

Lezioni in http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrini/didattica_fisica/did_fis1718/

Lez 11 31/10/17

Fisica Sperimentale e Applicazioni Didattiche

Il Calore

- Sappiamo sperimentalmente che dati due corpi a temperatura diversa, messi a contatto fra loro, raggiungono l'equilibrio termico (cioe' la stessa temperatura) dopo un tempo sufficientemente lungo
- Questo era spiegato (nel 18^o secolo) come il flusso di un fluido invisibile ed imponderabile da un corpo all'altro, il **calorico**
- La **teoria del calorico** prevedeva che questo fluido fosse contenuto nei corpi e passasse da un corpo all'altro
- La teoria del calorico fu dimostrata erronea con gli esperimenti di Joule sull'equivalenza fra calore ed energia

Il Calore ed energia

- La temperatura di un corpo cambia come risultato dello scambio di calore con l'ambiente esterno
- La variazione e' dovuta allo **scambio di energia di natura non meccanica** tra il sistema e l'ambiente esterno.
- Questa energia e' **energia interna del sistema**, dovuta alla somma delle energie cinetiche e potenziali associate ai moti delle particelle fondamentali (molecole, atomi) che costituiscono il corpo macroscopico
- L'energia interna scambiata da un sistema all'altro a causa delle differenze di temperatura fra l'ambiente e il sistema prende il nome di calore, mentre quella scambiata scambiata senza che siano implicate differenze di T e' chiamata lavoro (per es se comprimo un gas con un pistone devo fare lavoro meccanico)

Termodinamica

- A questo punto si chiarisce meglio il significato della definizione data
- Studia il **bilancio energetico** di sistemi fisici nel modo più generale, compresi scambi di energia non meccanici (**calore**), dato che i sistemi TD possiedono energia interna
- La termodinamica è quella parte della fisica che studia il comportamento di sistemi complessi composti, da un punto di vista microscopico, da un numero molto elevato di **particelle**, utilizzando poche grandezze fisiche macroscopiche complessive del sistema (termodinamico) stesso, come volume, pressione, densità, temperatura,...).

Capacità Termica e Calore Specifico

- Somministrando una certa quantità di calore Q ad un corpo di massa m , si nota che esso varia la sua temperatura di una quantità ΔT tale che:

$$\Delta T = \frac{Q}{C}$$

- La grandezza C è detta **Capacità Termica**.
- Si nota che la variazione di temperatura ottenibile dipende, a parità di materiale, dalla massa del corpo in questione, cioè C dipende da m .
- Si definisce allora il **Calore Specifico c** come:

$$c = \frac{C}{m} \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{Q}{\Delta T} \\ c = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T} \end{cases} \quad \text{c e' una propriet\`a intrinseca del sistema TD}$$

Solidi Liquidi e Gas

- La definizione di capacità termica e calore specifico non è sufficiente per definire correttamente la relazione tra calore e temperatura
- Per i solidi ed i liquidi, le condizioni esterne (temperatura, pressione etc.) non influenzano molto tale relazione...
- ma per i gas le cose vanno diversamente e il calore specifico varia parecchio se viene misurata a volume o pressione costanti...
- In generale si distinguono 2 quantità in funzione del modo in cui il calore viene trasferito:
 - c_p Calore specifico a pressione costante
 - c_v Calore specifico a volume costante
- L'esperienza ci insegna ad esempio che per i gas $c_v < c_p$
- Questa proprietà è vera anche per i liquidi e i solidi anche se la differenza è minore...

Caloria

- Il calore, in quanto energia, può essere misurato in Joule, ma per ragioni storiche si utilizza ancora anche la **caloria**.
- La sua definizione storica è:
 - Una caloria è la quantità di calore necessaria per determinare una variazione di 1°C in un grammo di acqua fra $14,5^{\circ}$ e $15,5^{\circ}\text{C}$
 - Una chilocaloria è la quantità di calore necessaria per determinare una variazione di 1°C in un chilogrammo di acqua fra $14,5^{\circ}$ e $15,5^{\circ}\text{C}$
 - Le “calorie” usate per definire il valore energetico degli alimenti sono in realtà le chilocalorie
- Il simbolo dell’unità di misura della caloria è cal
- La capacità termica si misura quindi in $\text{cal}\cdot{}^{\circ}\text{K}^{-1}$ e il calore specifico in $\text{cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot{}^{\circ}\text{K}^{-1}$ (oppure in $\text{kcal}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot{}^{\circ}\text{K}^{-1}$)

Calore latente

- Non sempre ad un assorbimento di calore da parte di un solido o di un liquido corrisponde un aumento di temperatura.
- A volte la sostanza può passare da una fase (stato) ad un'altra.
Ad esempio: solido – liquido (fusione)
liquido – vapore (evaporazione)
- La quantità di calore che deve essere fornita per massa unitaria si chiama calore latente λ .
$$Q = \lambda \cdot m$$
$$\lambda_v = \text{calore latente di evaporazione}$$
$$\lambda_f = \text{calore latente di fusione}$$
- Togliendo calore alla sostanza avviene il passaggio inverso:
liquido – solido (solidificazione)
vapore – liquido (liquefazione)
- Ad una data pressione i passaggi di stato avvengono ad una temperatura fissata. Nel caso dell'acqua:

Fusione $T=0^\circ\text{C}$: $\lambda_f = 79.5 \text{ cal/g} = 6.01 \text{ kg/mol} = 333 \text{ kJ/kg}$

Evaporazione $T=100^\circ\text{C}$; $\lambda_v = 539 \text{ cal/g} = 40.7 \text{ kJ/mol} = 2.26 \text{ MJ/kg}$

