

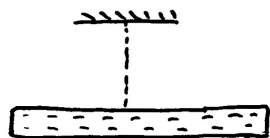
Lezioni in [http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica\\_fisica/did\\_fis1718/](http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/did_fis1718/)

## Lez 15 15/11/17

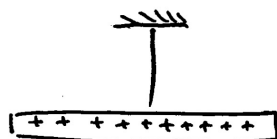
Fisica Sperimentale e Applicazioni  
Didattiche

TALETE DI MILETO SCOPRI' CHE QUANDO UN PEZZO  
DI AMBRA VENIVA STROFINATO ERA IN GRADO DI  
ATTIRARE PELLETTI DI CARTA

AMBRA = ELEKTRON



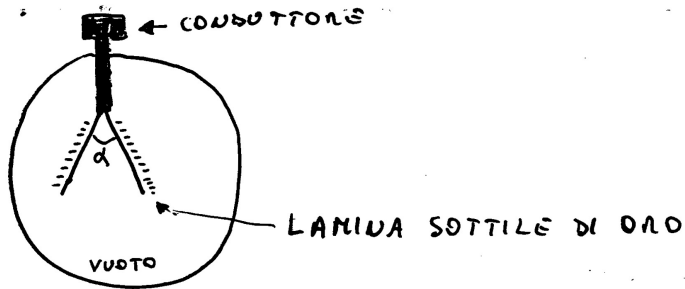
BACCHETTA DI PLASTICA STROFINATA CON  
UNA PELLE



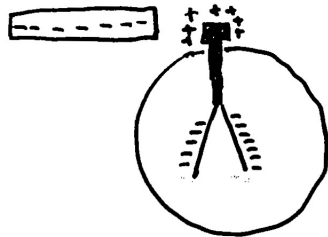
BACCHETTA DI VETRO STROFINATA CON  
DELLA SETA

- DUE BACCHETTE DI VETRO SI RESPINGONO
- DUE BACCHETTE DI PLASTICA SI RESPINGONO
- UNA BACCHETTA DI VETRO ED UNA DI PLASTICA SI ATTIRANO
- SE UNA BACCHETTA "SCARICA" SI METTE A CONTATTO  
CON UNA "CARICA", SI CARICA ANCH'ESSA.
- B. FRANKLIN (~1750) IPOTIZZO' CHE VI FOSSE UN FLUIDO  
ELETTTRICO CHE SI TRASMETTEVA DA UN CORPO AD UN ALTRO  
E CHE SI CONSERVAVA.

# Fenomeni elettrici



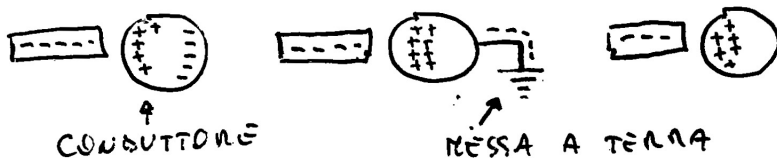
- ERA POSSIBILE MISURARE LA QUANTITA' DI CARICA POSSEDUTA DA UN OGGETTO CON UNO STRUMENTO CHIAMATO ELETTROSCOPIO.



- METTENDO A CONTATTO UN CORPO CARICO CON L'ELETTROSCOPIO, PARTE DELLA CARICA SI TRASFERIVA SULLE LAMINE D'ORO CHE SI RESPINGEVANO. L'ANGOLO  $\alpha$  E' PROPORTIONALE ALLA CARICA  $Q$ .

## • INDUZIONE ELETTROSTATICA

SE SI AVVICINA UN CORPO CARICO ALL'ELETTROSCOPIO SI OSSERVA CHE LE LAMINE REGISTRANO UNA PRESENZA DI CARICA



E' CARICO PER INDUZIONE (122)

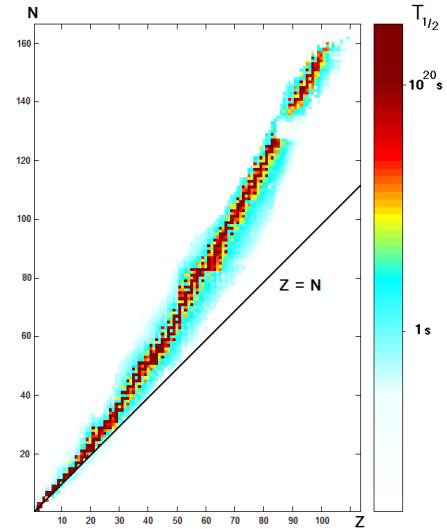
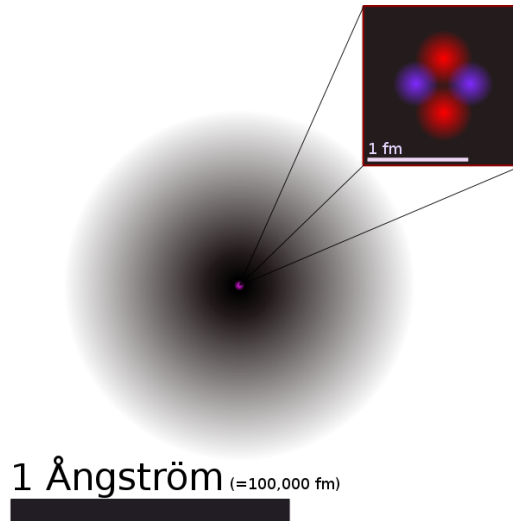
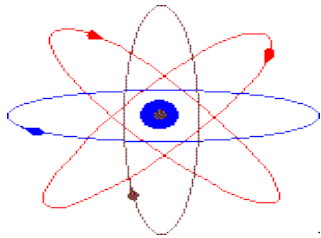
# Carica elettrica

- John Dalton (1776-1844) avvalendosi delle della legge della conservazione della massa e legge delle proporzioni definite formulò la sua teoria atomica:
  - gli atomi di uno stesso elemento sono tutti uguali tra loro
  - la materia è formata da particelle chiamate atomi
  - gli atomi non sono ulteriormente scomponibili
- Geiger e Marsden (1909) studiando la deviazione di particelle alfa (nuclei di elio) emesse da sostanze radioattive (e sparate contro un foglio sottile di oro), hanno stabilito il cosiddetto “modello planetario” dell’atomo:
  - La massa è concentrata nel nucleo dell’atomo (protoni e neutroni)
  - particelle “leggere” (elettroni) “ruotano” attorno al nucleo come fanno i pianeti attorno al sole.
- La forza che trattiene gli elettroni attorno al nucleo è la forza di Coulomb tra elettroni e nucleo



# Carica elettrica 2

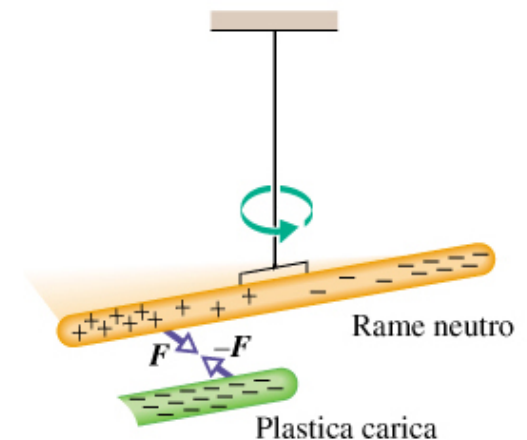
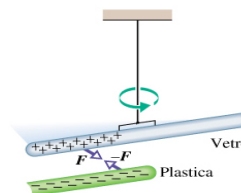
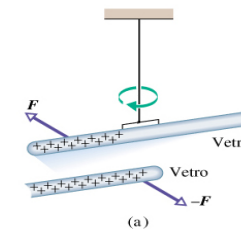
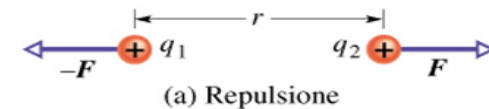
Modello atomico:



- Il nucleo è costituito da protoni e neutroni (massa  $m = 1.67 \times 10^{-27}$  kg)
- Il numero di elettroni (massa  $1/1836$  della massa del protone) è pari al numero di protoni (l'atomo è elettricamente neutro)
- Protoni ed elettroni hanno una caratteristica (analoga alla massa) detta carica elettrica. Mentre esiste un solo tipo di massa esistono due tipi di cariche elettriche (per convenzione positiva quella dei protoni, negativa quella di elettroni).
- Cariche di segno opposto si attraggono, dello stesso segno si respingono.

