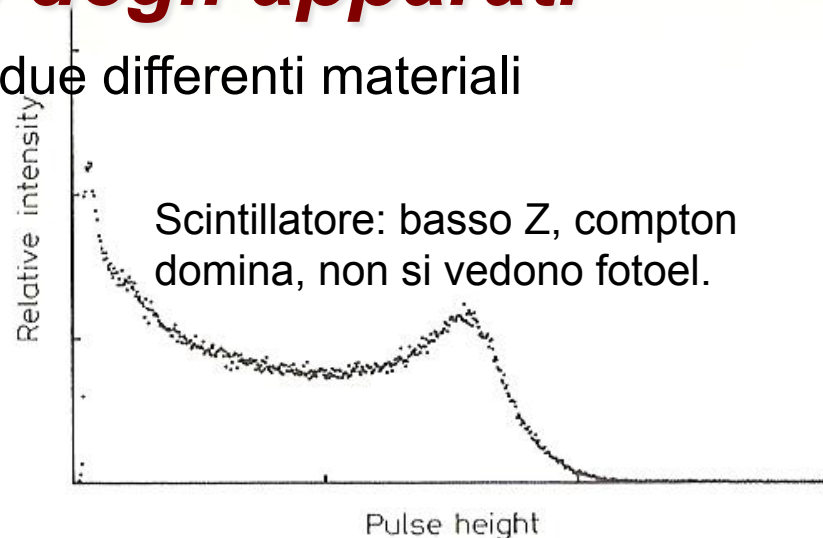
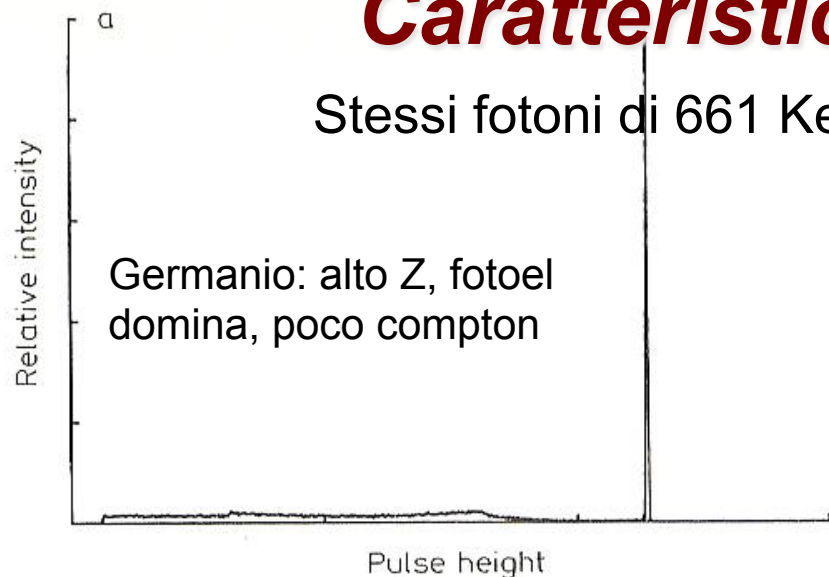


Fig. 5.2a, b. The response functions of two different detectors for 661 keV gamma rays. (a) shows the response of a germanium detector which has a large photoelectric cross section relative to the Compton scattering cross section at this energy. A large photopeak with a relatively small continuous Compton distribution is thus observed. (b) is the response of an organic scintillator detector. Since this material has a low atomic number Z , Compton scattering is predominant and only this distribution is seen in the response function

Lo spettro osservato riflette semplicemente le differenti interazioni nel rivelatore. Poiche' l'intensita' relativa di ciascuna struttura nello spettro di ampiezza dipende dalle sez d'urto del processo, la FdR e' diversa a E differenti in differenti materiali per particelle diverse

$$\frac{dN}{dV} = \int dE \ S(E) \ R(V,E)$$

Per ottenere lo spettro S dai conteggi delle particelle incidenti occorre conoscere R ed invertire l'equazione. Ecco perche' ci piacerebbe tanto avere $R(V,E) = \delta(E-kV)$!! (k e' una costante per la conversione delle unita')

Caratteristiche degli apparati

A very important characteristic of each detector is its **efficiency**, that is, the **probability that a particle which passes through the detector is also seen by it**.

This efficiency ε can vary considerably depending on the type of detector and particle.

γ rays are measured in gas counters with probabilities on the order of a per cent, whereas charged particles in scintillation counters or gas detectors are seen with a probability of 100%. Neutrinos can only be recorded with extremely low probabilities ($\approx 10^{-18}$ for MeV neutrinos in a massive detector).

Caratteristiche degli apparati

E. Efficienza

2 tipi d'efficienza:

i. assoluta

$$\epsilon_T = \frac{N_R}{N_s}$$

n. impulsi rivelati

n. particelle emesse
dalla sorgente


funzione di:

- geometria del rivelatore
- probabilità d'interazione nel rivelatore

Caratteristiche degli apparati

ii. intrinseca $\epsilon_i = \frac{N_R}{N_i}$

n. particelle incidenti
sul rivelatore



funzione solo probabilità d'interazione nel rivelatore, i.e. dipende da:

- tipo & energia della radiazione
- materiale di cui è composto il rivelatore

N.B. – $\epsilon_T \rightarrow \epsilon_i$ elimina dipendenza geometrica: permane debole dipendenza dalla distanza sorgente - rivelatore

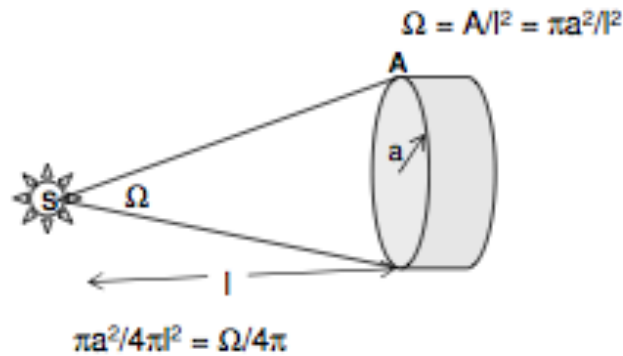
emissione isotropa $\longrightarrow \epsilon_T = \epsilon_i \Delta\Omega / 4\pi$