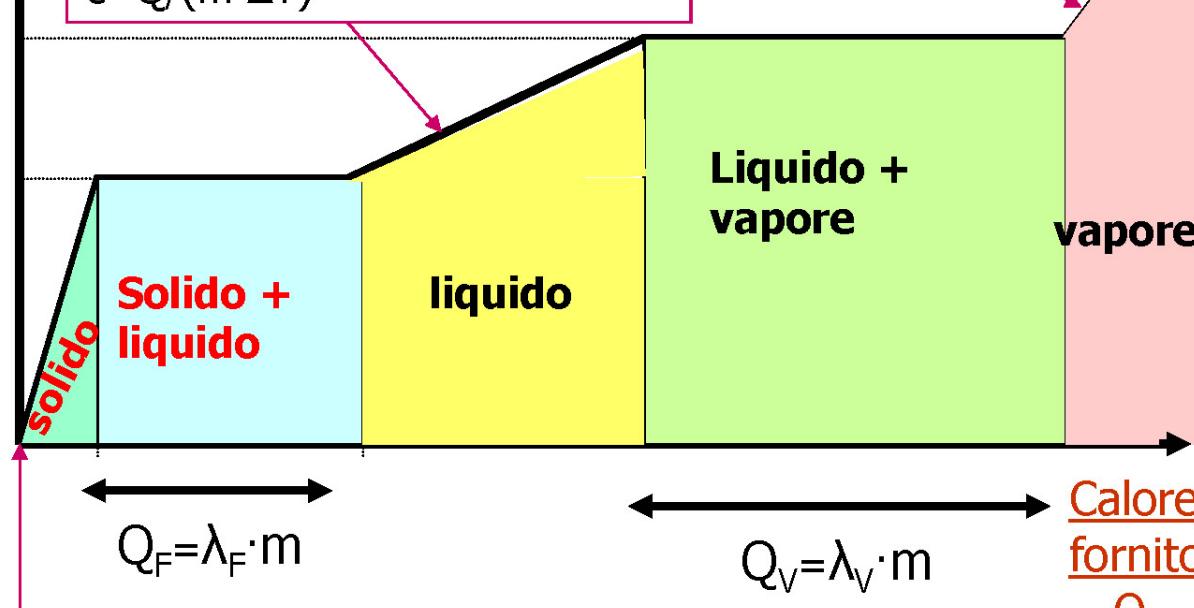
Passaggi di stato

T_v = temperatura di vaporizzazione

T_f = temperatura di fusione

La pendenza di questa curva da il calore specifico del liquido: $c=Q/(m \cdot \Delta T)$

La pendenza della curva da il calore specifico del vapore: $c=Q/(m \cdot \Delta T)$



La pendenza di questa curva da il calore specifico del solido: $c=Q/(m \cdot \Delta T)$

Ricorda: il calore specifico del vapore dipende dalla modalità di somministrazione di Q

Scaldiamo m kg di sostanza allo stato solido fino a portarla allo stato di vapore

NB: la temperatura rimane costante durante il cambiamento di fase

Ricorda: T_v e T_f sono funzione di P

Ancora Fluidi

Abbiamo introdotto alcune grandezze fisiche nuove per poter studiare il comportamento di sistemi fisici costituiti da un gran numero di particelle. In particolare abbiamo definito lo stato termico di un corpo, qual'e' la grandezza fisica associata e come energia possa essere scambiata come conseguenza dei diversi stati termici dei sistemi che interagiscono.

Dobbiamo ora tornare ai fluidi per definire meglio le proprieta' di alcune grandezze macroscopiche meccaniche, come la pressione.

Dovremo poi trovare la relazione che c'e' fra pressione e stato termico, cioe' temperatura del sistema.

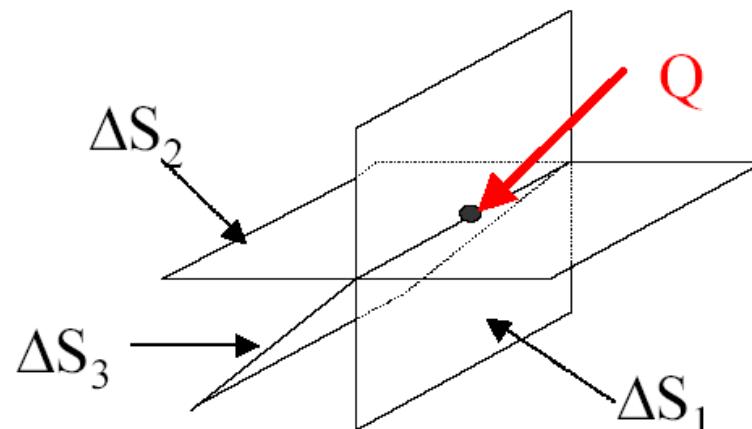
La pressione

- La pressione è la forza che si esercita su ogni singola unità di superficie.
- Per calcolare la pressione, si misurano la forza F e la superficie S e si calcola il loro rapporto: $p=F/S$ (gioco delle impronte)
- L'unità di misura della pressione nel SI è il pascal (simbolo Pa), che è la pressione prodotta da una forza di 1 N su una superficie di 1 m².
- Pressione in un fluido: si considera in un fluido una superficie immaginaria e la forza che le molecole ci esercitano. La pressione può variare da un punto ad un altro all'interno di un fluido.
- Principio di Pascal: La caratteristica di un fluido è che la forza che si esercita attraverso una superficie non dipende dall'orientamento di questa e quindi la pressione si trasmette in tutte le direzioni.
 - se si gonfia un palloncino, la pressione si trasmette dall'imboccatura a tutti i punti del palloncino, che assume perciò una forma arrotondata
 - se si schiaccia sul fondo una bottiglietta di plastica piena d'acqua, la pressione si trasmette fino in cima e fa salire il livello dell'acqua



Pressione in un Punto

- Consideriamo un punto Q in un fluido all'equilibrio.
- Consideriamo inoltre diverse areole ΔS_i contenenti Q.
- La pressione e' sempre normale all'area considerata
- La pressione "p" non dipende dall'orientamento della areola considerata.
- Quindi possiamo parlare di **pressione nel punto Q** senza alcuna altra specificazione



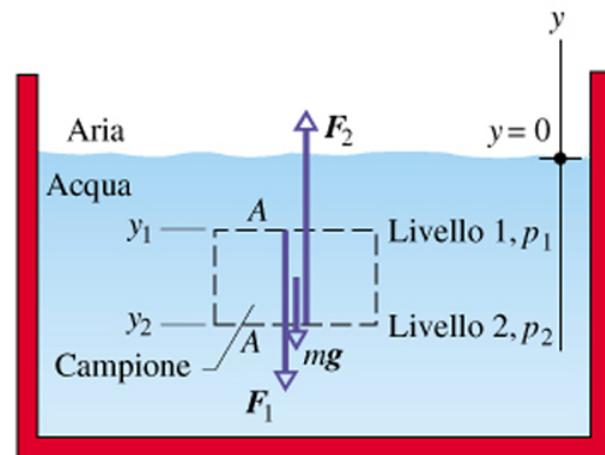
Pressione in un liquido

Uovo in bottiglia

Cartolina magica

Leggi fondamentali dell'idrostatica (1)