# Cariche elettriche – Isolanti e Conduttori

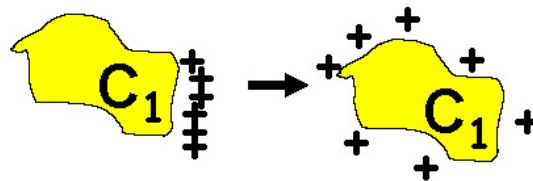
- La struttura dell'atomo fornisce l'interpretazione dei fenomeni elettrici noti già ai greci.
- Strofinando tra loro (anche mettendo in contatto sostanze diverse) un certo numero di elettroni passa da una sostanza all'altra, una sostanza avrà cariche elettriche in eccesso, l'altra in difetto. Se gli elettroni in eccesso non sono liberi di muoversi (sostanze isolanti) i due corpi si attraggono.
- In alcune sostanze (conduttori come l'acqua con sali disciolti, metalli, il corpo umano – altissima percentuale di acqua) gli elettroni si muovono quasi liberamente e tendono ad allontanarsi disperdendosi.
- Con questo processo i corpi isolanti si caricano elettricamente.



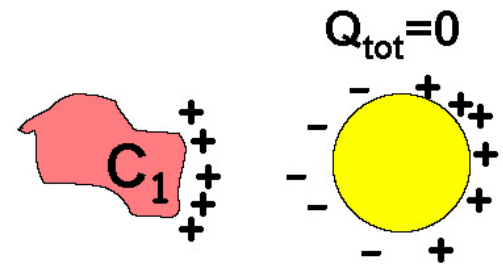
Il comportamento di un materiale è legato alla sua struttura atomica:

→ **isolanti**: gli elettroni sono ben vincolati al nucleo. Se aggiungiamo della carica in una zona non si muove verso altre parti del corpo ( vetro, plastica )

→ **conduttori**: gli elettroni esterni sono debolmente legati e quindi si muovono “ facilmente ” sotto l'azione di una forza esterna. Se aggiungiamo della carica in una zona tende a disperdersi. (metalli)



Se avviciniamo un corpo isolante carico ad un conduttore isolato la carica sul conduttore si ridistribuisce: abbiamo il fenomeno dell'**induzione elettrostatica**.



# Carica elettrica

La carica non e' continua, come non lo e' nessun materiale:

Essi sono costituiti da entita' discrete, atomi o molecole.

Allo stesso modo si 'e' trovato che la carica elettrica puo' assumere solo valori discreti, multipli interi della carica elettrica fondamentale  **$e = 1.6021 \times 10^{-19} \text{ C}$** ,  
cioe' la carica elettrica e quantizzata,  **$q = ne$**  dove  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

La carica  $e$  e' una delle costanti fondamentali della natura

NB: la carica elettrica non e' una "sostanza": le particelle materiale sono sostanza, la carica elettrica e' una proprieta' delle particelle, come la massa

La carica elettrica totale di un sistema isolato e' conservata in tutti i processi fisici:  $Q_{\text{prima}} = Q_{\text{dopo}}$

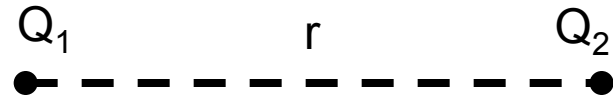
E' una delle leggi di conservazione fondamentali (come quelle di quantita' di moto, energia e momento angolare)

Particolarmente evidente e importante in fisica delle particelle elementari

# Legge di Coulomb

La forza che si esercita fra due cariche puntiformi in quiete vale

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{u}_r$$



- NEL VUOTO, NEL S. I., SI HA:

$$k = 8.9876 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \approx 9.0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

- PER SEMPLIFICARE LE LEGGI DELL'ELETTROMAGNETISMO SI PONE:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

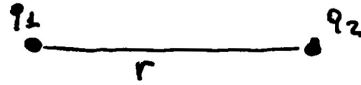
- $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$  [costante dielettrica del vuoto (permittivita')]

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

- LA FORZA E' DIRETTA LUNGO LA RETTA CONGIUNGENTE LE DUE CARICHE

- PUO' ESSERE ATTRATTIVA O REPULSIVA

# Unita' di misura della carica: il Coulomb



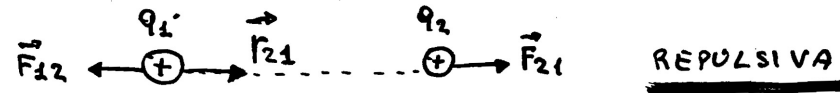
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r}$$

- NEL S.I. LA QUANTITA' DI CARICA SI MISURA IN COULOMB C
- DUE CARICHE DI 1C POSTE ALLA DISTANZA DI 1m ESERCITANO UNA SULL'ALTRA UNA FORZA PARI A  $9 \cdot 10^9$  N
- IL COULOMB E' UNA QUANTITA' DI CARICA MOLTO GRANDE
- L'UNITA' DI MISURA FONDAMENTALE DEL S.I. NON E' IL COULOMB MA L'AMPERE A, CHE E' L'UNITA' DI MISURA DELLA CORRENTE ELETTRICA
- CARICA DI UN ELETTRONE

$$Q_e = -1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ C} = \frac{1}{|Q_e|} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ elettroni}$$

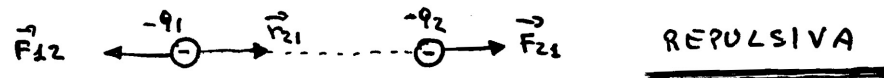
# Forza di Coulomb



$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad \text{forza sulla carica 2 dovuta alla carica 1}$$

- IL RAGGIO VETTORE  $\vec{r}$  È DIRETTO DALLA CARICA CHE ESERCITA LA FORZA ALLA CARICA CHE LA SUBISCE
- VERSORE  $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$
- PER IL PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE SI HA:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$



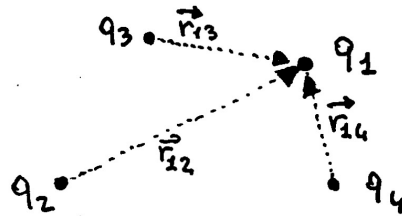
$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$



$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

# Principio di sovrapposizione

- SUPPONIAMO DI AVERE 4 CARICHE,  $q_1, q_2, q_3, q_4$   
VALUTIAMO LA FORZA CHE LE TRE CARICHE  $q_2, q_3, q_4$   
ESERCITANO SULLA CARICA  $q_1$



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$

forza esercitata sulla carica 1 dalla  
carica 2

$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13}$$

forza esercitata sulla carica 1 dalla  
carica 3

$$\vec{F}_{14} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_4}{r_{14}^2} \hat{r}_{14}$$

forza esercitata sulla carica 1 dalla  
carica 4

- CIASCUNA CARICA SEPARATANENTE ESERCITA SULLA  
CARICA 1 LA FORZA  $\vec{F}_{1c}$  ( $c=2,3,4$ )



# Principio di sovrapposizione

- LA FORZA CHE LE TRE CARICHE ESERCITANO CONTEMPORANEAMENTE SULLA CARICA 1 È DATA DALLA SOMMA VETTORIALE:

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &= \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_4}{r_{14}^2} \hat{r}_{14} = \\ &= q_1 \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_4}{r_{14}^2} \hat{r}_{14} \right) = \\ &= q_1 \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_{1i}}{r_{1i}^2}\end{aligned}$$

- LA PROPRIETÀ DI POTER SOMMARE GLI EFFETTI DELLE SINGOLE CAUSE PER TROVARE L'EFFETTO GLOBALE SI CHIAMA PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.

N.B. SE LASCIAMO INVARIATE LE POSIZIONI DELLE CARICHE E CAMBIAMO SOLO IL VALORE DELLA CARICA  $q_1$

$$q_1 \rightarrow q_1'$$

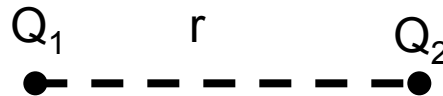
AVREMO CHE

$$\vec{F}_1' = \frac{q_1'}{q_1} \cdot \vec{F}_1$$

# Campo elettrico

- ❑ Prendiamo  $Q_1$  come sorgente: su  $Q_2$  agisce una forza dovuta alla presenza della carica  $Q_1$
- ❑ Le due cariche non sono a contatto ma si trovano a una distanza  $r$ : com'è possibile che vi sia una forza senza contatto?
- ❑ Faraday («1830) ipotizzò il concetto di campo elettrico
- ❑ La carica  $Q_1$  modifica le proprietà dello spazio circostante creando un "campo" di forze.
- ❑  $Q_2$  interagisce con il campo (creato da  $Q_1$ ) presente nel punto in cui essa si trova

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{u}_r$$



- 1) UNA CARICA  $q$  POSTA NELLO SPAZIO PRODUCE UN CAMPO ELETTRICO
- 2) UN'ALTRA CARICA  $q_0$  INTERAGISCE CON IL CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DALLA PRIMA E SUBISCE QUINDI UNA FORZA
- 3) MISURANDO QUESTA FORZA SI RISALE AL CAMPO.  
LA FORZA SI PUO' MISURARE IN MANIERA STATICA (DINAMOMETRO) OPPURE DINAMICA (ACCELERAZIONE,  $F=ma$ )

# Definizione di $E$

- Sperimentalmente si trova che la forza misurata  $\vec{F}$  è proporzionale alla carica  $q_0$  usata per misurare il campo

$$F \propto q_0 \Rightarrow \vec{F} = q_0 \vec{E}$$

- QUINDI OPERATIVAMENTE SI HA:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

- SPOSTANDO LA CARICA  $q_0$  SI DETERMINA  $\vec{E}$  IN TUTTI I PUNTI DELLO SPAZIO.

