

Lezioni in [http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica\\_fisica/did\\_fis1718/](http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/did_fis1718/)

## Lez 7 17/10/17

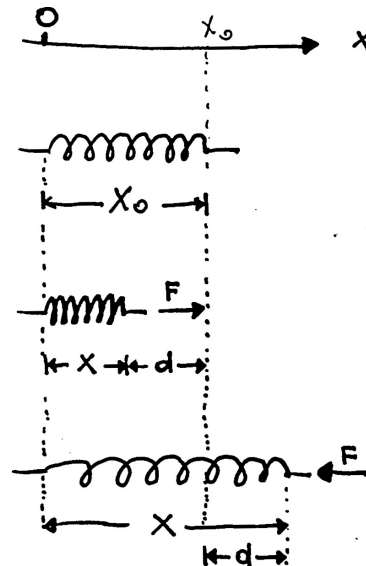
### Fisica Sperimentale e Applicazioni Didattiche

# La molla

- LA MOLLA E' UN OGGETTO IDEALE, CHE RISPONDE AD UNA SOLLECITAZIONE ESTERNA CON UNA FORZA DEL TIPO:

$$\vec{F} = -k \vec{d} \quad [\text{legge di Hooke}]$$

- $\vec{d}$  E' LA DEFORMAZIONE DELLA MOLLA (ALLUNGAMENTO O ACCORCIAMENTO RISPETTO AD UNA POSIZIONE DI RIPOSO)
- $k$  E' UNA COSTANTE CARATTERISTICA DI OGNI MOLLA, (COSTANTE ELASTICA)  $[k] = [F][L]^{-1}$



molla in posizione di riposo

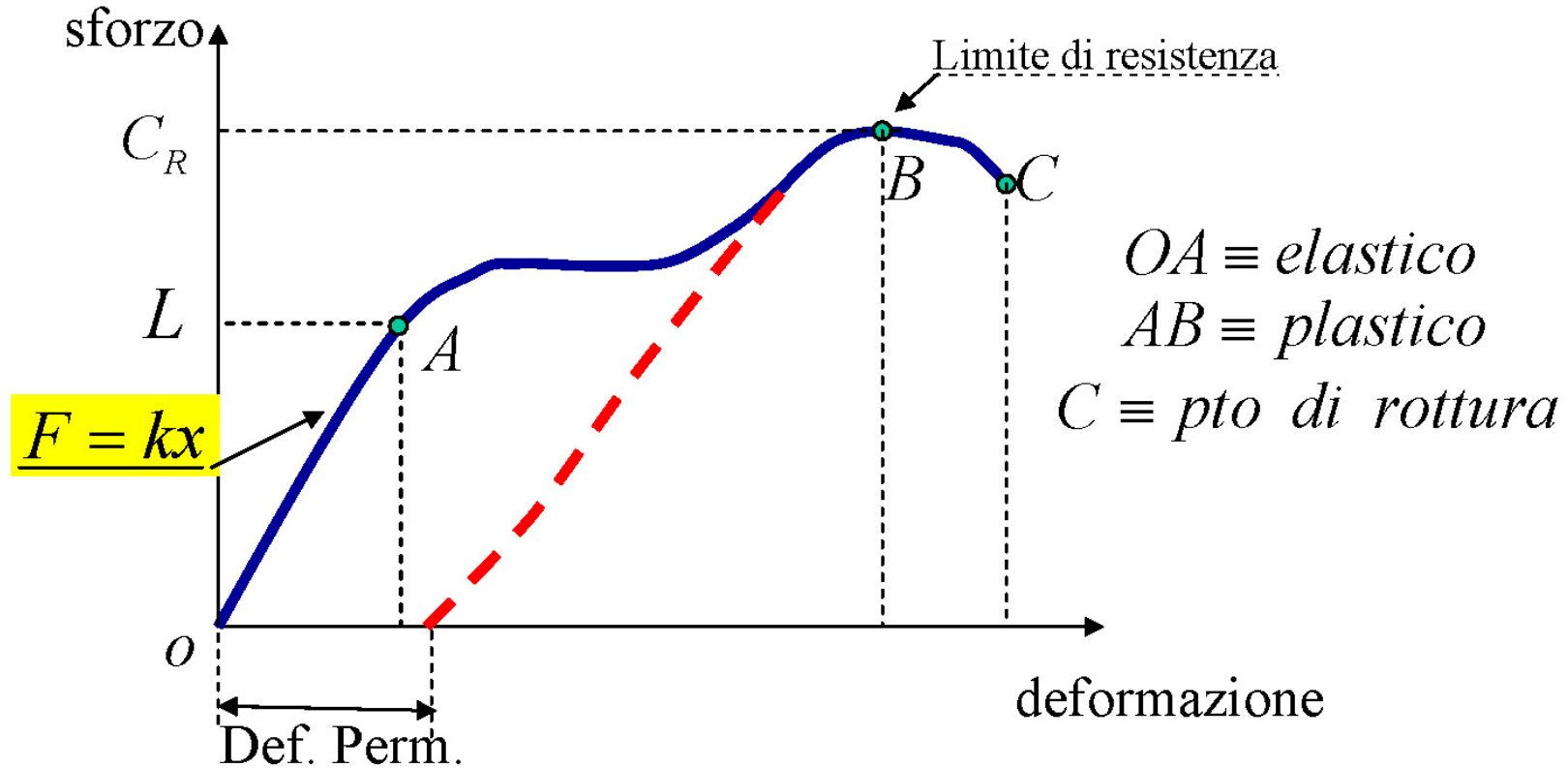
molla compressa  
 $F = -kd = -k(x - x_0) > 0$   
 $< 0$