- Consideriamo un liquido in quiete contenuto in un recipiente
- Prendiamo un elemento di fluido a forma di parallelepipedo
- Il fatto di essere all'equilibrio ci permette di trattare il parallelepipedo come se fosse rigido
- Per definizione di fluido, le forze agenti sulle superfici laterali sono ad esse normali e siccome il liquido è in quiete la risultante di esse è nulla (d'ora in poi le trascuriamo)
- Consideriamo la forza di gravità P agente sul centro di massa
- Sulla faccia superiore (Livello 1) del parallelepipedo agisce una forza $|F_1| = p_1 \cdot A$ diretta verso il basso
- Sulla faccia inferiore (Livello 2) del parallelepipedo agisce una forza $|F_2| = p_2 \cdot A$ diretta verso l'alto



Leggi fondamentali dell'idrostatica (2)

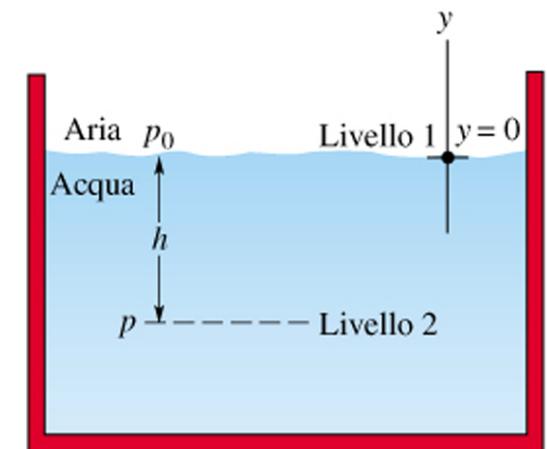
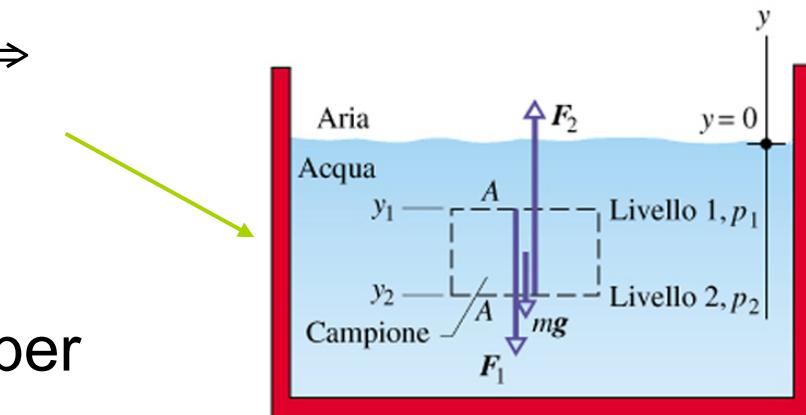
- Il Parallelepipedo è in quiete...
- quindi la risultante delle forze $F_1 + F_2 + P = 0$ è nulla...
Con $P = mg = \rho V = \rho A(y_1 - y_2)$

- cioè $p_2 A = p_1 A + \rho A g (y_1 - y_2) \Rightarrow$
$$p_2 = p_1 + \rho g (y_1 - y_2)$$

- Questa è una legge generale valida per i fluidi (quindi anche per l'atmosfera terrestre)

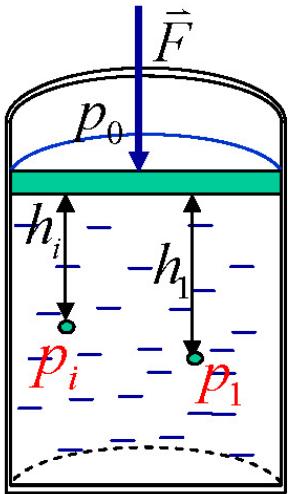
- La pressione in un punto di un fluido in equilibrio statico dipende solo dalla profondità di quel punto

$$p = p_0 + \rho g h$$



Conseguenze della legge di Stevino

1. Legge di Pascal



Dalla legge di Stevino:

$$p_1 = p_0 + \rho g h$$

Con p_0 pressione esterna

Segue che *ogni cambiamento della pressione esterna dà luogo a un uguale variazione di p in tutto il fluido*

$$\begin{cases} p_1 = p_0 + \rho g h_1 \\ p_i = p_0 + \rho g h_i \end{cases}$$

Se la pressione esterna subisce una variazione:

$$p_0 \rightarrow p_0 + \Delta p_0$$



$$\begin{cases} p_1' = p_1 + \Delta p_0 \\ p_i' = p_i + \Delta p_0 \end{cases}$$

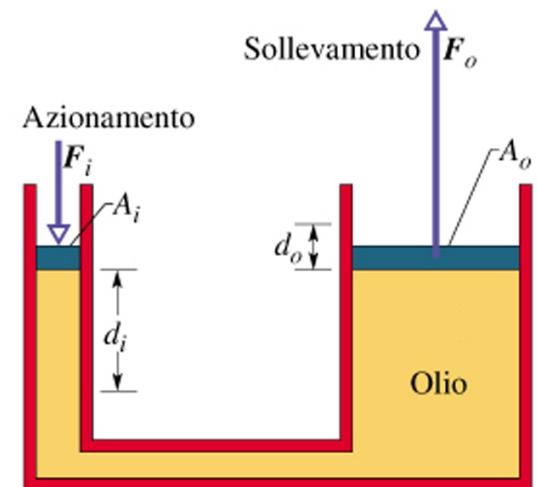
Tutti i punti nel fluido subiscono la stessa variazione di pressione

I Martinetti Idraulici

- L'uniformità della pressione all'interno del fluido ha delle notevoli conseguenze
→ la pressione e' la stessa in A_i e A_o .
- La pressione esercitata sulle pareti del contenitore è la stessa ovunque. Una semplice applicazione di questa osservazione sono le movimentazioni idrauliche.

$$p = \frac{F_{in}}{A_{in}} = \frac{F_{out}}{A_{out}} \quad \text{se} \quad A_{in} \ll A_{out} \Rightarrow F_{out} \gg F_{in}$$

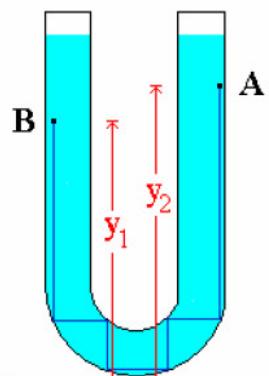
NB: l'energia si conserva → il lavoro e' lo stesso per le due superfici A_i e A_o → $L = F_i d_i = F_o d_o$ → $d_o = (F_o/F_i)d_i = (pA_o/pA_i)d_i = (A_o/A_i)d_i$ dato che $A_o \gg A_i \rightarrow d_o \ll d_i$