- N.B. PER EVITARE CHE LA CARICA DI PROVA DISTURBI LA DISTRIBUZIONE DELLE ALTRE CARICHE CHE GENERANO IL CAMPO, SI SCEGLIE UNA CARICA MOLTO PICCOLA

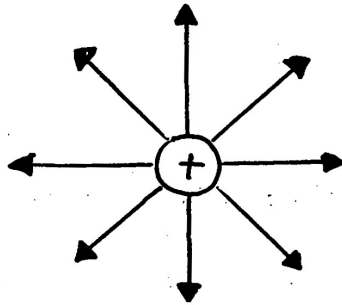
$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

- SE SI HANNO PIU' CARICHE IL CAMPO ELETTRICO RISULTANTE E' LA SOMMA DEI SINGOLI CAMPI ELETTRICI (PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE)

- LE LINEE DI FORZA DANNO LA DIREZIONE E IL VERSO DEL CAMPO. IN OGNI PUNTO IL VETTORE  $\vec{E}$  E' TANGENTE ALLE LINEE DEL CAMPO.

# Linee di forza

CARICA PUNTIFORME  $+q$

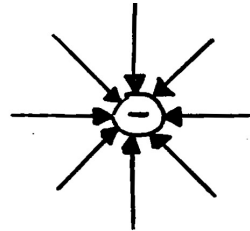


LE LINEE DI FORZA DEL CAMPO ELETTRICO SONO DELLE RETTE USCENTI DALLA CARICA

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



LE LINEE DI FORZA DEL CAMPO ELETTRICO SONO DELLE RETTE ENTRANTI NELLA CARICA

CRITERIO DI FARADAY

DOVE L'INTENSITA' DEL CAMPO E' PIU' FORTE, LE LINEE DI FORZA SONO PIU' DENSE

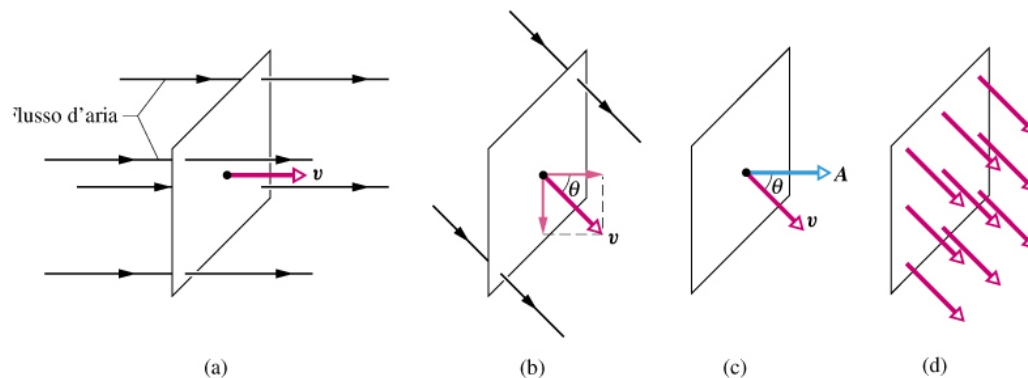
N.B. LE LINEE DEL CAMPO NON POSSONO MAI INCROCIARSI NEL PUNTI DELLO SPAZIO DOVE NON CI SONO CARICHE

# Flusso di un Campo Vettoriale

- Il flusso infinitesimo di un campo vettoriale è definito da:

$$d\phi(\vec{v}) = \vec{v} \cdot \hat{n} dS = v \cos \theta dS$$

- In origine il flusso è stato definito per correnti di fluidi (aria, acqua) per caratterizzare ad esempio la quantità di volume di un fluido che passa attraverso una superficie nell'unità di tempo
- Successivamente il concetto di flusso è stato esteso ad un generico campo vettoriale (come estensione della corrente, cioè del flusso del campo definito dalle velocità vettoriali)

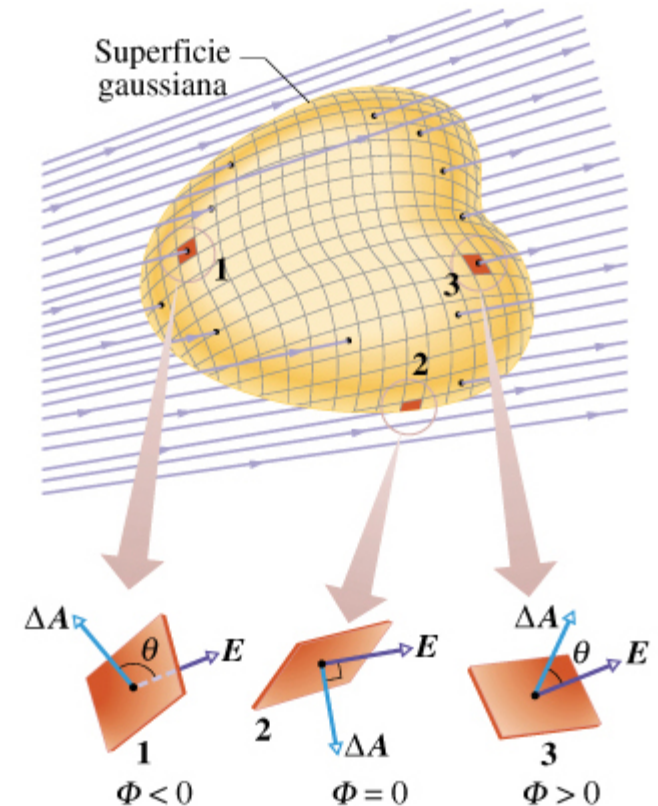


# Flusso di un Campo Vettoriale 2

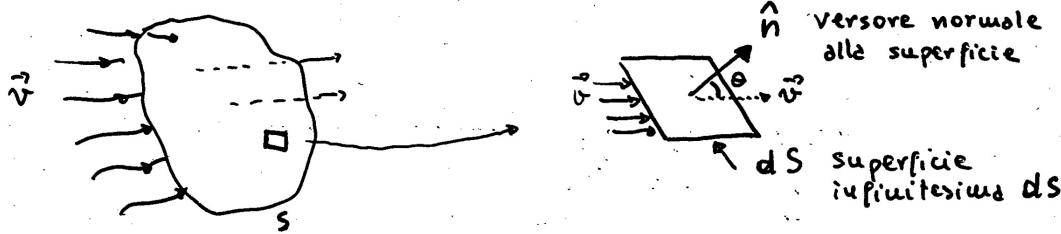
- Il differenziale del flusso può essere usato per calcolare il flusso attraverso una superficie generica...
- Il flusso totale attraverso tutta la superficie  $S$  è l'integrale, esteso la superficie  $S$ , di tutti i contributi  $d\phi(\mathbf{v})$ :

$$\phi(\vec{v}) = \int_{S \text{ chiusa}} \vec{v} \cdot \hat{n} dS = \oint \vec{v} \cdot \hat{n} dS$$

- Se la superficie  $S$  è una superficie chiusa (per ex. una sfera), il versore normale  $\mathbf{n}$  si definisce sempre rivolto verso l'esterno e il flusso si dice uscente da  $S$ .



- IL FLUSSO DI UN CAMPO VETTORIALE È UNA GRANDEZZA PROPORZIONALE AL NUMERO DI LINEE DI FORZA DEL CAMPO CHE ATTRAVERSANO UNA DATA SUPERFICIE

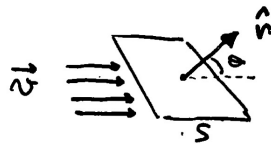


- $d\Phi = \vec{v} \cdot \hat{n} dS = |\vec{v}| dS \cos \theta$
- $\theta$  È L'ANGOLO FORMATO DALLA NORMALE ALLA SUPERFICIE CON IL VETTORE  $\vec{v}$ .  
SE L'ANGOLO È  $90^\circ$  ALLORA IL FLUSSO È NULLO.