molla allungata  
 $F = -kd = -k(x - x_0) < 0$   
 $> 0$

# La molla

- Tutti i corpi entro certi limiti si comportano come molle: sottoposti a sollecitazioni, si deformano
- Se la deformazione e' piccola, essi tendono a tornare alla config iniziale, cioe' nasce una forza che si oppone alla deformazione
- Se la deformazione e' piccola, la forza e' proporzionale all deformazione → puo' essere rappresentata dalla legge di Hooke

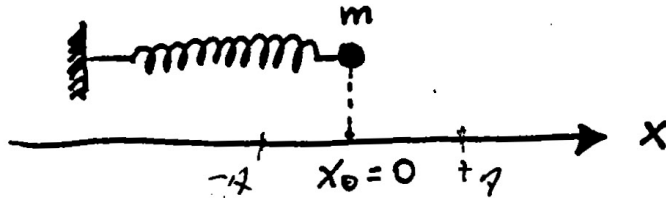
- vale fino a che  $F/S$  non supera un valore massimo  $L$  (limite di elasticità A);
- il superamento del limite di elasticità induce *deformazioni permanenti*.
- aumentando la forza per unità di superficie si raggiunge il *carico di rottura* ( $C_R$ ) : unità ( $\text{Nm}^{-2}$ )





# Eq. DEL MOTO DELLA MOLLA

- FORZA DELLA MOLLA :  $F = -kx$
- APPLICHIAMO UNA MASSA  $m$  AD UN'ESTREMITÀ DELLA MOLLA



- SE SPOSTIAMO LA MASSA DALLA SUA POSIZIONE DI RIPOSO E LA LASCIAMO ANDARE, QUESTA COMINCERÀ A MUOVERSI
- $F = ma \Rightarrow -kx = ma$

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad [\text{equazione differenziale}]$$

Devo trovare una funzione  $x(t)$  che soddisfi l'uguaglianza qualunque sia  $t \rightarrow$  la soluzione dell'equazione è una funzione...non un numero!

- E' un'equazione differenziale lineare del II ordine
- Esistono soluzioni generali (ie nello stesso modo in cui esiste la soluzione generale di equ di II grado)
- Il metodo piu' semplice e' trovare delle "funzioni di prova" da sostituire nell'equ.