Caratteristiche degli apparati

- From the diagram,

$$\frac{N_{inci}}{N_{emitted}} = \frac{\Omega}{4\pi}$$

- $\eta_{abs} = \eta_{int} \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right)$



For a given η_{int} the abs eff depends on solid angle: the closer to the source, the higher is η_{abs}

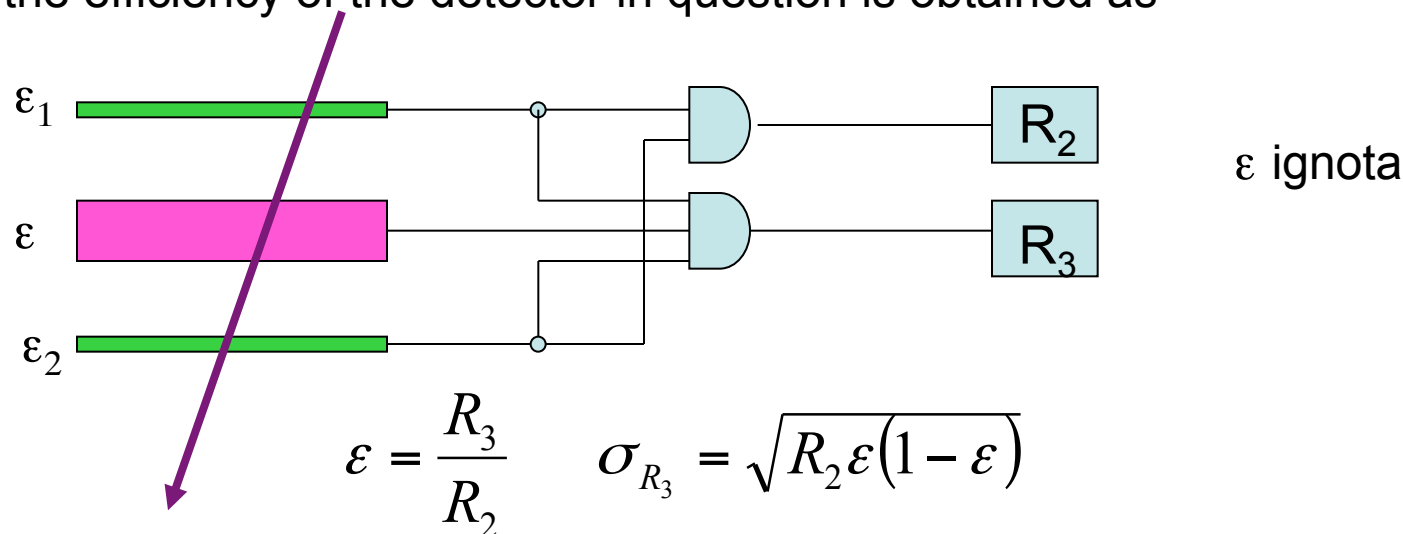
To determine the efficiencies of the detector is one of the main tasks of any experimentalist!

Caratteristiche degli apparati

Exercise: How to determine the intrinsic efficiency of a detector

The detector of unknown efficiency ε is placed between two trigger counters with efficiencies ε_1 and ε_2 ; one must make sure that particles which fulfil the trigger requirement, which in this case is a twofold coincidence, also pass through the sensitive volume of the detector under investigation.

The twofold coincidence rate is $R_2 = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot N$, where N is the number of particles passing through the detector array. Together with the threefold coincidence rate $R_3 = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon \cdot N$, the efficiency of the detector in question is obtained as



Dove R_2 corrisponde al numero di prove, $\varepsilon = p$ (numero di successi), $1 - \varepsilon = q$ (numero di insuccessi)

Caratteristiche degli apparati

Accettanza geometrica

In realtà esiste anche un'altra efficienza, l'efficienza geometrica spesso chiamata accettazione.

In altre parole l'apparato non solo deve essere intrinsecamente efficiente, ma deve anche coprire geometricamente la zona che mi interessa, cioè $\Delta\Omega/4\pi \rightarrow 1$

Questo definisce il così detto “potere di raccolta” o gathering power del rivelatore. Dipende solo dalla geometria del rivelatore o degli elementi del rivelatore in relazione al flusso di particelle incidenti.

Agli acceleratori è sinonimo di “ermeticità”, negli esperimenti di astroparticelle o passivi è sinonimo di “exposure factor”

Caratteristiche degli apparati

The **coincidence counting rate** of any particle telescope depends upon the effective dimensions and relative positions, i.e. **the geometry**, of the telescope sensors as well as the **intensity of radiation in the surrounding space and the sensor efficiencies**.

The experimentalist's task is to compute the intensity of radiation given the coincidence counting rate and the parameters (e.g. sensor dimensions) of his telescope. This is the task not only of the space scientist with instruments in an unknown radiation environment but also of the nuclear physicist with his collimated beams.

For an ideal telescope the factor of proportionality relating the counting rate C to the intensity I is defined as the ***gathering power*** Γ of the telescope.

When the intensity is isotropic, i.e., $I = I_0$, the factor of proportionality is called the ***geometrical factor*** G . That is $C = G I_0$.

Also called geometrical acceptance.