- IL FLUSSO ATTRAVERSO L'INTERA SUPERFICIE  $S$  È DATO DALLA SOMMA DEI FLUSSI ELEMENTARI  $d\Phi$

$$\Phi_S(\vec{v}) = \int_S d\Phi = \int_S \vec{v} \cdot \hat{n} dS = \int_S |\vec{v}| dS \cos \theta$$

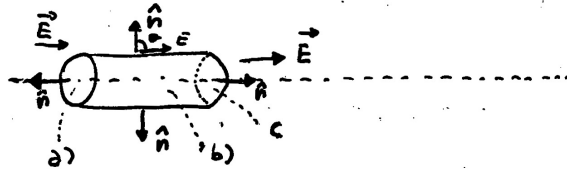
- CASO PARTICOLARE: LA SUPERFICIE È PIANA ED IL VETTORE  $\vec{v}$  È LO STESSO IN TUTTI I PUNTI DELLA SUPERFICIE



$$\Phi_S(\vec{v}) = \int_S \vec{v} \cdot \hat{n} dS = \vec{v} \cdot \hat{n} \int_S dS = \vec{v} \cdot \hat{n} S = \underline{|\vec{v}| \cdot S \cdot \cos \theta}$$

LA FIGURA MOSTRA UNA SUPERFICIE GAUSSIANA DI FORMA CILINDRICA CON RAGGIO  $R$  IMMERSA IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME  $\vec{E}$ . L'ASSE DEL CILINDRO SIA PARALLELO AL CAMPO. QUANTO VALE IL FLUSSO  $\Phi$  DEL CAMPO ELETTRICO PER QUESTA SUPERFICIE CHIUSA?

# Esempio



$$\Phi_s(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \int_a \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds + \int_b \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds + \int_c \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds$$

- SULLA SUPERFICIE  $a$  L'ANGOLO TRA  $\hat{n}$  E IL CAMPO  $\vec{E}$  VALE  $180^\circ$

$$\int_a \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \vec{E} \cdot \hat{n} \int_a ds = |\vec{E}| \cdot S_a \cdot \cos\theta = -|\vec{E}| S_a$$

- SULLA SUPERFICIE CILINDRICA L'ANGOLO E'  $90^\circ$

$$\int_b \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \vec{E} \cdot \hat{n} \int_b ds = |\vec{E}| \cdot S_b \cdot \cos\theta = |\vec{E}| \cdot S_b \cdot \cos 90^\circ = 0$$

- SULLA SUPERFICIE  $c$  L'ANGOLO E' ZERO

$$\int_c \vec{E} \cdot \hat{n} \, ds = \vec{E} \cdot \hat{n} \int_c ds = |\vec{E}| \cdot S_c \cdot \cos\theta = |\vec{E}| \cdot S_c$$

- NEL CILINDRO  $S_a = S_c = S$

- SOMMIAMO I TRE INTEGRALI

$$\Phi_s(\vec{E}) = -\vec{E} \cdot S + 0 + \vec{E} \cdot S = 0$$

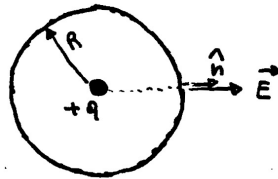
$\Rightarrow$  IL FLUSSO DI UN CAMPO UNIFORME ATTRAVERSO UNA

SUPERFICIE CHIUSA E' ZERO.



# TEOREMA DI GAUSS

- CALCOLIAMO IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME POSITIVA, ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE SFERICA CHE HA NEL SUO CENTRO LA CARICA.



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

- SUPERFICIE DI UNA SFERA:  $S = 4\pi R^2$

PRENDIAMO UNA SUPERFICIE INFINITESIMA  $dS$  SULLA SFERA

$$dS = R^2 d\Omega$$

- $d\Omega$  E' L'ANGOLO SOLIDO INFINITESIMO [ $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ ]

$$\left[ \text{circonferenza} = 2\pi R ; \text{infinitesimo di circonferenza } dl = R d\varphi \right]$$

- LA NORMALE  $\hat{n}$  E' DIRETTA COME IL RAGGIO VETTORE  $\vec{R}$

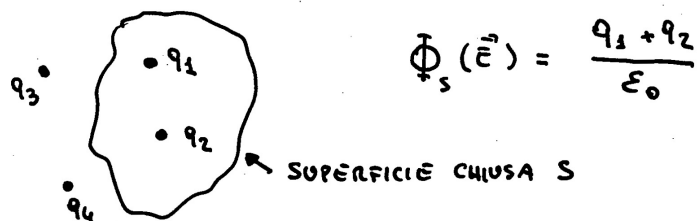
$$d\Phi(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \hat{n} dS = |\vec{E}| \cdot dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cdot R^2 d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

- IL FLUSSO INFINITESIMO NON DIPENDE DAL RAGGIO DELLA SFERA

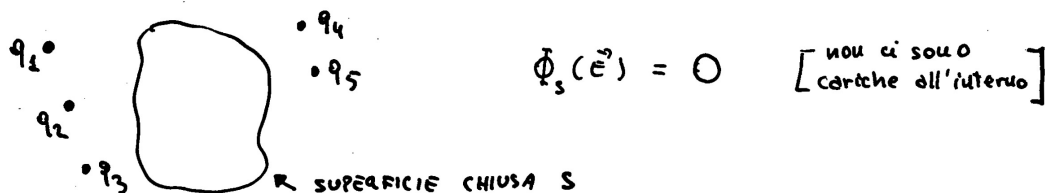
$$\Phi_s(\vec{E}) = \int_{S_{\text{chiusa}}} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{S_{\text{chiusa}}} d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot 4\pi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

# TEOREMA DI GAUSS

- IL FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE CHIUSA QUALSIASI E' PARI ALLA SOMMA ALGEBRICA DELLE CARICHE CONTENUTE ALL'INTERNO DIVISO  $\epsilon_0$ .



- LE CARICHE AL DI FUORI DELLA SUPERFICIE NON CONTANO, SEBBENE CONTRIBUISCONO AL VALORE DEL CAMPO  $\vec{E}$



- IL TEOREMA DI GAUSS E' UTILE OGNI QUALVOLTA, PER RAGIONI DI SIMMETRIA, E' POSSIBILE SCEGLIERE UNA SUPERFICIE SULLA QUALE IL MODULO DEL CAMPO ELETTRICO E' COSTANTE

$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_{S_{chiusa}} \vec{E} \cdot \hat{n} \, dS = \vec{E} \cdot \hat{n} \int_{S_{chiusa}} dS = |\vec{E}| \int_{S_{chiusa}} dS = |\vec{E}| \cdot S$$

PER IL TEOREMA DI GAUSS  $\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{interna}}{\epsilon_0}$ , ALLORA:

$$|\vec{E}| \cdot S = \frac{q_{interna}}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{S} \cdot \frac{q_{interna}}{\epsilon_0}$$

# Flusso Elettrico e Teorema di Gauss

- Tale teorema mette in relazione la carica elettrica (che produce il campo elettrico) presente all'interno di una superficie chiusa e il flusso del campo elettrico attraverso tale superficie
- Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa dipende solo dalla carica elettrica **all'interno** di tale superficie. Le cariche elettriche presenti all'esterno della superficie in esame non contribuiscono al flusso.
- L'enunciato del teorema può essere riassunto da tale equazione:

$$\phi(\vec{E}) = \oint_{S_{chiusa}} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$

- dove la sommatoria è estesa a tutte le cariche all'interno della superficie S e la relazione vale per cariche nel vuoto (se siamo in presenza di un mezzo è sufficiente effettuare la sostituzione  $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ )
- Nel caso di somma **positiva** di cariche racchiuse da S, si parla di flusso **uscente** da S; se la somma delle cariche è **negativa** parliamo di flusso **entrante**.

# Teorema di Gauss per il campo elettrico E

Il grande matematico tedesco K. F. Gauss (1777-1855) formulò la legge di Gauss per il campo elettrico (Legge di Maxwell per il flusso del campo elettrico)

Teorema di Gauss per il campo elettrico:

Il flusso elettrico attraverso una superficie gaussiana è direttamente proporzionale alla somma algebrica di tutte le cariche elettriche presenti all'interno della superficie.