PROVIAMO UNA SOLUZIONE DEL TIPO:

$$X = A \sin(\omega t + \varphi)$$

-  $A$  = ampiezza massima ;  $\varphi$  = fase iniziale

-  $\omega$  = pulsazione  $[\omega = \frac{2\pi}{T}]$

VERIFICHIAMO SE È UNA SOLUZIONE

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

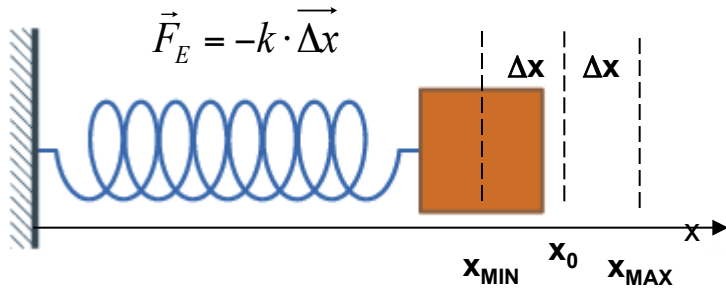
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$$

SOSTITUIAMO NELL'EQUAZIONE  $-kx = ma$

$$-k \cancel{A \sin}(\omega t + \varphi) = -m \omega^2 \cancel{A \sin}(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\text{pulsazione angolare}]$$

# L' Oscillatore Armonico



Consideriamo un corpo di massa  $m$  fissato ad una molla (con costante elastica  $k$ ) che può muoversi su un piano senza attrito. Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio nella posizione  $x_0$ .

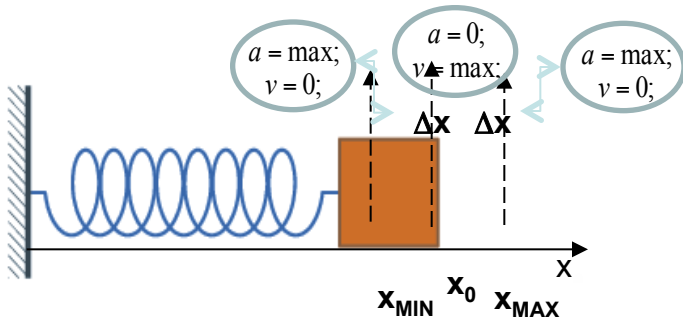
Applicando una forza sul corpo, ad esempio tirandolo sino alla posizione  $x_{\text{MAX}}$ , provochiamo un allungamento della molla  $\Delta x$  al quale la molla “reagisce” con la **Forza Elastica Di Richiamo**, data dalla legge di Hooke, che si oppone allo spostamento e fa sì che il corpo ritorni verso la posizione di equilibrio.

Il corpo, quindi, “ripassa” per la posizione di equilibrio con una **velocità non nulla**, diretta in verso opposto allo spostamento iniziale, supera la posizione di equilibrio ( $x_0$ ) e si porta sino alla posizione  $x_{\text{MIN}}$ .

A questo punto la molla reagisce alla compressione ancora con la forza elastica, diretta nel verso opposto rispetto allo spostamento, per cui il moto cambia verso ed il corpo tende di nuovo alla posizione di equilibrio, superandolo e portandosi sino alla posizione  $x_{\text{MAX}}$ .

In sintesi il corpo inizia ad oscillare indefinitamente fra le due posizioni, realizzando così un **MOTO OSCILLATORIO ARMONICO** di ampiezza  $2\Delta x$  e periodo  $T$ .

# L' Oscillatore Armonico



**Accelerazione:** Quando il corpo si trova agli estremi dell'intervallo di oscillazione ( $x_{MAX}$  o  $x_{MIN}$ ), lo spostamento è massimo quindi, per la legge di Hooke, la forza elastica è massima e di conseguenza lo è anche l'accelerazione; mentre nella posizione di equilibrio ( $x_0$ ) l'accelerazione è nulla in quanto è nullo lo spostamento.