Caratteristiche degli apparati

The $C(x,t)$ in a time period T in a detector is given by

J.D. Sullivan,
GEOMETRICAL FACTOR AND DIRECTIONAL RESPONSE OF
SINGLE AND MULTI-ELEMENT PARTICLE TELESCOPES,
NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS 95 (1971) pp. 5-11

$$C(\mathbf{x}, t_0) = (1/T) \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_S d\sigma \cdot \hat{r} \int_{\Omega} d\omega \int_0^{\infty} dE \times \\ \times \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}(E, \sigma, \omega, t) J_{\alpha}(E, \omega, \mathbf{x}, t),$$

where

- C = coincidence counting rate (sec^{-1}),
- α = label for kind of particle,
- J_{α} = spectral intensity of the α th kind of particle ($\text{sec}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sr}^{-1} E^{-1}$),
- ε_{α} = detection efficiency for the α th kind of particle,
- t = time,
- t_0 = time at start of observation,
- T = total observation time,
- $d\sigma$ = element of surface area of the last telescope sensor to be penetrated,
- S = total area of the last telescope sensor,
- $d\omega = d\phi d \cos \theta$ = element of solid angle (θ polar angle, ϕ azimuth),
- Ω = domain of ω , this is limited by the other telescope sensors,
- \mathbf{x} = spatial coordinate of the telescope,
- \mathbf{r} = unit vector in direction ω , and
- $\hat{r} d\sigma$ = effective element of area looking into ω .

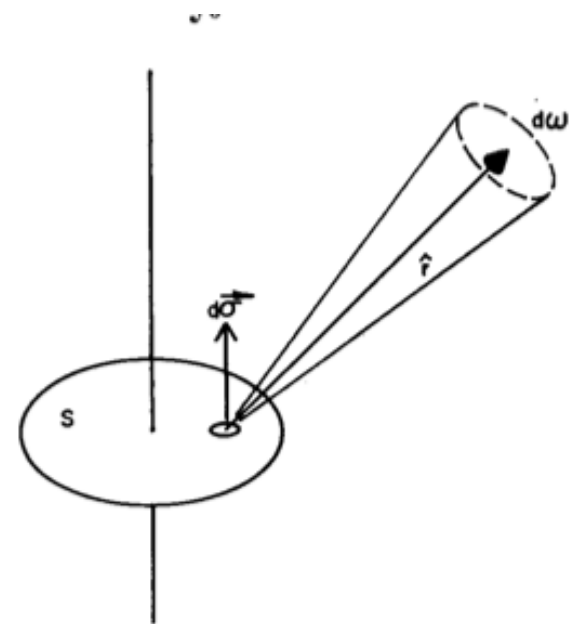


Fig. 1. A telescope with a single plane detector viewing one hemisphere.

Semplifichiamo assumendo che:

il flusso incidente sia indipendente da x ,
 fattorizzabile come $J(E, \omega, t) = J_0(E, t)F(\omega)$,
 ci sia una sola specie di particelle $\alpha = 1 \rightarrow$
 il # di particelle con E fra E e $E+dE$ contate nel tempo T e'

$$C(\mathbf{x}, t_0) = (1/T) \int_{t_0}^{t_0+T} dt \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}} \int_{\Omega} d\omega \int_0^{\infty} dE \times \\ \times \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha}(E, \sigma, \omega, t) J_{\alpha}(E, \omega, \mathbf{x}, t),$$

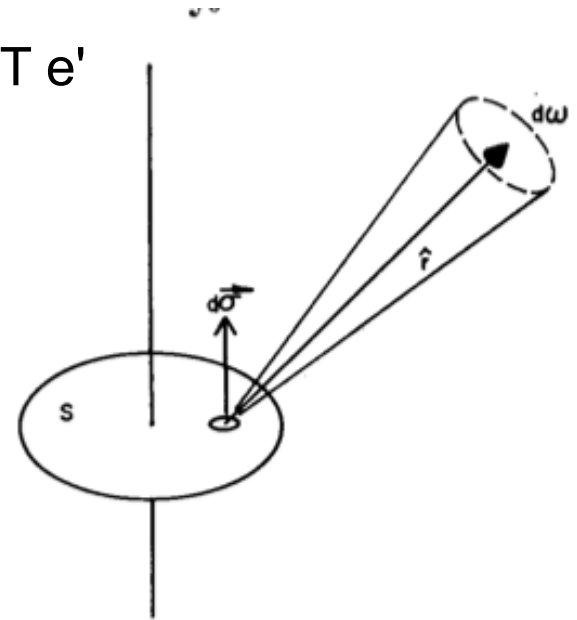
$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \underbrace{\int_{\Omega} d\omega \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}} F(\omega) \varepsilon(E, t) J_0(E, t)}_{\text{fattore di accettazione geometrica}}$$

e' il fattore o accettazione geometrica del rivelatore $G(E, t)$ in unita' di area x sr

La funzione di risposta direzionale del rivelatore e' definita da

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{r}}$$

il term.nell'integrale e' l'area "vista" da una particella che arriva da θ, ϕ

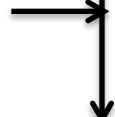


Nel caso di distribuzione isotropa, $F(\omega)d\omega = d\omega/4\pi$

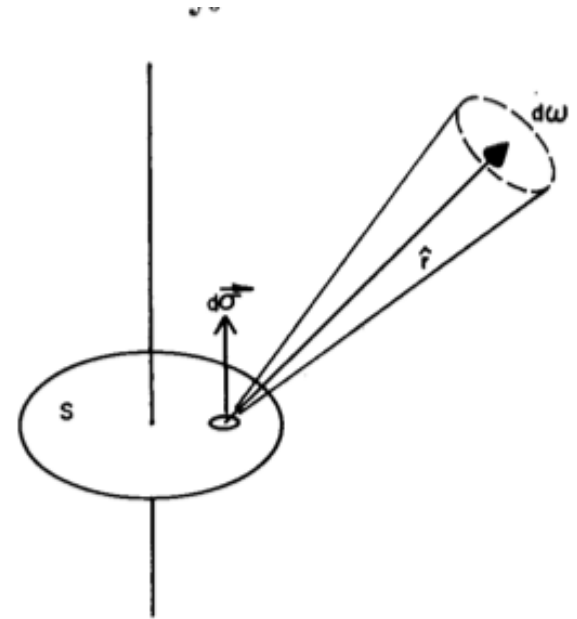
Caratteristiche degli apparati

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \int_{\Omega} d\omega \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r} F(\omega) \varepsilon(E, t) J_o(E, t)$$