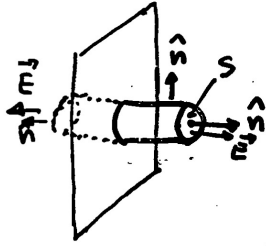
$$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon}$$

Significato fisico:

Il teorema di Gauss per il campo elettrico descrive una caratteristica importante del campo elettrostatico:

1. Le cariche elettriche sono le sorgenti del campo elettrico.
2. Le linee di campo nascono o muoiono sulle cariche elettriche.

TROVIAMO IL CAMPO ELETTRICO CREATO DA UNA CARICA  
DISTRIBUITA UNIFORMEMENTE CON DENSITA' SUPERFICIALE  
 $\sigma$  SU UN PIANO INFINITO ISOLANTE.



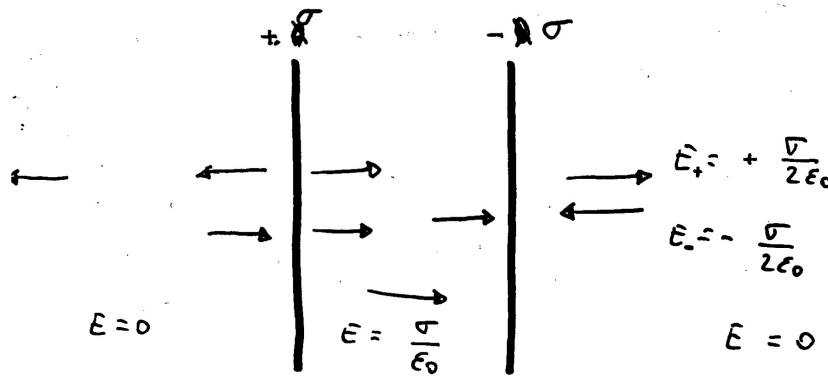
$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \Rightarrow dQ = \sigma \cdot dS$$

# Lamina isolante carica

- PER RAGIONI DI SIMMETRIA IL CAMPO  $\vec{E}$  DEVE ESSERE ORTOGONALE ALLA LAMINA
- SCEGLIAMO COME SUPERFICIE UN CILINDRO CON L'ASSE PERPENDICOLARE AL PIANO
- IL FLUSSO DALLA FACCIA LATERALE DEL CILINDRO E' NULLO PERCHE'  $\vec{E} \cdot \hat{n} = 0$  [l'altezza del cilindro puo' essere qualsiasi]
- IL FLUSSO DA UNA BASE DEL CILINDRO VALE:  
$$\Phi_1(\vec{E}) = |\vec{E}| \cdot S$$
- IL FLUSSO USCENTE DA TUTTO IL CILINDRO VALE:  
$$\Phi(\vec{E}) = |\vec{E}| \cdot S + |\vec{E}| \cdot S + 0 = 2 |\vec{E}| \cdot S$$
- PER IL TEOREMA DI GAUSS  $\Phi(E) = \frac{Q_{interna}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}$   
$$\Rightarrow 2 |\vec{E}| \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

N.B. IL MODULO DEL CAMPO ELETTRICO NON DIPENDE DALLA  
DISTANZA DALLA LAMINA

# Doppio strato



- PRENDIAMO DUE LAMINE PIANE INFINITE, UNA CON DENSITA'  $+\lambda$  E L'ALTRA  $-\lambda$
- ALL'INTERNO DEL DOPPIO STRATO IL CAMPO VALE  

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$
- FUORI DAL DOPPIO STRATO IL CAMPO VALE 0

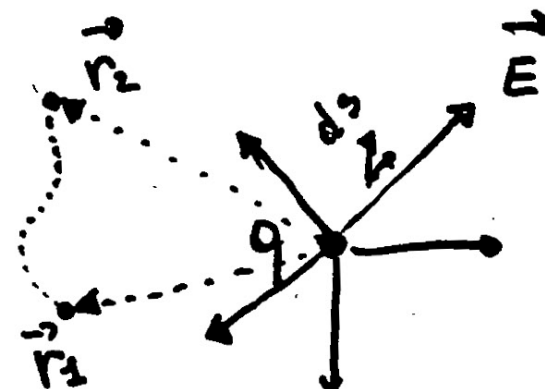
# Lavoro del campo E

Mettiamo una carica  $q_0$  di prova nel campo  $\underline{E}$  generato da una carica puntiforme  $\underline{E} = q_0 \underline{E}$

Spostiamo  $q_0$  da  $\underline{r}_1$  a  $\underline{r}_2$ ; il lavoro fatto dalla forza del campo e'

$$L = \int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{\underline{r}_1}^{\underline{r}_2} \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{q_0 \cdot q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



IL LAVORO NON DIPENDE DAL PERCORSO, MA SOLO  
DALLO STATO FINALE E DA QUELLO INIZIALE

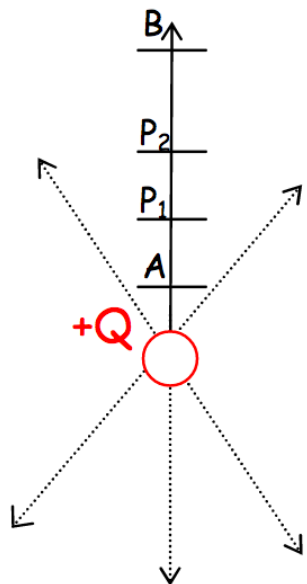
$\Rightarrow$  LA FORZA ELETTROSTATICA E' CONSERVATIVA

$\Rightarrow$  SI PUO' DEFINIRE L'ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

13. DATO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE, LE CONCLUSIONI

SONO VALIDE QUALUNQUE SIA IL NUMERO DI CARICHE

a) Consideriamo inizialmente il moto della carica  $q$  lungo una linea di forza.



Il campo elettrico, e quindi la forza, varia in funzione della distanza  $r$ .

Il campo elettrico non uniforme risulta:  $E = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r^2$  e la formula  $F = E \cdot q$  ha validità puntuale.

Il calcolo del lavoro, compiuto dalle forze del campo, per portare la carica di prova  $q$  dalla posizione iniziale  $A$  alla posizione finale  $B$  non può essere effettuato applicando in modo sintetico la relazione  $L = F \cdot d$ , con  $d = AB$ . Occorre suddividere lo spostamento  $AB$  in tanti piccoli spostamenti elementari  $\Delta s$ . Il lavoro totale risulta essere la sommatoria:  $L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$ , con  $L_i$  il lavoro compiuto nell' $i$ -esimo spostamento  $\Delta s_i = r_{i+1} - r_i$ .

Calcoliamo  $L_1$ , lavoro compiuto dal campo elettrico per lo spostamento elementare  $\Delta s_1 = \overline{AP_1}$  in cui la distanza  $r$  varia da  $r_A$  ad  $r_1$ .



Si ha una piccola variazione del campo elettrico ( $1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r_1^2 \leq E \leq 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r_A^2$ )  
 Il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  nell'intervallo  $AP_1$  può, in prima approssimazione, essere considerato costante esprimendo  $r^2$  mediante la media geometrica:  $r^2 = r_A \cdot r_1$ .

Si ha la seguente relazione per il campo elettrico:  $E = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A$  che possiamo considerare costante in tutti i punti dello spostamento  $\Delta s_1 = r_1 - r_A$ .

Sostituendo  $\Delta s_1$  ed  $E$  nella relazione del lavoro  $L_1 = qE \cdot \Delta s_1$ , si ha:

$$L_1 = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A \cdot (r_1 - r_A) = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot qQ (1/r_A - 1/r_1)$$

Analogamente, per l'intervallo  $\Delta s_2$ , si ha il lavoro:

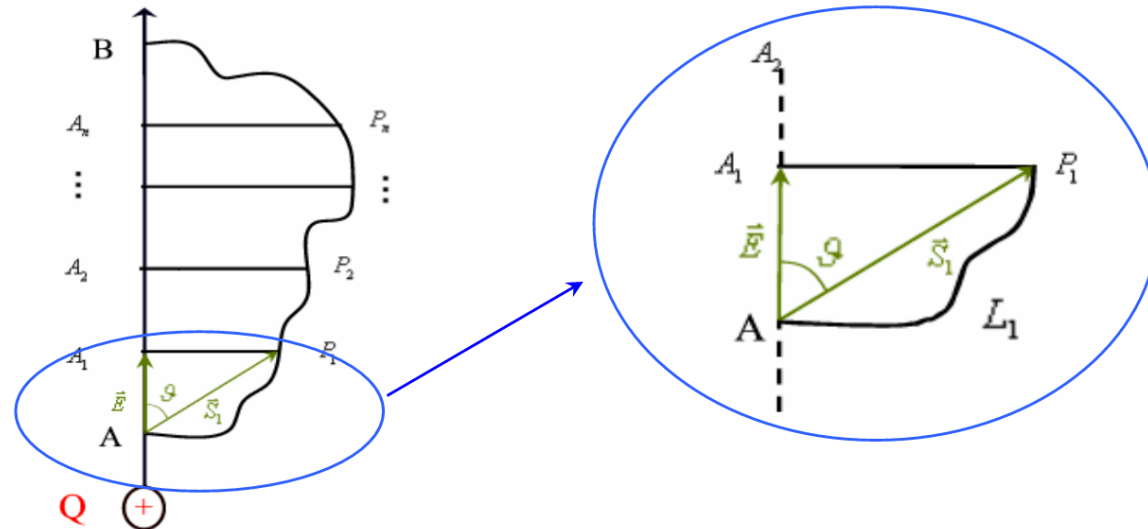
$$L_2 = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot qQ (1/r_1 - 1/r_2)$$

Sommando i lavori elementari si ha:

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n = Qq/4\pi\epsilon_0 (1/r_A - \cancel{1/r_1} + \cancel{1/r_1} - \cancel{1/r_2} + \dots + \cancel{1/r_n} - 1/r_B)$$

Quindi il lavoro totale risulta:  $L = Qq/4\pi\epsilon_0 (1/r_A - 1/r_B)$

b) Consideriamo il moto della carica  $q$  lungo una traiettoria qualsiasi.



Anche in questo caso il lavoro complessivo deve essere calcolato come somma dei lavori elementari negli  $n$  spostamenti  $\Delta s$ :  $L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_n$

Calcoliamo inizialmente il lavoro  $L_1$  compiuto dal campo sulla carica  $q$ , che esegue lo spostamento elementare  $\Delta s_1 = AP_1$ .

Analogamente al caso precedente si ha che il campo elettrico, nell'intervallo  $AP_1$ , può in prima approssimazione essere considerato costante e risulta:  $E_1 = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A$

Il lavoro elementare  $L_1$  risulta:  $L_1 = q \vec{E}_1 \cdot \vec{\Delta s}_1 = qE_1 \cdot \overline{AP_1} \cos \vartheta = q \cdot E_1 \cdot \overline{AA_1}$

Sostituendo la formula del campo elettrico e essendo  $\overline{AA_1} = r_1 - r_A$ , si ha:

$$L_1 = 1/4\pi\epsilon_0 \cdot q \cdot Q/r_1 \cdot r_A \quad (r_1 - r_A) = Qq/4\pi\epsilon_0 (1/r_A - 1/r_1)$$

Analogamente, per l'intervallo  $\Delta s_2$ , si ha il lavoro:  $L_2 = Qq/4\pi\epsilon_0 (1/r_1 - 1/r_2)$

Sommando i lavori elementari si ha:  $L = Qq/4\pi\epsilon_0 (1/r_A - 1/r_B)$

Il risultato ottenuto, per una traiettoria qualsiasi, è uguale a quello verificato quando la traiettoria coincidente con una linea di forza.

Si ha quindi che il lavoro dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale della carica  $q$  e non dalla traiettoria; ciò ci consente di affermare che il campo elettrostatico è conservativo.

# Energia potenziale elettrostatica

- DEFINIAMO ENERGIA POTENZIALE DEL CAMPO ELETTRICO  $\vec{E}$  IN UN PUNTO  $\vec{r}$  DELLO SPAZIO IL LAVORO FATTO DA UNA FORZA ESTERNA PER SPOSTARE LA CARICA  $q_0$  DALL' INFINITO AL PUNTO  $\vec{r}$

$$U(\vec{r}) = - \int_{\infty}^{\vec{r}} q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- CALCOLIAMO IL LAVORO FATTO DA  $\vec{E}$  PER FAR MUOVERE UNA CARICA DA  $\vec{A}$  a  $\vec{B}$

$$\begin{aligned} L_{AB} &= \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^{\infty} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{\infty}^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \\ &= - \int_{\infty}^A q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} - \left( - \int_{\infty}^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} \right) = U(A) - U(B) \end{aligned}$$

- $L_{AB} = U(A) - U(B)$

- SE  $U(B) < U(A) \Rightarrow$  IL LAVORO FATTO DAL CAMPO  $\vec{E}$  POSITIVO

# Potenziale elettrico

- $$U(\vec{r}) = -q_0 \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- CONSIDERIAMO L'ENERGIA POTENZIALE PER UNITA' DI CARICA

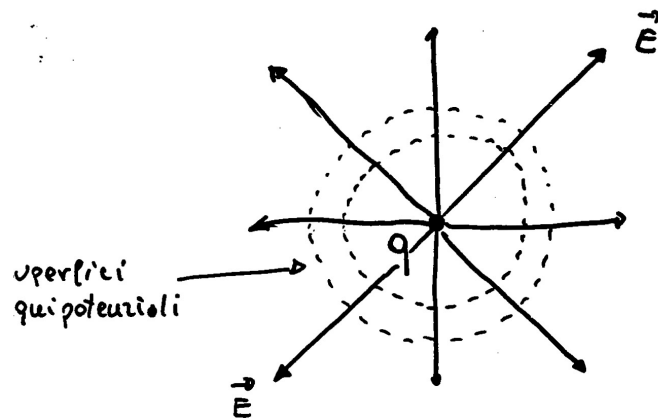
$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q_0} = - \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [\text{potenziale elettrico}]$$

- IL POTENZIALE ELETTRICO DI UN PUNTO ARBITRARIO E' UGUALE AL LAVORO PER UNITA' DI CARICA NECESSARIO PER PORTARE UNA CARICA DI PROVA POSITIVA DALL' INFINITO AL PUNTO
- LA QUANTITA' DI INTERESSE FISICO NON E' IL POTENZIALE BENSI' LA DIFFERENZA DI POTENZIALE

$$\Delta V = V(A) - V(B) = \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Il pot elettrico si misura in J/C = Volt  
Il campo elett si misura in V/m = N/C

# Pot el di una carica puntiforme



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V(r) = - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s} = - \int_{\infty}^r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

- IL POTENZIALE È UNA GRANDEZZA SCALARE
- $q > 0 \Rightarrow V > 0$  ;  $q < 0 \Rightarrow V < 0$
- I PUNTI CHE HANNO LA STESSA DISTANZA  $r$  DALLA CARICA  $q$  HANNO LO STESSO POTENZIALE (SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE)
- I PUNTI DI UNA SUPERFICIE ORTOGONALE AL CAMPO ELETTRICO HANNO LO STESSO POTENZIALE

# Pot di n cariche puntiformi

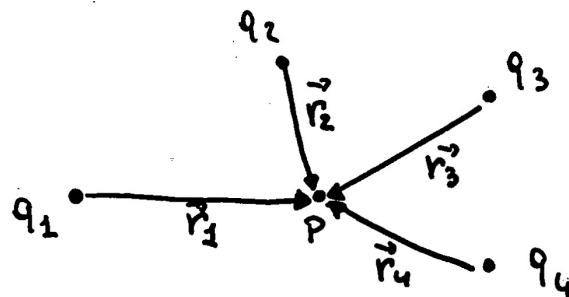
- VALE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1} \quad [r_1 = \text{distanza delle cariche } q_1 \text{ dal punto } \vec{P}]$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2} ; \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_3} ; \quad V_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_4}{r_4}$$

$$V(P) = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4} \right)$$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^4 \frac{q_i}{r_i}$$



- L'ENERGIA POTENZIALE DI UNA CARICA  $q_0$  POSTA IN  $\vec{P}$  VALI

$$U(P) = q_0 \cdot V(P) = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^4 \frac{q_i}{r_i}$$

N.B. IL CALCOLO DEL POTENZIALE È PIÙ SEMPLICE DEL  
CALCOLO DEL CAMPO ELETTRICO

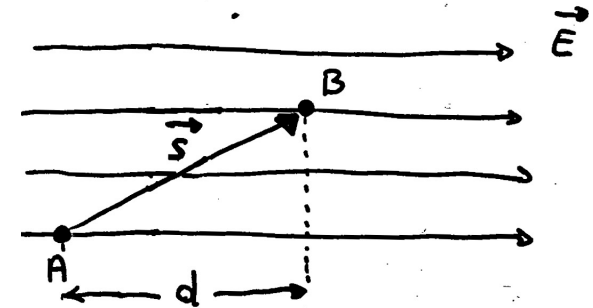
$\Rightarrow$  SI RICAVALA  $V \Rightarrow$  DA QUESTI SI RICAVALA  $\vec{E}$

# D.d.p. In un campo E uniforme

- CALCOLIAMO LA DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA DUE PUNTI  $\vec{A}$  E  $\vec{B}$  CHE SI TROVANO IN UN CAMPO  $\vec{E}$  UNIFORME

$$\Delta V = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

$$= \vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = \vec{E} \cdot \vec{s} = E \cdot d$$



- SE CI MUOVIAMO IN VERSO CONCORDE CON IL CAMPO ELETTRICO, IL POTENZIALE DIMINUISCE.
- SE METTIAMO UNA CARICA  $q_0$  POSITIVA, DI MASSA  $m$ , IN UN CAMPO  $\vec{E}$ , LA CARICA SEGUIRÀ LE LINEE DEL CAMPO DIMINUENDO LA SUA ENERGIA POTENZIALE E AUMENTANDO LA SUA ENERGIA CINETICA.