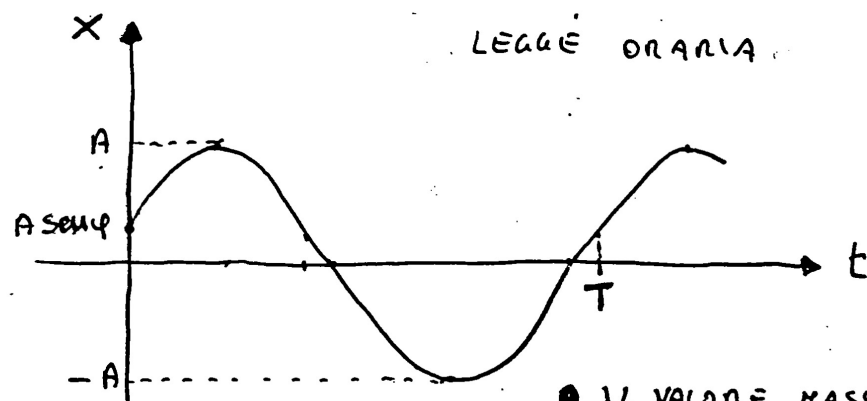
**Velocità:** La velocità è nulla agli estremi dell'intervallo di oscillazione, dove si inverte il moto, ed è massima nel punto centrale di equilibrio.

$$\begin{cases} a = \frac{F}{m} = \frac{-ks}{m} = -\frac{k}{m}s; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow -\frac{k}{m}s = -\omega^2 s \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad \text{PULSAZIONE OSCILLATORE ARMONICO}$$

Poiché l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un oscillatore è un **MOTO ARMONICO**, cioè periodico.

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{k/m}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ f &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}} \quad \text{PERIODO E FREQUENZA OSCILLATORE ARMONICO}$$

UN MOTO DEL TIPO  $x = A \sin(\omega t + \varphi)$  SI CHIAMA  
MOTO ARMONICO



# Moto armonico

NB: qualunque sistema fisico segue una traiettoria del genere ovvero soddisfa un'equazione di tipo  $d^2x/dt^2 = -\omega^2 x$  si chiama OSCILLATORE ARMONICO

$\omega^2$  dipende dalle proprietà del sistema-nel caso della molla  $\omega = k/m$

• IL VALORE MASSIMO DELLA FUNZIONE SI HA QUANDO

$$\sin(\omega t + \varphi) = 1, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n=0,1,2,$$

• IL MINIMO SI HA PER

$$\sin(\omega t + \varphi) = -1, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = \frac{3}{2}\pi + 2\pi n, n=0,1,2,...$$

• LA FUNZIONE VALE ZERO QUANDO

$$\sin(\omega t + \varphi) = 0, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = 0 + n\pi, n=0,1,2,...$$

• IL PERIODO  $T$  DELLA FUNZIONE VALE

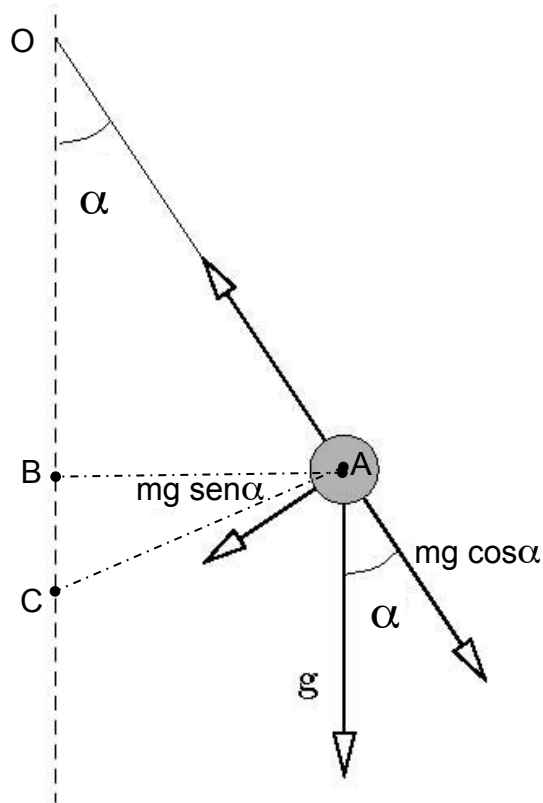
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

• NEL CASO DELLA MOLLA  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

• LE DUE COSTANTI  $A$  e  $\varphi$  CHE COMPaiono NELLA LEGGE ORARIA DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI

# Il Pendolo Semplice

• 1/3



Consideriamo un corpo di massa  $m$  sospeso mediante un filo inestensibile di lunghezza  $l$ .

Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio, cioè che la massa si trovi in posizione verticale, in modo che la forza peso sia completamente equilibrata dalla reazione vincolare del filo.