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r}$$



$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \int_{\Omega} d\omega A(\omega, E) F(\omega) \varepsilon(E, t) J_o(E, t)$$



Nel caso di distribuzione isotropa, $F(\omega)d\omega = d\omega/4\pi$

$$\frac{dN}{dE} = \int_t^{t+T} dt \underbrace{\left[\int_{\Omega} d\omega \frac{A(\omega, E)}{4\pi} \right]}_{=G(E)} \varepsilon(E, t) J_o(E, t)$$

→ nel caso di flusso isotropo l'accettanza dipende solo dalla geometria del rivelatore e dall'energia della particella

Caratteristiche degli apparati

Nel caso semplice di un telescopio a singolo piano di un rivelatore qualsiasi su cui incide un flusso isotropo di particelle e' semplice calcolare i fattori geometrici del rivelatore

$$A(\omega, E) = \int_S d\vec{\sigma} \cdot \hat{r} = \int_S \cos\theta d\sigma = S \cos\theta$$

$$G(E) = \int_{\Omega} A(E, \omega) d\omega = 2\pi S \int_0^1 \cos\theta d\cos\theta = \pi S$$

E' l'accettanza geometrica di un rivelatore a singolo piano: non e' l'area S ma πS perche' "raccoglie" particelle con dir di incidenza fra 0 e $\pi/2$, cioe' con accettanza differenziale $S \cos\theta$

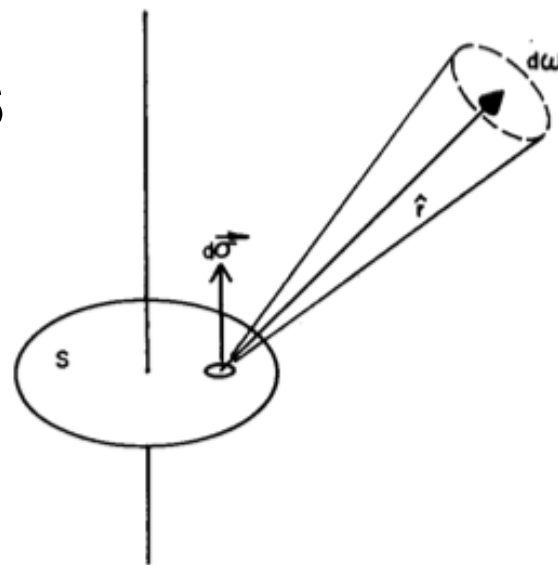
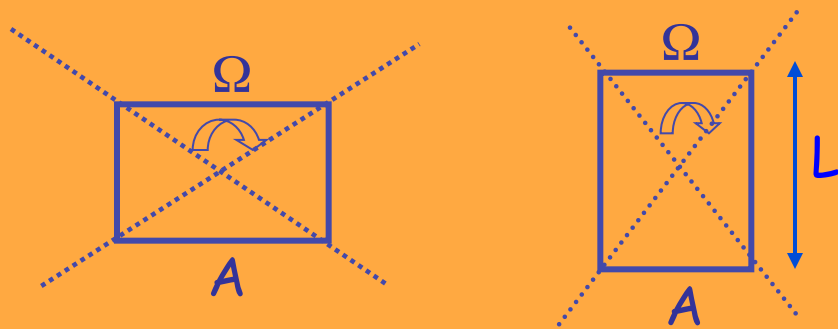


Fig. 1. A telescope with a single plane detector viewing one hemisphere.

Acceptance

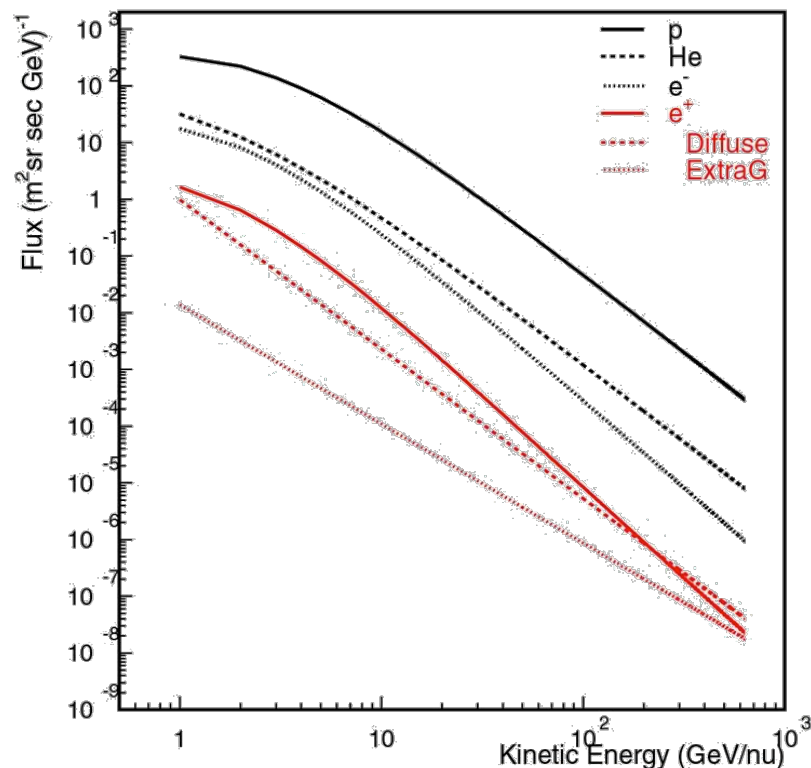
• Exposure factor: $\text{Area} \cdot \Omega \cdot T$
 Counts: $\text{Flux} \cdot \text{Area} \cdot \Omega \cdot T$



Time needed for 10% stat error (sec)
 $\text{Area} \cdot \Omega = 1 \text{ m}^2 \text{sr}$