N.B.

$$\Delta V = V(f) - V(i) = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

$$\Rightarrow \Delta V = V(i) - V(f) = + \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

# Ricavare E conoscendo V

- IN UN CAMPO UNIFORME ABBIAMO VISTO CHE:

$$V(f) - V(i) = \Delta V = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -E d$$

- IN QUESTO CASO:

$$E = - \frac{\Delta V}{d}$$

- NEL CASO DI UNA VARIAZIONE INFINITESIMA

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- SE IL CAMPO HA UNA SOLA COMPONENTE ( $E_x$ ) ALLORA SI HA:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -E_x dx$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x = - \frac{dV}{dx}} \quad (\text{derivate di } V \text{ rispetto a } x)$$

- NEL CASO GENERALE SI HA:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -(E_x dx + E_y dy + E_z dz)$$

$$\Rightarrow E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad ; \quad E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} \quad ; \quad E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} \quad \left[ \begin{array}{l} \text{derivate} \\ \text{parziali} \end{array} \right]$$

- V.B. IN CASO DI SIMMETRIA SFERICA

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -E dr$$

$$\Rightarrow E = - \frac{dV}{dr}$$



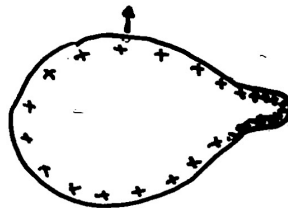
IN UN CONDOTTORE LE CARICHE ELETTRICHE POSSONO  
MUOVERSI LIBERAMENTE AL SUO INTERNO.

## Conduttori

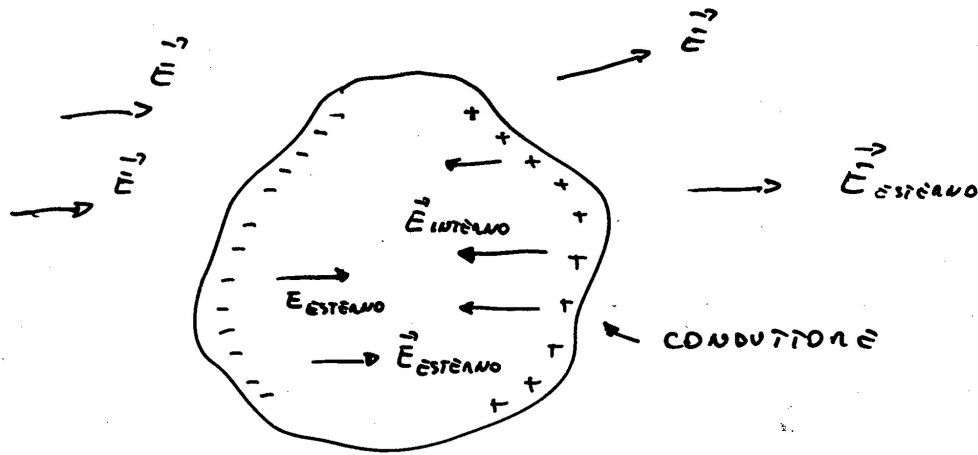
IN UN CONDOTTORE IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO  
NON C'E' NESSUN MOVIMENTO DI CARICA

TALE CONDOTTORE POSSIEME LE SEGUENTI PROPRIETA':

- IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DI ESSO E' NULLO OVUNQUE
- UN QUALUNQUE ECCEDSO DI CARICA SU UN CONDOTTORE ISOLATO DEVE RISIEDERE UNICAMENTE SULLA SUA SUPERFICIE ESTERNA
- IL CAMPO ELETTRICO IN UN PUNTO APPENA AL DI FUORI DI UN CONDOTTORE CARICO E' PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE E HA MODULO  $\sigma/\epsilon_0$ . (teorema di Coulomb)
- SU UN CONDOTTORE DI FORMA IRREGOLARE, LA CARICA TENDE AD ACCUMULARSI IN PUNTI IN CUI LA CURVATURA E' MAGGIORE (effetto delle punte)



# E nullo all'interno



- PONIAMO UN CONDUTTORE IN UN CAMPO  $\vec{E}$  ESTERNO
- GLI ELETTRONI ALL'INTERNO SENTIRANNO LA FORZA

$$\vec{F} = -q_e \cdot \vec{E}$$

E QUINDI SI SPOSTERANNO

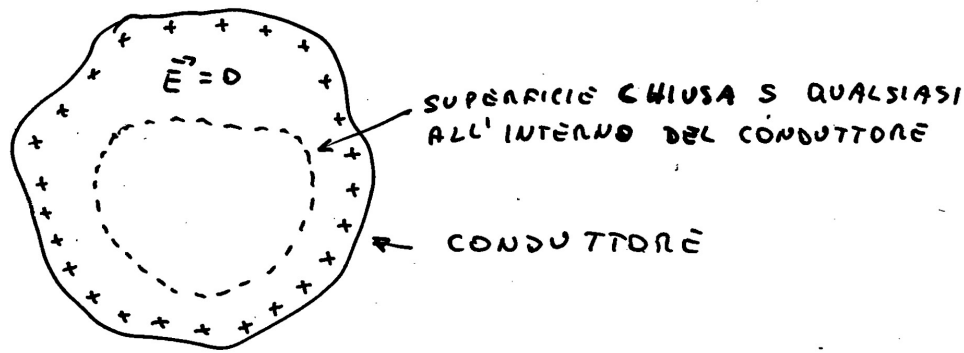
COSI' FACENDO SI CREA UN'ASIMMETRIA DI CARICA  
ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE CHE GENERA A SUA VOLTA  
UN CAMPO  $\vec{E}$  "INTERNO"

GLI ELETTRONI SI "RIARRANGIANO" FINO A QUANDO  
SU DI ESSI NON VI SARA' PIU' NESSUNA FORZA CHE LI  
FA MUOVERE (EQUILIBRIO ELETTROSTATICO)

$$\vec{F} = -q_e \cdot \vec{E} = -q_e (\vec{E}_{\text{ESTERNO}} + \vec{E}_{\text{INTERNO}}) = 0$$

$$\text{QUINDI } \vec{E} = \vec{E}_{\text{ESTERNO}} + \vec{E}_{\text{INTERNO}} = 0$$

E. N.B. LA CONDIZIONE  $\vec{E} = 0$  SI OTTIENE QUASI ISTANTANEAMENTE  
Did 1718



- METTIAMO UNA CARICA  $Q$  SU UN CONDUTTORE ISOLATO.
- LA CARICA SI RIDISTRIBUISCE IN MODO DA AVERE  $\vec{E} = 0$  ALL'INTERNO
- SCEGLIAMO UNA SUPERFICIE CHIUSA QUALSIASI ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE SULLA QUALE APPLICARE IL TEOREMA DI GAUSS:

$$\Phi_s(\vec{E}) = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_s(\vec{E}) = \int_{\text{chiusa}} \vec{E} \cdot \hat{n} \, dS = 0 \quad [\text{dato che } \vec{E} = 0]$$