Conseguenze della legge di Stevino

4. Vasi comunicanti

Conseguenza della legge di Stevino è che *in un sistema di vasi comunicanti il fluido contenuto raggiunge la stessa quota indipendentemente dalla forma dei recipienti.*

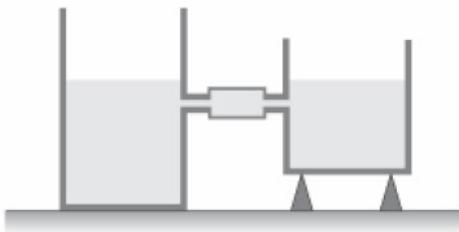


Nel caso rappresentato in figura la differenza di pressione tra due punti qualsiasi si calcola attraverso la formula:

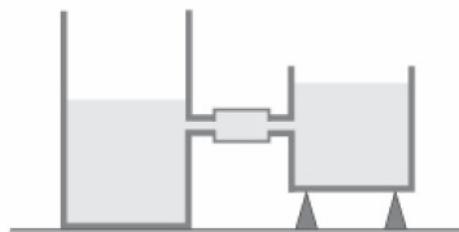
$$p_2 - p_1 = -\rho g(y_2 - y_1)$$

Poiché, per la legge di Stevino si ha differenza di pressione solo in corrispondenza di variazioni di quota, se le superfici A e B sono soggette alla stessa pressione, $\Delta p=0$,

⇒ allora saranno alla stessa quota $y_2 = y_1$



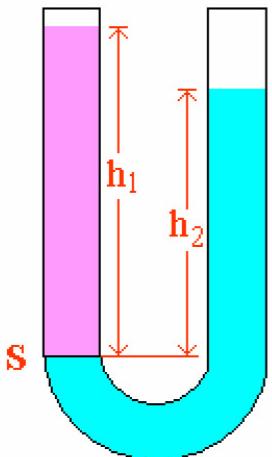
Condizione di equilibrio



Condizione di non equilibrio. Si osserva un flusso di liquido fino allo stabilirsi della stessa quota

Conseguenze della legge di Stevino

4. Vasi comunicanti - Misura di densità



Se il tubo è riempito con liquidi non miscibili di densità diverse ρ_1 e ρ_2 , le altezze raggiunte dal fluido nei due rami saranno diverse: h_1 e h_2 . Sulla superficie S di separazione tra i due liquidi agiranno rispettivamente verso il basso e verso l'alto le pressioni idrostatiche delle colonne h_1 e h_2 .
In condizioni di equilibrio le due pressioni si bilanceranno:

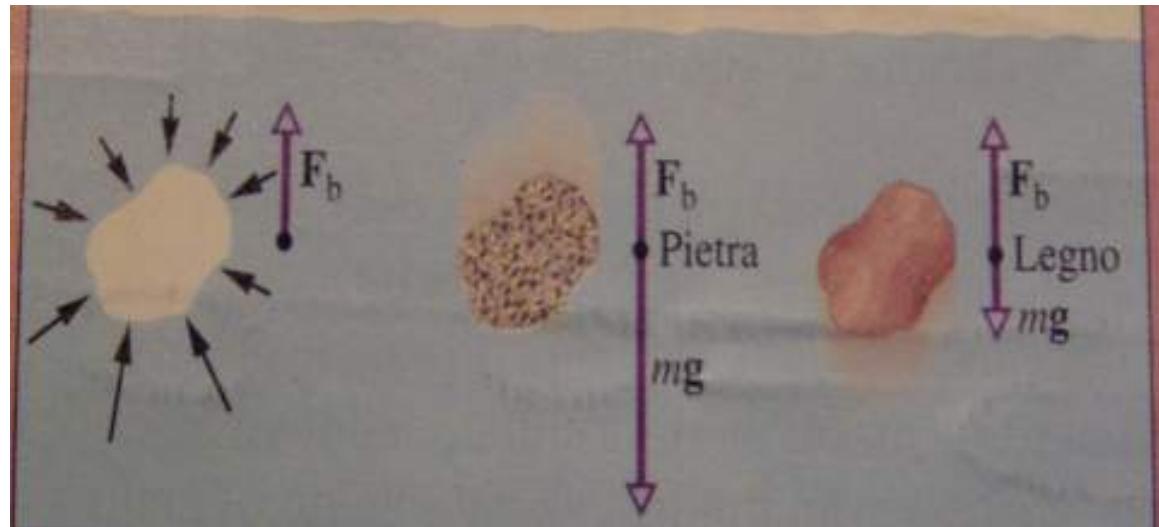
$$\rho_1 gh_1 = \rho_2 gh_2 \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

Pertanto due liquidi non miscibili in vasi comunicanti *raggiungono altezze inversamente proporzionali alle proprie densità*.

Il principio di Archimede

Un oggetto immerso in un fluido riceve una spinta diretta verso l'alto pari alla forza-peso del fluido spostato

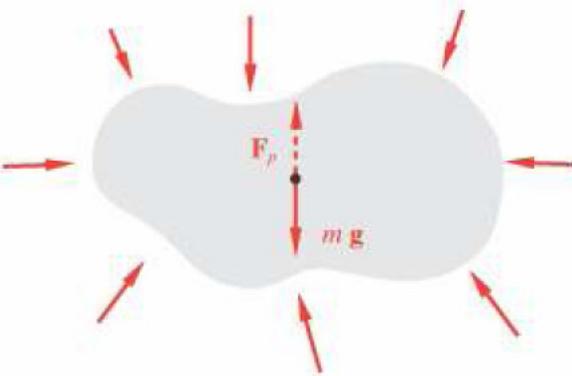
- L'acqua che circonda la cavità esercita forze sui confini della cavità; la risultante è una forza di galleggiamento verso l'alto che agisce su qualsiasi cosa riempia la cavità.
- Per una pietra dello stesso volume della cavità il peso è maggiore della f. di galleggiamento.
- Per un pezzo di legno dello stesso volume il peso è minore della forza di galleggiamento.
- L'oggetto galleggia se sposta, immergendosi, un volume di acqua tale che la forza-peso dell'acqua spostata è pari alla sua propria forza-peso



Principio di Archimede

$$\vec{F}_p = -m\vec{g} = -\rho V \vec{g}$$

Forza di pressione esercitata sul fluido di volume V dal resto del fluido



Se ora sostituiamo allo stesso volume V di fluido un identico volume di qualsiasi altra sostanza di densità ρ' e massa: $m' = \rho'V$.