	10GeV	100 GeV	200GeV
p	4	200	700
e ⁻	500	10^5	$5 \cdot 10^5$
p/e ⁺ → factor	$10^4 - 10^5$		

Selection Efficiency assumed 1



Caratteristiche degli apparati

Legato al concetto di risposta del rivelatore c'è la

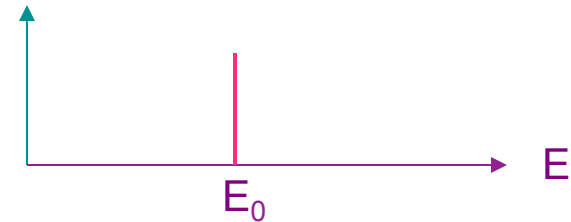
D. Risoluzione Energetica

capacità del rivelatore di discriminare energie vicine

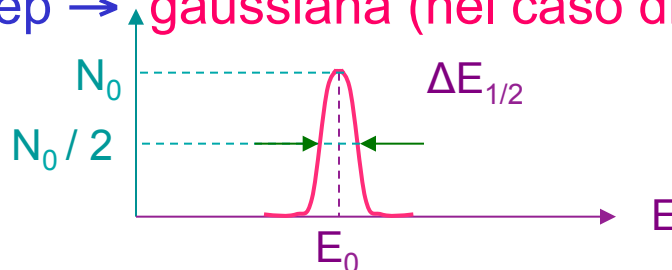
Importante quando la misura dell'energia è richiesta

Misura: fascio monocromatico (E_0) di particelle che incide sul rivelatore → osservazione dello spettro d'ampiezza risultante:

- Caso ideale: δ di Dirac



- Caso reale: fluttuazioni nel n. di ionizzazioni e nell'energia dep → gaussiana (nel caso di assorbimento completo)



$$R = \frac{\Delta E_{1/2}}{E_0} \quad (\text{FWHM})$$

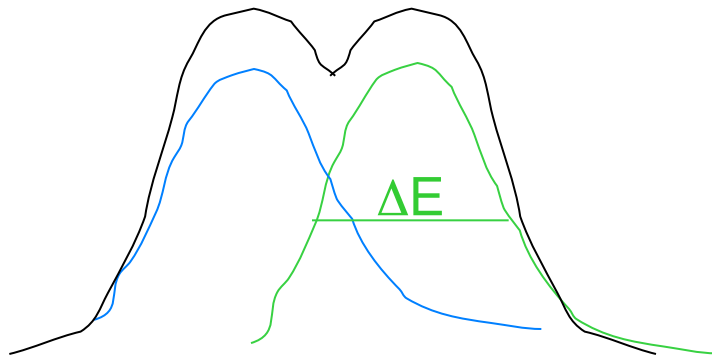
lo sparpagliamento delle altezze di impulso intorno a E_0 costituisce la funzione di risposta del rivelatore

Caratteristiche degli apparati

Risoluzione in energia.

Per apparati costruiti per misurare l'energia della particella è fondamentale la risoluzione in energia.

La risoluzione in energia può essere misurata usando un fascio monoenergetico ed osservando lo spettro risultante.



Per energie entro ΔE (fwhm)
non possiamo determinare E

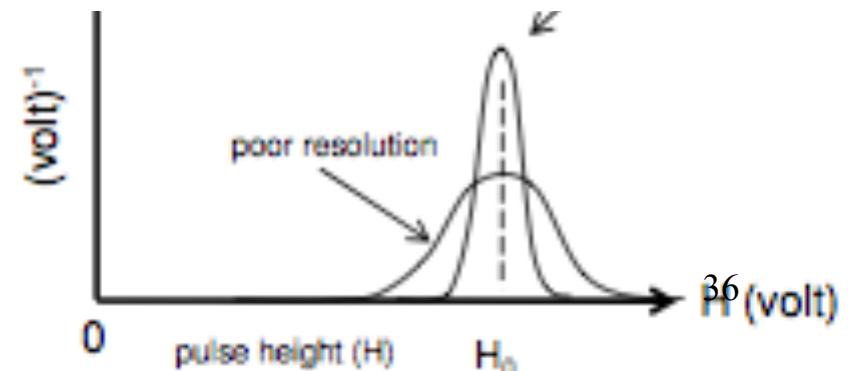
Caratteristiche degli apparati

- La risposta in energia dice qual'è la probabilità che una particella con energia “vera” E sia misurata con energia E_{mis} , $R(E_{\text{mis}}, E)$
- Entra nella determinazione del rate
$$\frac{dN(E_{\text{mis}})}{dt dE_{\text{mis}}} = \int dE G(E, t) \varepsilon(E, t) R(E_{\text{mis}}, E) J_o(E, t)$$
occorre invertire l'equazione per ottenere $J_o(E, t)$
 G, ε, R sono in genere ottenute dai dati e da simulazioni MC

Caratteristiche degli apparati

- There are number of Sources of fluctuations:
 - a) Drift of detector operating characteristics (HV, gain ..)
 - b) random noise in detector & electronics
 - c) statistical noise intrinsic to nature of signal
(discrete number of charge carriers, fluctuations in energy deposition in detector)
- C) represents an irreducible minimum amount of fluctuation that will always be present in the detector signal no matter how perfect the remainder of the system is made. In a wide category of detector applications, the statistical noise represents the dominant source of fluctuation in the signal and thus sets an important limit on detector performance.