Se spostiamo di poco la massa dalla posizione verticale le forze non sono più equilibrate ed il corpo inizia ad oscillare intorno alla posizione di equilibrio.

Considerando piccole oscillazioni otteniamo:

$$\overline{OA} = l; \quad \overline{AC} = s; \quad \overline{AB} \approx \overline{AC};$$

$$\overline{AB} = \overline{OA} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \overline{AC} = \overline{OA} \cdot \sin \alpha \Rightarrow s = l \cdot \sin \alpha$$

Da cui segue che: 
$$a = \frac{F}{m} = \frac{-mg \sin \alpha}{m} \approx -g \frac{s}{l};$$

Poiché l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un pendolo semplice è un **MOTO ARMONICO**.

# Il Pendolo Semplice

$$\begin{cases} a = \frac{F}{m} \approx -g \frac{s}{l}; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow -g \frac{s}{l} = -\omega^2 s \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}} \quad \text{PULSAZIONE} \\ \text{PENDOLO} \\ \text{SEMPLICE}$$

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{g/l}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ f &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \end{aligned}} \quad \text{PERIODO E FREQUENZA} \\ \text{PENDOLO SEMPLICE}$$

## Osservazioni

- ❑ il periodo del pendolo, per piccole oscillazioni, non dipende dall'ampiezza dell'oscillazione. Questa legge, detta **legge dell'isocronismo delle oscillazioni**, è dovuta a Galileo;
- ❑ il periodo non dipende dalla massa appesa al pendolo;
- ❑ il periodo di un pendolo dipende dal pianeta su cui esso oscilla.



# Il Pendolo Semplice

## DETERMINAZIONE DEL VALORE DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ

Dalla relazione che esprime il periodo di oscillazione del pendolo semplice possiamo dedurre un metodo per determinare il valore dell'accelerazione di gravità:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Quindi, effettuando delle misure della lunghezza e del periodo del pendolo possiamo determinare il valore dell'accelerazione.

# Il pendolo

- Pesetto legato ad un filo di seta o di nylon
- “Uovo” per il tè con dei pesetti
- Misura del periodo e della sua costanza
- Dipendenza del periodo dalla lunghezza del pendolo
- Indipendenza del periodo dal peso
- Altri fenomeni periodici: molle, altalene
- Modi per forzare il moto (risonanza)

# Molla verticale

- PRENDIAMO UNA MASSA  $m$  APPESA AD UNA MOLLA IN UN PIANO VERTICALE
- LA MASSA È SOGGETTA ALLA FORZA ELASTICA E ALLA FORZA PESO
- NELLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO SI HA:

$$m g = k d \Rightarrow d = \frac{m g}{k}$$

- SPOSTIAMO ORA LA MASSA RISPETTO AL PUNTO  $d$

$$(x + u) g = m d$$

$$= x' + d \quad [\text{cambiamo l'origine del sistema di riferimento}]$$

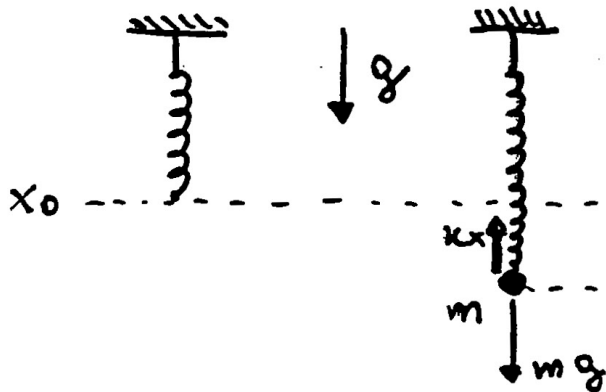
$$(x' + d) + u g = m d$$

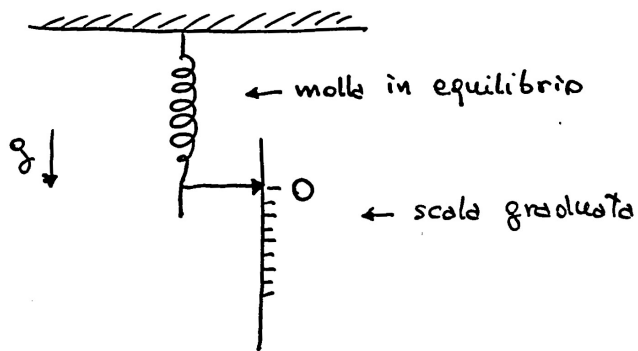
$$-k d + u g = m d$$

$$= 0$$

$$x' = m d$$

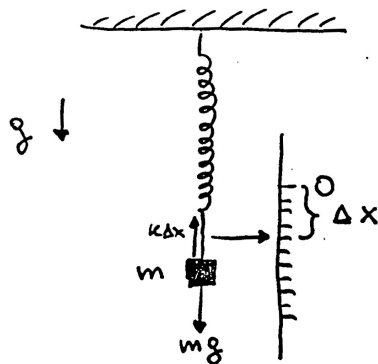
- ABBIAMO UN MOTO ARMONICO INTORNO AL NUOVO PUNTO DI EQUILIBRIO  $d$





# Dinamometro

APPENDIAMO UNA MASSA  $m$  ALLA MOLLA



- SUL CORPO IN EQUILIBRIO AGISCONO DUE FORZE: LA FORZA PESO E LA FORZA DI RICHIAMO ELASTICA DELLA MOLLA

$$mg - k\Delta x = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta x$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m = \frac{k}{g} \Delta x}$$

- LA MASSA  $m$  E' DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLO SPOSTAMENTO  $\Delta x$  DELL'AGO.

LA SCALA GRADUATA PUO' ESSERE TARATA IN KG ANZICHE IN N

# Moto circolare uniforme

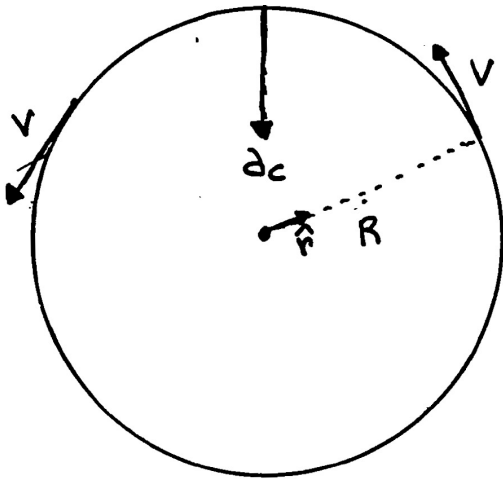
- L'ACCELERAZIONE È DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA (ACCELERAZIONE CENTRIPETA)

$\underline{v}$  è costante in modulo, ma cambia direzione ad ogni istante

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{R} \hat{r} = -\omega^2 R \hat{r} \quad (\omega = \frac{v}{R} \text{ velocità angolare})$$

- SE VI È UN'ACCELERAZIONE DEVE ESISTERE ANCHE UNA FORZA RESPONSABILE DELLA STESSA, CHE SI CHIAMA FORZA CENTRIPETA

$$\vec{F}_c = m \vec{a}_c = -m \frac{v^2}{R} \hat{r} = -m \omega^2 R \hat{r}$$



ESEMPI: SASSO LEGATO AD UNA CORDA  $\Rightarrow$  TENSIONE DELLA CORDA

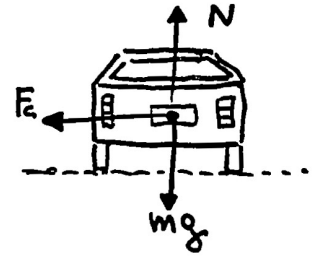
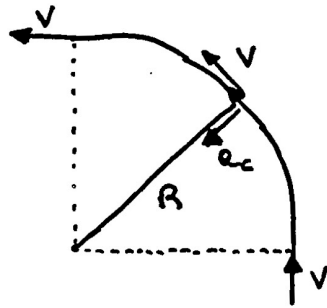
TERRA CHE RUOTA INTORNO AL SOLE  $\Rightarrow$  FORZA GRAVITAZIONALE

AUTOMOBILE IN CURVA  $\Rightarrow$  ATTRITO DELLE RUOTE CON L'ASFALTO

N.B. OGNI QUAL VOLTA UN CORPO CAMBIA DIREZIONE DELLA VELOCITÀ È PRESENTE UNA FORZA CENTRIPETA PARI A:

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (R = \text{raggio di curvatura della traiettoria})$$

# AUTOMOBILE IN CURVA SU STRADA ORIZZONTALE SCABRA



- L'AUTOMOBILE FA UNA CURVA  $\Rightarrow$  ACCELERAZIONE CENTRIPETA  $\Rightarrow$  FORZA CENTRIPETA
- LA FORZA CENTRIPETA E' FORNITA DALLA FORZA DI ATTRITO STATICO TRA LE RUOTE E L'ASFALTO

$$a_c = m \frac{v^2}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \text{raggio di curvatura della "curva"} \\ v = \text{velocità dell'automobile} \end{array} \right.$$

$$F_c = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot mg \quad (\text{N.B. } \mu_s \text{ è sempre } < 1)$$

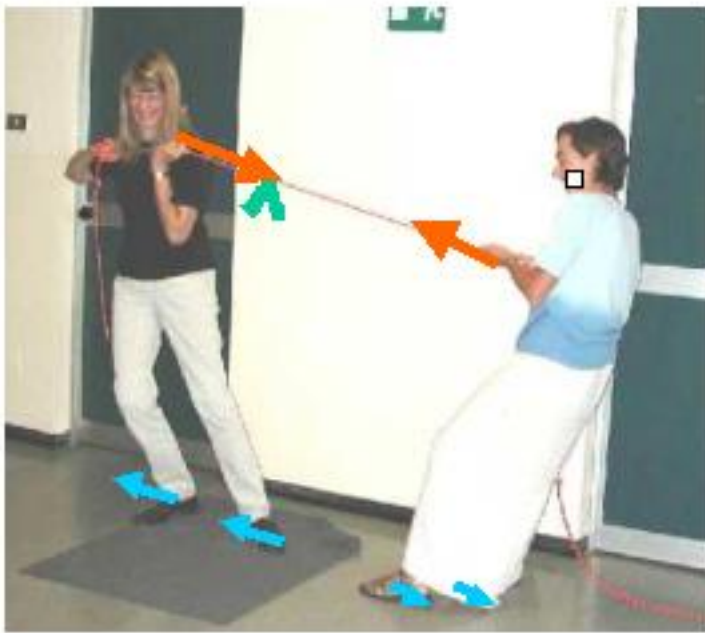
$$\Rightarrow F_c = m \cdot a_c \Rightarrow \cancel{\mu_s} \cdot \cancel{mg} = \cancel{m} \frac{v^2}{R}$$

# Continua...

- POSSIAMO RICAVALRE IL VALORE MASSIMO PER  $V$  AL DI LA' DEL QUALI L'ATTRITO NON RIESCE A FORMARE LA FORZA CENTRIFUGA NECESSARIA E L'AUTOMOBILE PARTE PER LA TANGENTE :-C !

$$V_{\max}^2 \leq R \cdot \mu_s \cdot g \Rightarrow \boxed{V_{\max} \leq \sqrt{\mu_s R g}}$$

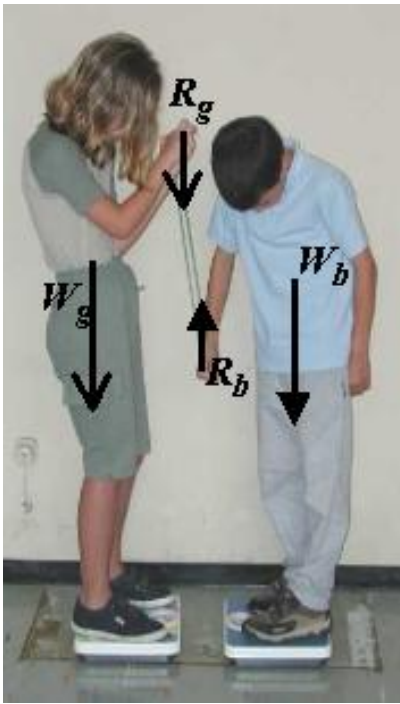
- COSA SUCCEDERE NEL CASO DI STRADE GHIACCIALE QUANDO  $\mu_s \approx 0$ ? A COSA SERVONO LE CATENE?