La risultante \vec{F}_p delle forze di pressione esercitate dal fluido circostante non cambia, mentre varia la forza peso del volume preso in considerazione, dunque la forza risultante risulta:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_p + m' \vec{g} \quad \rightarrow \quad \vec{F}_R = -m\vec{g} + m' \vec{g} = -\rho V \vec{g} + \rho' V \vec{g} = (\rho' - \rho) V \vec{g}$$

\downarrow

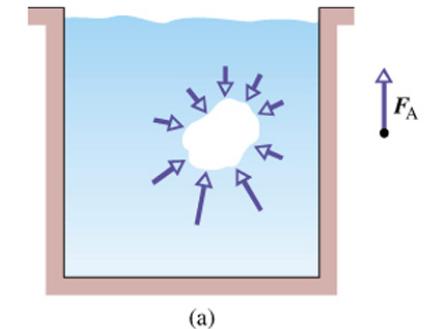
$$\vec{F}_R = (\rho' - \rho) V \vec{g}$$

Se $\rho' > \rho$ la forza risultante ha la stessa direzione e verso di \vec{g} e quindi il corpo scende nel fluido, se invece $\rho' < \rho$ il corpo sale

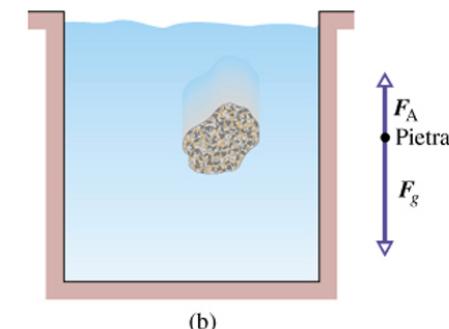
La spinta verso l'alto ricevuta dal corpo è detta spinta di Archimede: $\vec{F}_A = \vec{F}_p = -\rho V \vec{g}$

Principio di Archimede

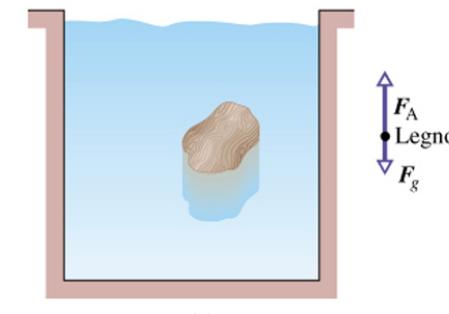
- Spinta verso l'alto $F_A = -\rho Vg$
- $F_R = (\rho' - \rho)Vg$
- Se $\rho' > \rho$, F_R ha lo stesso verso di $g \rightarrow$ il corpo scende
- Se $\rho' < \rho$, F_R ha verso opposto a $g \rightarrow$ il corpo sale
- In ogni caso **un corpo immerso in un fluido riceve una spinta verticale verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato**



(a)



(b)



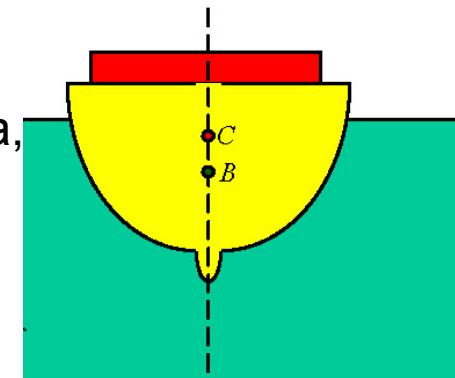
(c)

Il punto di applicazione della spinta di Archimede coincide con **il centro di gravità del fluido spostato** ed è chiamato **centro di spinta**, che in generale **non** coincide con il punto di applicazione della forza peso, cioe' con il baricentro o centro di massa del corpo immerso.

Principio di Archimede

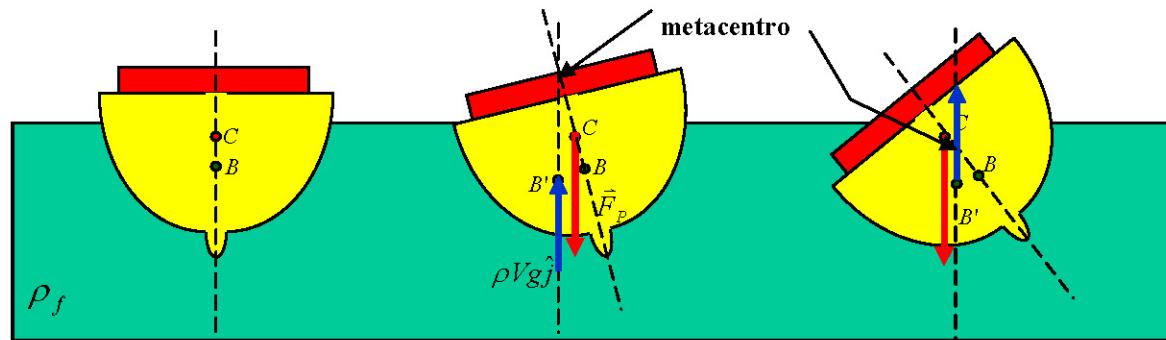
Le navi costruite in metallo, materiale che ha peso specifico maggiore di quello dell'acqua, sono perfettamente in grado di galleggiare, grazie alla loro particolare progettazione: esse, infatti, sono costruite in modo tale che la loro sagoma sposti molta più acqua del loro volume. Ciò consente di aumentare la spinta in modo da sostenere il peso della nave.

Un altro importante problema, che bisogna tener presente nella progettazione delle navi o nella distribuzione del carico nella stiva, è che centro di gravità e centro di spinta, in genere, non coincidono; per cui, se questi due punti non dovessero trovarsi sulla stessa verticale, si creerebbe una coppia tendente a far ruotare l'imbarcazione.



Questo problema può essere risolto facendo in modo che il centro di gravità venga a trovarsi più in basso del centro di spinta. In tal caso, infatti, un eventuale rollio della nave che sposti il centro di gravità e il centro di spinta dalla medesima verticale, genera una coppia che tende a far ritornare la nave nella posizione di equilibrio.