Ne parleremo piu' avanti



Caratteristiche degli apparati

- Estimation for fluctuation, can be given by assuming a Poisson's distribution of events N .
- Standard deviation is \sqrt{N}
- N is usually large, Then the response function is a Gaussian shape

$$G(H) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(H-H_0)^2}{2\sigma^2}\right)}$$

- $FWHM = 2.35\sigma$

Caratteristiche degli apparati

The response of many detectors is ideally linear \rightarrow N = nbr. of charges

$$K = e/C$$

- Average pulse $H_0 = KN$ where K = constant

standard deviation $\sigma = K\sqrt{N}$ and

$$FWHM = 2.35K\sqrt{N} \quad \text{assuming poisson stat}$$

$$\text{Energy resolution } R_{\text{Poisson Limit}} = \frac{FWHM}{H_0}$$

$$R = \frac{2.35K\sqrt{N}}{KN} = \frac{2.35}{\sqrt{N}}$$

Remember that in a read-out RC circuit with $RC \gg t_c$

$$H_0 = V = Q/C = Ne/C (= e\Delta E/wC)$$

where e is the electron charge, C is the readout capacitance, w is the effective ionization potential and ΔE is the deposited energy

Note that this limiting value of R depends only on the number of charge carriers N , and the resolution improves (R will decrease) as N is increased.

From Eq. 3-5 we see that in order to achieve an energy resolution better than 1 percent, one must have N greater than 55,000. An ideal detector would have as many charge carriers generated per event as possible, so that this limiting resolution be as small a percentage as possible. The great popularity of semiconductor, diode detectors stems from the fact that a very large number of charge carriers are generated in these devices per unit energy lost by the incident radiation.

Fano Factor

- surprisingly, when you look at the energy resolution of radiation detectors, like gas ionization detectors, you find that the resolution is **better than \sqrt{N} ?!**
- this was studied by Fano and the explanation goes like this...
- the **energy deposited by the particle** equals **# of ionizations** times the **average energy required to ionize** plus **# of excitations** times the **average energy per excitation**
$$E = N_{ion} \bar{I} + N_{exc} \bar{E}_{exc} = N_{ion} w$$
 - simplified as $E = N_{ion} w$, w is the average energy loss per electron-ion pair produced
 - remember: w is around 30 eV per e-i pair in a gas (e.g. we calculated for 300 keV that's about 10,000 electron-ion pairs) $\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{N}}$ or 1%
- the energy deposited is a fixed quantity though; it's the total energy in the gamma ray photopeak, for example
- thus, the uncertainty ΔN_{ion} is correlated with ΔN_{exc}

$$E = N_{ion} \bar{I} + N_{exc} \bar{E}_{exc} = N_{ion} w$$

Fano Factor cont'd

- Poisson statistics applies for independent variables but these are constrained in that their weighted sum must equal the total energy deposited

- e.g. so you might happen to have a few more ionization events; that means you must have a few less excitation events, and vice versa

- make up some more numbers:
 - 2 excitations for every ionization

$$\Delta N_{ion} \bar{I} = -\Delta N_{exc} \bar{E}_{exc}$$

$$\bar{I} = 20 \text{ eV}$$

$$\bar{E}_{exc} = 5 \text{ eV}$$

- 300 keV deposited is 10,000 ionizations and 20,000 excitations
- consider it as 1 independent variable and 1 correlated one

$$|\Delta N_{ion}| = \frac{\sqrt{N_{exc} \bar{E}_{exc}}}{\bar{I}} = \frac{5\sqrt{20000}}{20} \doteq 35.4$$

- smaller than $\sqrt{10,000} = 100$!

Fano factor definition:

$$F \equiv \frac{\sigma_{actual}^2}{\sigma_{Poisson}^2}; \quad F \leq 1$$

$$\sigma_{actual} = \sqrt{FN}$$

Caratteristiche degli apparati

- The departure of the observed statistical fluctuations in the number of charge carriers from pure Poisson's statistics is defined by Fano factor, F

$$F = \frac{\text{observed variance in } N}{\text{Poisson predicted variance}}$$

- Because variance is σ^2 , the equivalent equation

$$R_{\text{limit}} = \frac{2.35 K \sqrt{N} \sqrt{F}}{KN} = 2.35 \sqrt{\frac{F}{N}}$$

- $F < 1$ for semiconductor detectors and proportional counters, $F \approx 1$ for scintillators

Caratteristiche degli apparati

Distribuzione Poissoniana del numero di coppie e^- – ione prodotte dalla particella incidente → la risoluzione migliora crescendo l'energia depositata.

Se w è l'energia media richiesta per ogni ionizzazione (= per tutte) → crescendo l'energia depositata E , cresce il numero di ionizzazioni $J=E/w$ → minori fluttuazioni.

- i. Assorbitori sottili: $\sigma^2=J$ (Poisson). J è il numero medio di eventi prodotti. → $R(\text{fwhm})=2.355(J^{1/2}/J) = 2.355(w/E)^{1/2}$
- ii. Assorbitori spessi: migliore risoluzione se assorbo tutta l'energia. $R(\text{fwhm})=2.355(Fw/E)^{1/2}$. Migliore risoluzione se F è < 1

$F=0.06$ nei semiconduttori; $F = 0.17$ nei gas nobili ed $F = 1$ negli scintillatori.

Caratteristiche degli apparati

1. Dobbiamo distinguere fra le fluttuazioni occasionali alla Landau (molto grandi) della perdita di energia che avviene in assorbitori sottili e le fluttuazioni del numero delle coppie ione elettrone prodotte per una perdita di energia fissa.
(quest'ultimo caso è vero per tutte le particelle che depositano tutta l'energia nell'apparato).
2. Il fattore di Fano è una funzione di tutti i processi fondamentali che possono portare ad un trasferimento di energia al materiale. Questo include anche tutti i processi che non generano una ionizzazione come ad esempio eccitazione di fononi etc. → è quindi una costante intrinseca del mezzo.
Teoricamente è molto difficile da calcolare accuratamente in quanto richiede la conoscenza di tutte le reazioni che possono avvenire nel mezzo considerato.