- NE CONSEGUE CHE ANCHE

$$q_{\text{INTERNA}} = 0$$

QUINDI LA CARICA NON PUO' CHE DISPORSI SULLA

E. SUPERFICIE ESTERNA

Carica sulla  
superficie  
esterna

# Teorema di Coulomb

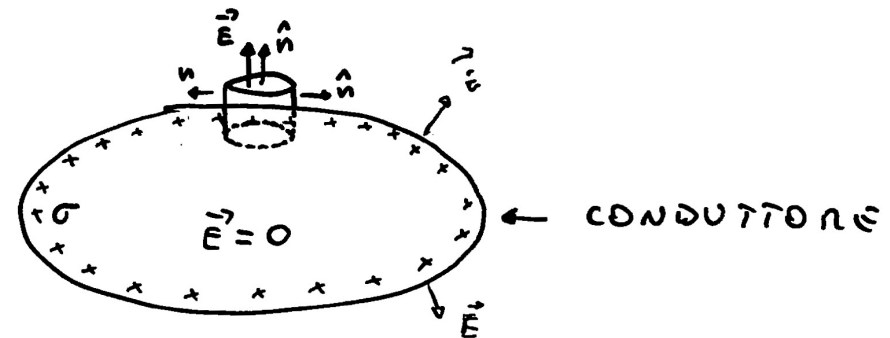
- PRENDIAMO UN CONDUTTORE CHE ABBA UNA DENSITA' SUPERFICIALE DI CARICA  $\sigma$
- SE IL CAMPO  $\vec{E}$  SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE AVESSSE UNA COMPONENTE PARALLELA ALLA SUPERFICIE, ALLORA CI SAREBBE SULLE CARICHE UNA FORZA  $\vec{F}_n = q \cdot \vec{E}_n$  CHE LE FAREBBE MUOVERE. DATO CHE IL CONDUTTORE E' IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO ALLORA  $\vec{E}$  DEVE ESSERE PERPENDICOLARE

APPLICHIAMO IL TEOREMA DI GAUSS AD UN CILINDRETTO AVERE SUPERFICIE DI BASE  $S$

$$\Phi_s(\vec{E}) = \underbrace{0}_{\substack{\text{base} \\ \text{interne}}} + \underbrace{0}_{\substack{\text{superficie} \\ \text{laterale}}} + |\vec{E}| \cdot S \quad \substack{\text{base esterna}}$$

$$\Phi_s(\vec{E}) = \frac{Q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$



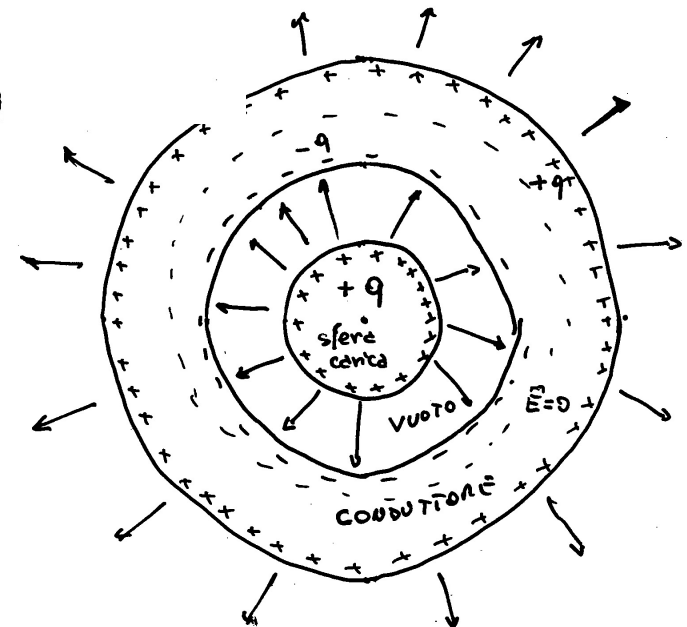
# Sfera cava (induz. Elettrostat.)

- PRENDIAMO UNA SFERA CONDUUTTRICE SCARICA CON ALL'INTERNO UNA CAVITA'.
- METTIAMO ALL'INTERNO DELLA CAVITA' UNA SFERA CONDUUTTRICE CARICA CON CARICA  $+q$ .
- SULLA SFERA CAVA LE CARICHE SI RIDISTRIBUIRANNO IN MODO DA AVERE  $\vec{E}=0$  AL SUO INTERNO.
- SULLA FACCIA INTERNA COMPARE UNA CARICA  $-q$

$$0 = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{interna}}}{\epsilon_0} = \frac{+q - q}{\epsilon_0} = 0$$

- SULLA FACCIA ESTERNA COMPARE LA CARICA  $+q$

NB: il campo  $E$  e' nullo  
DENTRO i conduttori, ma NON  
e' nullo nello spazio vuoto fra i  
due conduttori



- IL CAMPO  $\vec{E}$  ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE È NULLO
- IL CAMPO  $\vec{E}$  ESTERNO È ORTOGONALE ALLA SUPERFICIE
- CALCOLIAMO LA d.d.p. TRA DUE PUNTI SULLA SUPERFICIE

$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad [ \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 ]$$

⇒ I PUNTI SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE HANNO TUTTI LO STESSO POTENZIALE

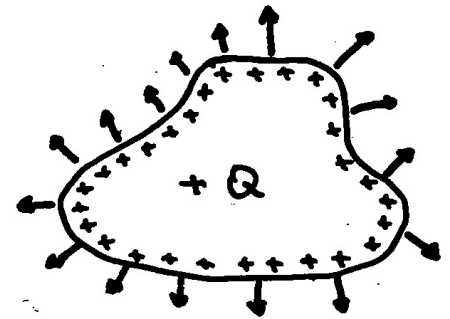
- DATO CHE  $\vec{E} = 0$  PER OGNI PUNTO ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE, ALLORA TUTTI QUESTI PUNTI HANNO LO STESSO POTENZIALE DELLA SUPERFICIE

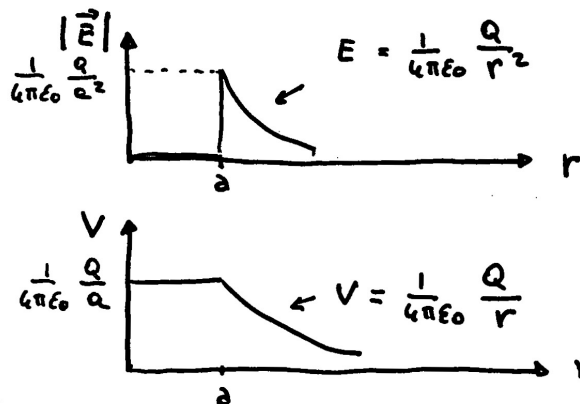
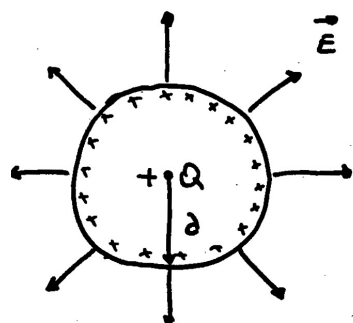
- QUALUNQUE SIA LA FORMA DEL CONDUTTORE, TUTTI I PUNTI DELLO STESSO HANNO LO STESSO POTENZIALE

- IL RISULTATO È VALIDO ANCHE PER UNA CAVITÀ CONTENUTA ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE (GABBIA DI FARADAY)

D

# Pot di un cond carico





# Pot di una sfera cond carica

- POTENZIALE DELLA SFERA

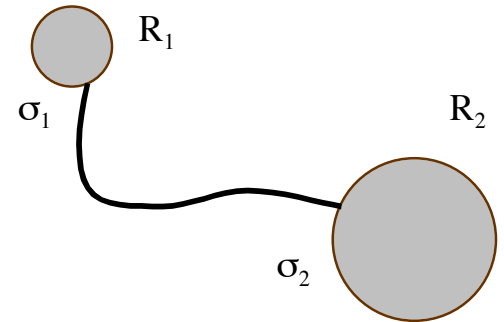
$$V(r=a) = - \int_{\infty}^a \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_{\infty}^a \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left. \frac{1}{r} \right|_{\infty}^a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a}$$

- $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot a} \cdot Q$  IL POTENZIALE DELLA SFERA È  
PROPORZIONALE ALLA CARICA POSSEDUTA.

# Effetto “punta”

- la densità di carica sulla superficie esterna di un conduttore è inversamente proporzionale al raggio di curvatura della superficie
- Consideriamo due conduttori sferici
  - Di raggio diverso
  - Sufficientemente lontani in maniera che non si influenzano l'un l'altro
  - Connessi elettricamente in maniera da risultare allo stesso potenziale



$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} \\ V_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2} \end{aligned} \quad V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \quad \begin{aligned} q_1 &= 4\pi R_1^2 \sigma_1 \\ q_2 &= 4\pi R_2^2 \sigma_2 \end{aligned} \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \Rightarrow \frac{4\pi R_1^2 \sigma_1}{R_1} = \frac{4\pi R_2^2 \sigma_2}{R_2}$$

$$R_1 \sigma_1 = R_2 \sigma_2$$

- Poiché  $R_1$  è più piccolo,  $\sigma_1$  sarà più grande