Principio di Archimede



Profilo di barca

**C=centro di massa
(=baricentro)**
B=centro di spinta

Se il centro di spinta ed il centro di gravita' non sono sulla stessa verticale si hanno momenti che agiscono in modo da riportare o allontanare dall' equilibrio il sistema

All' equilibrio: Il centro di spinta di Archimede è sulla verticale per C (centro di massa)

Se C è più basso di $B \rightarrow$ eq. stabile

Se $C \equiv B \rightarrow$ eq. indifferente

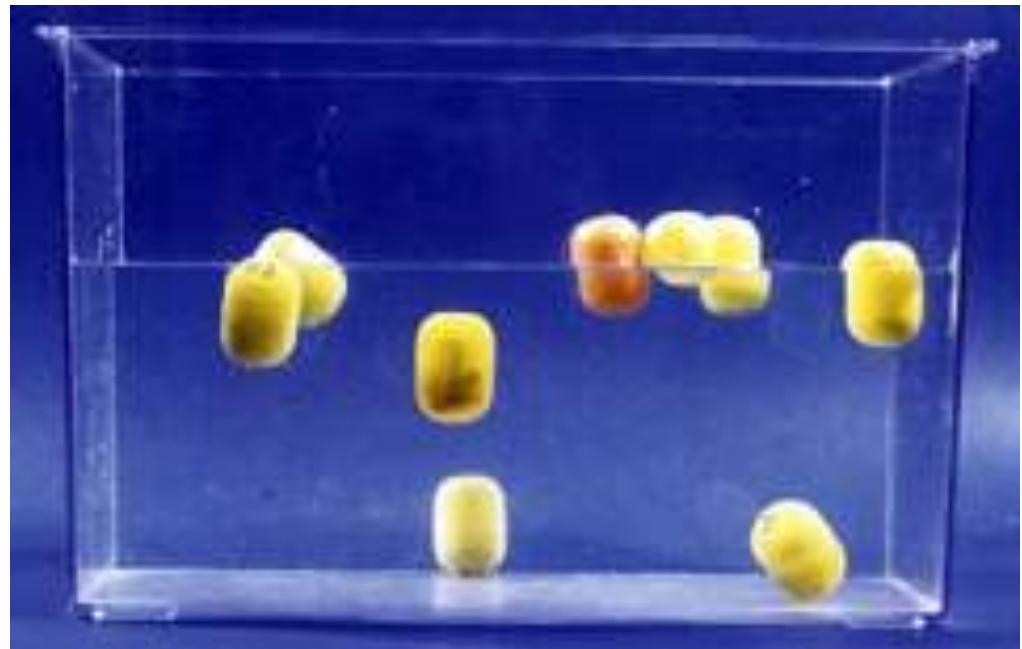
Se C è meno profondo di B \rightarrow eq. instabile

Il principio di Archimede

Attività connesse col principio di Archimede:

- Immergere un corpo appeso ad un dinamometro in liquidi diversi ed osservare la diminuzione della forza applicata al dinamometro
- Immergere in acqua oggetti di vario peso e forma
- Palloncini ripieni di un gas con densità minore della densità atmosferica (dirigibile, pallone aereostatico)

Esperimento di galleggiamento



Fluidi in moto

- Un fluido puo' essere messo in movimento (es. acqua che scorre, vento) da forze → puo' possedere energia cinetica
- Puo' possedere energia potenziale, per es. gravitazionale (acqua in una diga in quota)
- Le leggi della meccanica permettono di ricavare le relazioni che ci sono tra i tipi di energia che un fluido puo' possedere.

Principio di Continuità

- Se considero un tubo di sezione variabile è ovvio osservare che il liquido (fluido) che entra e il liquido che esce devono avere la stessa massa...
- Più in dettaglio deve valere il seguente principio per ovvi motivi di conservazione della materia:
- La massa di fluido che attraversa in un dato intervallo di tempo la sezione di un tubo di flusso deve essere uguale a quella che passa nel medesimo intervallo per ogni altra sezione del medesimo tubo di flusso
- Questo principio è valido se all'interno del tubo non esistono pozzi (fori) o altre sorgenti di liquido o se la configurazione del tubo non varia nel tempo, cioe' il moto del flusso e' stazionario

Equazione di Continuità

$$\left. \begin{aligned} \Delta V_1 &= A_1 \Delta x_1 = A_1 v_1 \Delta t \Rightarrow m_1 = \rho_1 \Delta V_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t \\ \Delta V_2 &= A_2 \Delta x_2 = A_2 v_2 \Delta t \Rightarrow m_2 = \rho_2 \Delta V_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t \end{aligned} \right\} \text{ma } m_1 = m_2$$

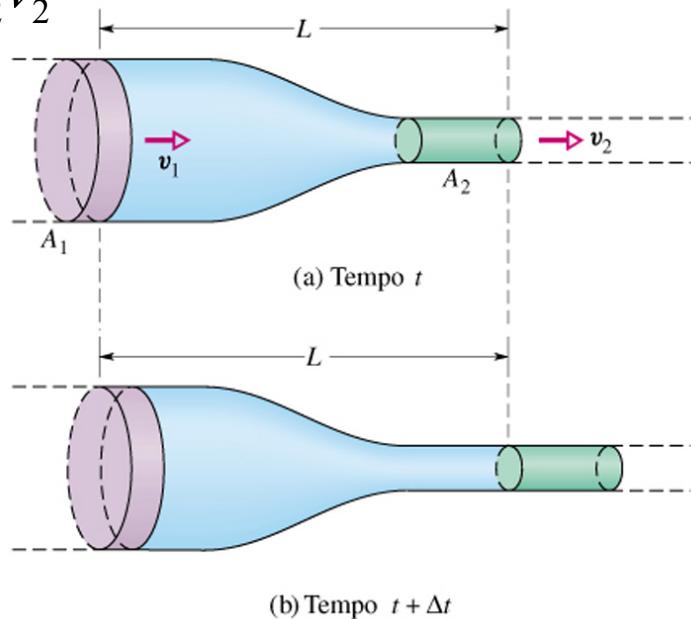


$$\rho_1 A_1 v_1 \Delta t = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t \Rightarrow \rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Se il liquido è incompressibile (cioè la densità è costante)

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Questa è l'equazione di continuità per il flusso di fluidi: dove A aumenta, v diminuisce e viceversa



La Portata

- Il prodotto $\rho S v$ rappresenta la massa che attraversa la superficie S nell'unità di tempo, cioè la **portata in massa** (kg/s).
- L'equazione di continuità è quindi detta legge della costanza della portata
- Se il liquido è incompressibile, il prodotto $S \cdot v$ rappresenta la **portata in volume** (m^3/s , l/s). In questa ipotesi, la portata in volume è costante.