Caratteristiche degli apparati

Ulteriori sorgenti di fluttuazione:

- rumore associato all'elettronica
- deriva delle caratteristiche del sistema

Ipotesi : fluttuazioni indipendenti

$$\longrightarrow (\Delta E_{1/2}^{\text{tot.}})^2 = (\Delta E_{1/2}^{\text{stat.}})^2 + (\Delta E_{1/2}^{\text{elet.}})^2 + (\Delta E_{1/2}^{\text{der.}})^2 + \dots$$

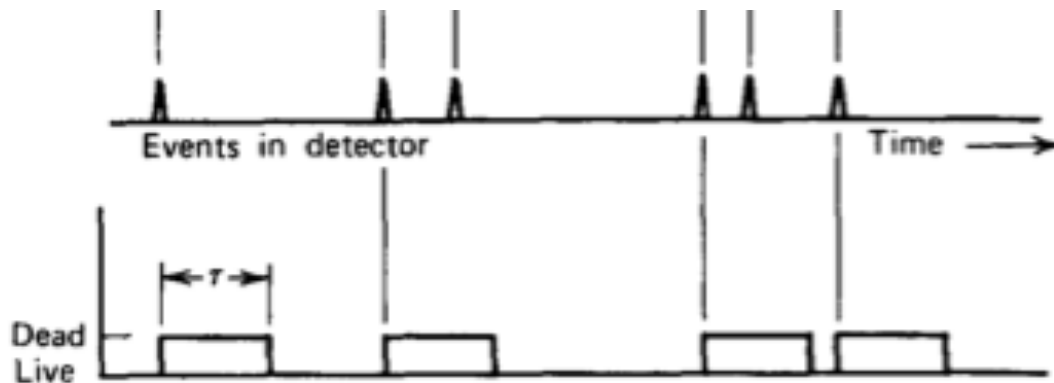
Esempio: fotoni da 1 MeV

{	Nal : R ~ 8 %
	GeLi : R ~ 0.1 %

Caratteristiche degli apparati

In nearly all detector systems, there will be a minimum amount of time that must separate two events in order that they can be recorded as two separate pulses. In some cases the limiting time may be set by processes in the detector itself, and in other cases the limit may arise in the associated electronics.

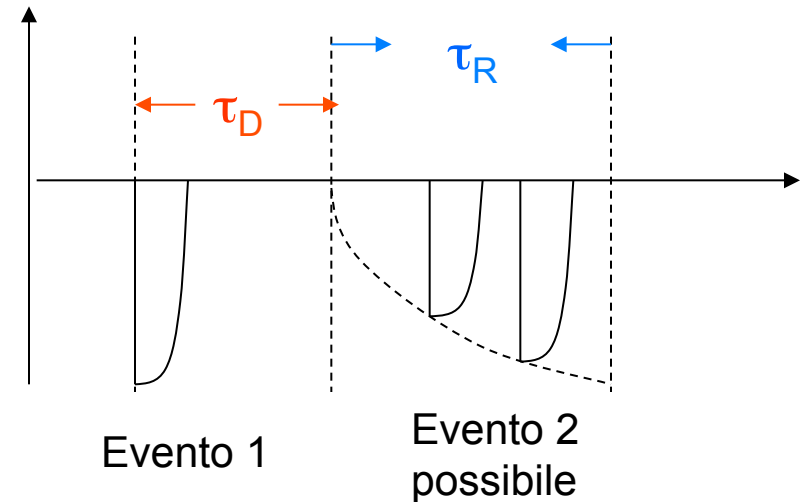
This minimum time separation is usually called the *dead time* of the counting system.



During the dead time, the passage of another particle is not recorded

Caratteristiche degli apparati

The dead time, in which no further particles can be detected, is followed by a phase where particles can again be measured; however, the detector may not respond to the particle with full sensitivity. After a further time, the recovery time τ_R , the detector can again supply a signal of normal amplitude.



Caratteristiche degli apparati

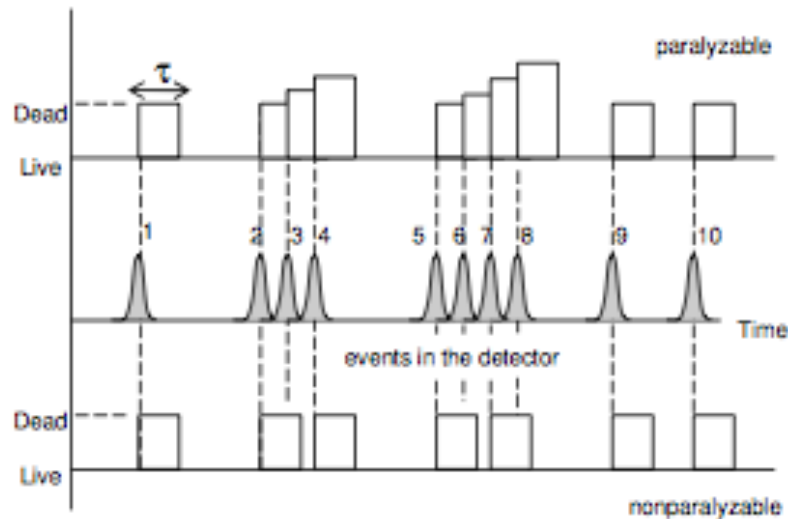
- In a random sample, two events may occur very close in time, and some true events may be lost due to the dead time
- There are two methods to determine the true number of events
 1. paralyzable detector method
 2. nonparalyzable detector method
- Dead time τ is set after each true event that occurred during the “live period”
 - Paralyzable detector method:

Any event occurred during dead period not recorded as counts, but it extends the dead period t following the lost event.
 - Non paralyzable detector method:

it just ignore the other event occurred during dead period t

Following example shows the difference between paralyzable and nonparalyzable events

The middle line represents 10 events along the time axis as they come.
Assume events 3,4 and 6,7,8 come very close in time (i.e. within the dead time of previous event)



Five events in
paralyzable method

Seven events in
nonparalyzable method

Events 1,9 and 10 are recorded by both detectors.

After event 2 is registered, event 3 and 4 restart the dead period for paralyzable detector which misses both event 3 and 4.

In non paralyzable method, after event 2 is registered, it recovers to register event 4. (event 3 is lost since it is within dead time of event 2 and event 4 is outside the dead time of 2)

- After event 5 is recorded, paralyzable detector extends the dead period from events 6,7, and 8. As a result, all events 6,7,8 are lost.
- In non-paralyzable detector, after event 5 is recorded, it recovers to record the event 7. Only event 6 and 8 are lost as they are within dead time of event 5 and 7 respectively.

Non paralizzabile

- Let us obtain an expression for true interaction rate. Dead time is a fixed value for each event in this method.

assume R = rate of true interactions

R_{meas} = rate of measured events

τ = dead time for one event

If m is the measured nbr of events during the time T , the measured rate is R_{meas} and the dead time cumulated is $t_d = m\tau$.

If n is the true nbr of incident particles and R is the true rate, we have lost $Rt_d = Rm\tau$ events in the T interval, then

$$n = m + m\tau R \rightarrow \text{divide by } T$$

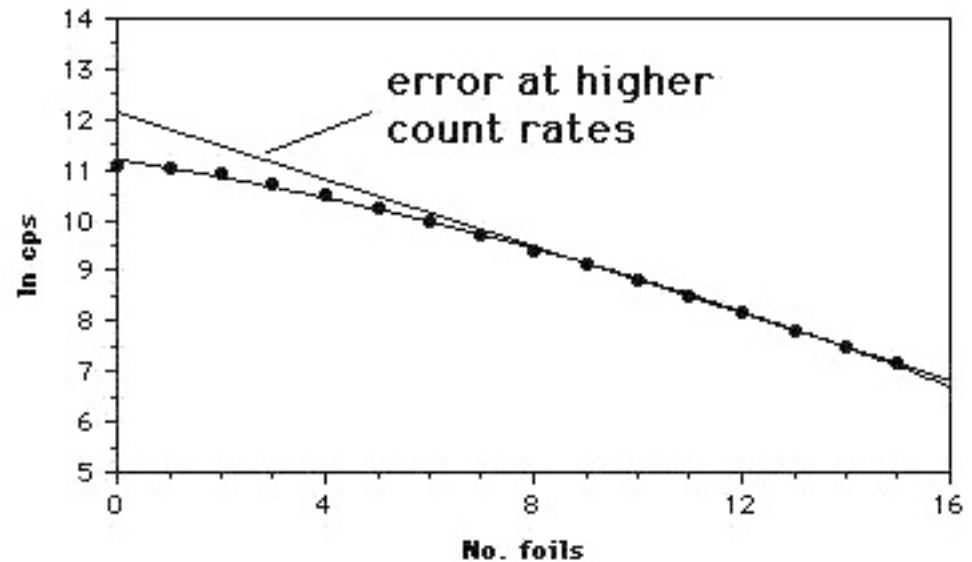
$$\rightarrow R = R_{\text{meas}} + R R_{\text{meas}} \tau \rightarrow R = R_{\text{meas}} / (1 - R_{\text{meas}} \tau)$$

O anche

$$\rightarrow R_{\text{meas}} = R / (1 + R\tau)$$

Esempio: un flusso di fotoni incide su una pila di fogli di spessore dato

L'attenuazione attesa e' un esponenziale in funzione del numero di fogli attraversati, con una lunghezza di attenuazione $\mu = N_A/A\sigma$



$$I/I_0 = \exp(-\mu \cdot x)$$

$$\ln I = \ln I_0 - \mu \cdot x$$

straight line

$$R_{\text{meas}} = R / (1 + R\tau)$$

Le correzioni diventano importanti ad alti rates R , quando $R\tau$ non e' piu' $\ll 1$
 Il numero dei conteggi misurato devia da quello atteso.

Caratteristiche degli apparati

Esempio per la misura del tempo morto.

Il metodo classico per misurare un tempo morto è il cosiddetto metodo delle due sorgenti. Supponiamo che n_1 ed n_2 sono i conteggi veri delle 2 sorgenti e R_1 , R_2 ed R_{12} sono i conteggi misurati per le 2 sorgenti separate ed assieme rispettivamente. Assumiamo inoltre che non ci sia fondo. Allora:

$$n_1 = \frac{R_1}{1 - R_1\tau} \quad n_2 = \frac{R_2}{1 - R_2\tau} \quad n_1 + n_2 = \frac{R_{12}}{1 - R_{12}\tau}$$

\Rightarrow

$$\frac{R_{12}}{1 - R_{12}\tau} = \frac{R_1}{1 - R_1\tau} + \frac{R_2}{1 - R_2\tau}$$

\Rightarrow

$$\tau = \frac{R_1 R_2 - \left[R_1 R_2 (R_{12} - R_1)(R_{12} - R_2) \right]^{1/2}}{R_1 R_2 R_{12}}$$

Caratteristiche degli apparati

- ❖ **Tempo di sensibilità τ_s** : intervallo di tempo in cui i segnali possono essere raccolti indipendentemente dalla loro correlazione con il **trigger**. È importante per tutti gli apparati pulsati.
e.g. Se in un esperimento l'apparato è comandato da una interazione del fascio nella targhetta, si apre normalmente una finestra di tempo τ_s durante la quale raccolgo l'evento. Se per caso durante quell'intervallo di tempo passa un raggio cosmico anche questo evento di fondo viene raccolto.
- ❖ **Tempo di lettura** : tempo richiesto per leggere l'evento.
- ❖ **Tempo di ripetizione** : strettamente connesso al tempo di lettura determina il minimo intervallo di tempo necessario perché 2 eventi successivi possano essere distinti.
- ❖ **Tempo di memoria** : massimo ritardo di tempo fra il trigger e la raccolta dell'evento in modo da avere ancora un'efficienza del 50%
- ❖ **Tempo di risoluzione** : caratterizza il minimo intervallo di tempo per distinguere 2 eventi; molto simile al tempo di ripetizione. Mentre il tempo di ripetizione si riferisce a tutto l'apparato sperimentale il **tempo di risoluzione** si riferisce ad una parte dell'apparato (**camera calorimetro ...**)