Esempio

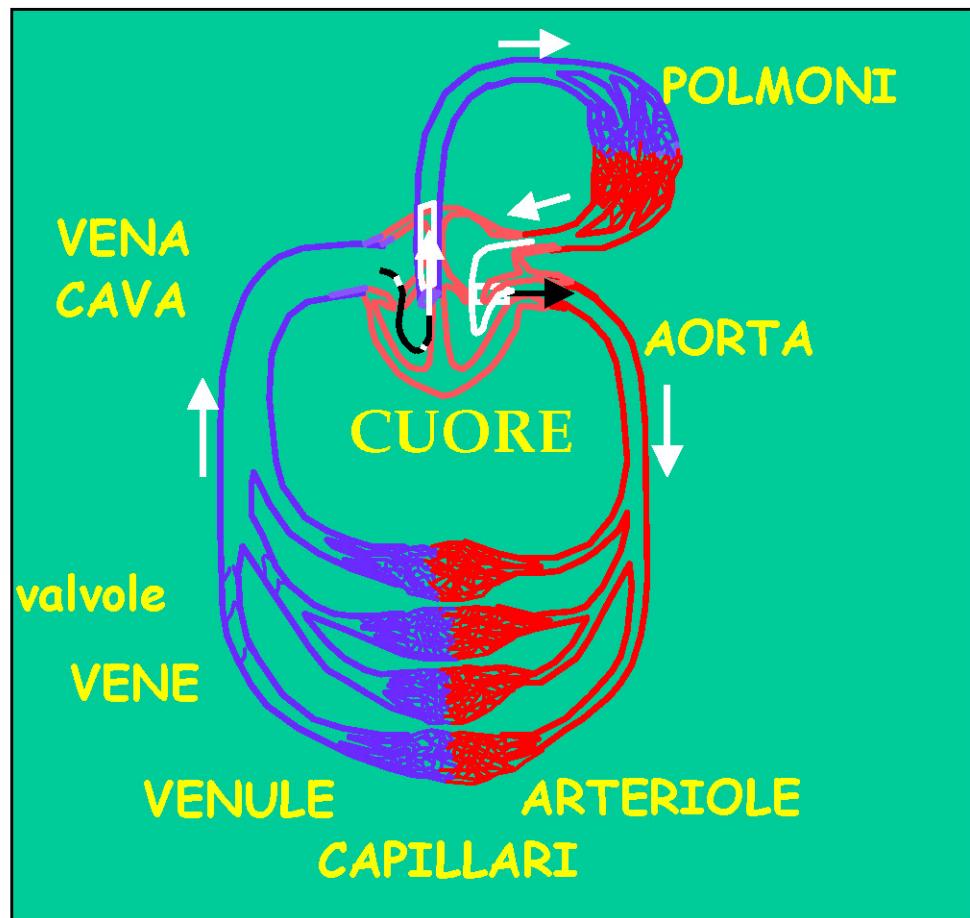
La circolazione sanguigna e' un esempio di moto di un fluido incompressibile. Il diametro e il numero dei condotti varia quanto più ci si avvicina alle parti periferiche del corpo

Il sangue viene distribuito capillarmente a tutte le parti del corpo e come conseguenza della riduzione del diametro del condotto la velocita' periferica del sangue e' diminuita.

$$A_{\text{aorta}} V_{\text{aorta}} = A_{\text{capillare}} V_{\text{capillare}}$$

$$R_{\text{aorta}} = 0.8 \text{ cm} \quad R_{\text{capill}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$
$$v_s = 40 \text{ cm/s} \quad v_s = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

La riduzione della velocità di scorrimento del sangue e' essenziale per permettere il verificarsi gli scambi chimici tra sangue e tessuti corporei



Calcolo approssimato del numero di capillari

$$v_{aorta} A_{aorta1} = v_{capillari} N A_{capillari}$$

$$N = \frac{v_{aorta} A_{aorta}}{v_{capillari} A_{capillari}} = \frac{v_2 (\pi R_A^2)}{v_1 (\pi R_C^2)} = \left(\frac{0.40 \text{ m/s}}{5 * 10^{-4} \text{ m/s}} \right) \left(\frac{1.2 \text{ cm}}{4 * 10^{-4} \text{ cm}} \right)^2$$

$$N \approx 7 * 10^9$$

Portata sanguigna $Q = 5 \text{ l/min} = (5000 \text{ cm}^3)/(60 \text{ s}) = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$

Velocita' del sangue nei vari distretti:

AORTA ($r = 0.8 \text{ cm}$)

$$S = \pi r^2 \approx 2 \text{ cm}^2$$

$$v = Q/S \approx 40 \text{ cm/s}$$

ARTERIOLE

$$S \approx 400 \text{ cm}^2$$

$$v = Q/S \approx 0.2 \text{ cm/s}$$

CAPILLARI

$$S \approx 4000 \text{ cm}^2$$

$$v = Q/S \approx 0.02 \text{ cm/s}$$

VENA CAVA ($r=1.1 \text{ cm}$)

$$S = \pi r^2 \approx 4 \text{ cm}^2$$

$$v = Q/S \approx 20 \text{ cm/s}$$

La sezione effettiva dei condotti periferici e' fortemente aumentata per diminuire la velocità di scorrimento periferico

Energia nei fluidi

Dato un fluido, note le forze e le condizioni iniziali del moto potremmo determinare il moto del fluido con le equazioni di Newton e la conservazione della massa.

Si puo' pero' considerare l'aspetto energetico dei fluidi in moto. Il caso generale e' estremamente complesso. Noi ci limiteremo a considerare fluidi ideali, cioe' incompressibili e senza viscosita' (attrito interno), quindi senza sforzi di taglio interni

Le forze che agiscono sono forze di volume – la gravita'- e forze di superficie – la pressione

Possiamo procedere usando il teorema del lavoro e dell'energia cinetica applicato ai fluidi: $\Delta E_K = \Delta L_T$

Equazione di Bernoulli

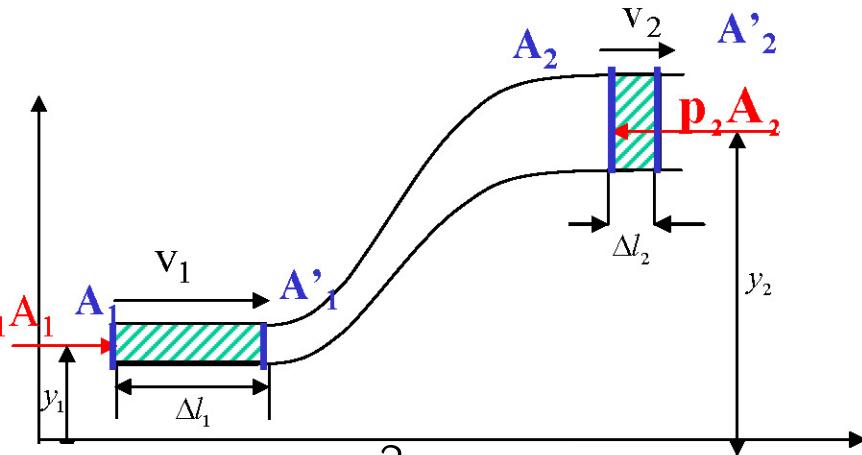
Dal teorema dell'energia: $\Delta E_c = W_p + W_g$



$$\frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = (p_1 - p_2) \Delta V - \Delta m g (y_2 - y_1)$$

usando $\Delta m = \rho \Delta V$

otteniamo $p_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g y_2 = p_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g y_1$



Tutti i termini hanno le dimensioni di una pressione (o densita' di energia, cioe' E/L³)

Forme equivalenti:

□ Se dividiamo tutto per Δm si ha

$$\frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) = (p_1 - p_2) \Delta V / \Delta m - g(y_2 - y_1) = \frac{(p_1 - p_2)}{\rho} - g(y_2 - y_1)$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + g y_2 = \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + g y_1$$

Tutti i termini hanno dim di una velocita' ²

□ Se dividiamo tutto per g si ha

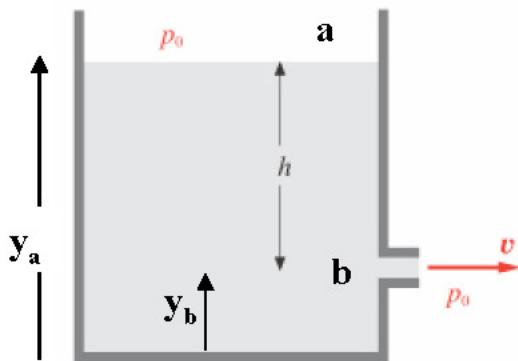
$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + y_2 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + y_1$$

Tutti i termini hanno di di una lunghezza

Conseguenze del teorema di Bernoulli

3) Teorema di Torricelli

Da un foro posto ad una altezza h dalla superficie superiore di un fluido contenuto in un serbatoio, *il fluido esce con una velocità pari a quella che avrebbe se scendesse in caduta libera per un tratto h .*



applicando l'equazione di Bernoulli ai punti (a) e (b) della figura, considerando v_a (circa) nulla, data la grande massa di fluido nel recipiente

$$p_a + g\rho y_a = p_b + g\rho y_b + \frac{1}{2} \rho v_b^2$$

Essendo sia (a) che (b) in comunicazione con l'atmosfera, p_a e p_b saranno uguali e pari alla pressione atmosferica, quindi risolvendo rispetto v_b :

$$v_b^2 = 2g(y_a - y_b) = 2gh \rightarrow v_b = \sqrt{2gh}$$

La velocità di efflusso dell'acqua è pari a quella che avrebbe un grave che cade dalla stessa altezza

Sollevamento fluidodinamico - Fisica del volo

L'equazione di Bernoulli applicata al moto orizzontale di un corpo in un fluido e' alla base del fenomeno del volo nell' atmosfera terrestre.

Le ali degli aerei sono sagomate in modo che la velocità dell' aria sulla superficie superiore dell' ala sia superiore a quella sulla superficie inferiore

In base all' equazione

$$p_1 - p_2 = 1/2 \rho (v_2^2 - v_1^2)$$

l'ala sarà soggetta ad una forza verticale (portanza) opposta alla gravità

$$F = A (p_1 - p_2) = 1/2 A \rho (v_2^2 - v_1^2) = 1/2 A \rho C v^2$$

C = coefficiente di portanza.

La portanza dipende dal dettaglio della geometria dell'ala, in particolare dall' angolo di attacco e da fattori di turbolenza, che tendono a diminuire la velocità sulla superficie superiore dell' ala e diminuire la portanza.

Nelle auto veloci si sfrutta una geometria inversa per aumentare il peso dell'auto, l' attrito col suolo e la sua capacità di frenata



Figura 14.15. (a) Flusso laminare lungo un'ala. (b) Per un angolo di attacco più grande si osservano: turbolenze, perdite di portanza e situazioni di stallo. (Da F. Hoffman, *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, 1936, per concessione della VDI Verlag).

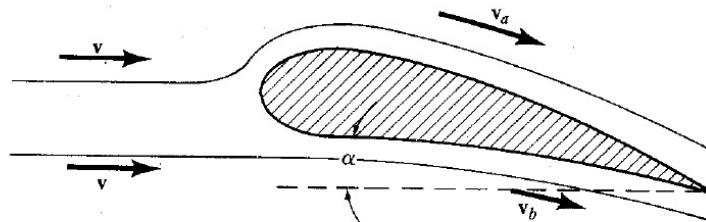


Figura 14.16. L'aria al di sopra dell'ala ha la velocità v_a , maggiore di v_b , che è la velocità dell'aria al di sotto dell'ala. Sia v_a che v_b sono proporzionali a v .

Effetto suolo



Gli alettoni sono "ali al contrario": sagomate in modo da dare una portanza negativa, cioe' una spinta verso il basso

Molte auto da corsa fanno affidamento sulla portanza negativa che le schiaccia a terra per affrontare le curve a gran velocità senza essere proiettate fuori pista. La portanza negativa si ottiene in gran parte mediante alette e alettoni di cui queste auto sono ampiamente dotate. Nella galleria del vento di questa fotografia si vede il percorso seguito dal fumo che, immesso davanti all'auto, la lambisce passandole sopra e investendo l'alettone posteriore. La porzione rimanente di portanza negativa è conseguenza del passaggio dell'aria sotto la macchina e prende il nome di effetto suolo. L'effetto suolo è rilevante quando un'auto si trova da sola in pista, come nelle prove di velocità, ad affrontare una curva. I piloti esperti lo sanno e non si fanno sorprendere se, in una corsa affollata, l'effetto suolo dovesse venir meno.