fissare la bandierina a metà della fune. Chiedere a due studenti di afferrare le due estremità della fune, poi di allungarla e tirarla in direzioni opposte stando in posizioni fisse sul pavimento. Ciascun studente deve provare a trascinare l'altro verso la sua posizione avanzando con la sua presa sulla fune fino a raggiungere la bandierina. In un primo tempo lasciare che tirino la fune stando su un pavimento liscio, poi chieder loro di ripetere l'esercizio dopo aver messo la stuoia antiscivolo sotto i piedi di uno dei due studenti, preferibilmente il "più debole".

- *forza e interazione*: le forze "visibili" sono le forze muscolari applicate dagli studenti alla fune, ma ci sono molte altre forze (la forza elastica, le forze applicate dagli studenti al pavimento e dal pavimento ai piedi, le forze di gravità, ecc.)
- ogni forza agisce lungo una data *direzione*,
- quando lo studente tira la fune, la fune applica a lui/lei una forza opposta (freccia rossa), per il principio di *azione e reazione*,
- poiché lo studente spinge sul pavimento, il pavimento applica a lui/lei una forza opposta (freccie blu), per il principio di *azione e reazione*,
- la *composizione* delle freccie blu e rosse dà come risultante la forza applicata allo studente,
- poiché la fune applica forze uguali alle due estremità, le freccie rosse sono uguali e opposte, le forze che sono differenti sono quelle applicate dal pavimento (freccie blu) e "vince" lo studente che riesce ad applicare la forza maggiore al pavimento,





- misurare prima con le bilance i pesi dei due bambini, poi far tirare verso il basso un elastico robusto da uno dei due bambini, mentre l'altro tira l'elastico verso l'alto: il peso del bambino che spinge in giù diminuirà, mentre il peso dell'altro aumenterà della stessa quantità. Con la riga pieghevole, misurare la lunghezza dell'elastico e verificare che la forza applicata è uguale alla variazione della forza-peso di ciascun bambino.

*forza e interazione:* nella pesata iniziale, le bilance misurano i pesi dei due bambini, cioè le *forze di gravità*  $W_b$  e  $W_g$ ,

la forza di gravità ha la *direzione* della verticale,

quando il bambino tira l'elastico verso il basso, applica all'elastico una forza diretta verso il basso, ma l'elastico gli applica a sua volta una *forza*  $R_b$  diretta verso l'alto (*azione e reazione*),

la *composizione* delle due forze opposte dà come risultato una forza più piccola di  $W_b$ , quando la bambina tira verso l'alto l'elastico, applica all'elastico una forza verso l'alto, ma l'elastico le applica a sua volta una *forza*  $R_g$  diretta verso il basso (*azione e reazione*), la *composizione* delle due forze dà come risultato una forza più grande di  $W_g$ .

NB: mettere in direzione orizzontale l'elastico e tirare: la forza elastica è orizzontale → la forza verticale non cambia (attenzione alla direzione)

# Schemi mentali sul moto

- Esperienza comune: le forze sono causa di moto
- **Sembra che** le forze servano ad imprimere una certa velocità e cessata l'azione della forza il corpo tenda a restare fermo (fisica di Aristotele)
- Normalmente presente in età prescolare poiché necessaria ma anche sufficiente per l'organizzazione mentale del bambino
  - Questo schema sussiste, se non corretto, anche in età adulta
- Solo Galilei ha mostrato che non è vero che per tenere un corpo a velocità costante occorre un'azione esterna.
- Agire su questi schemi con domande:
  - Cosa succede quando si va in bicicletta in pianura e si smette di pedalare?
  - Quale distanza si percorre prima di fermarsi?
  - Ciò dipende dal terreno?
  - Lanciare una moneta lungo un tavolo di legno? Di plastica?
  - Ci si ferma prima se si va ad una certa velocità in bicicletta, sugli sci, sui pattini?
  - Perché è difficile fermarsi sul ghiaccio? Su una macchia d'olio?
  - Quanta forza bisogna esercitare per spostare una scatola pesante su un marciapiede? Su piastrelle? Questa forza dipende dal peso della scatola?

# Forze e moto

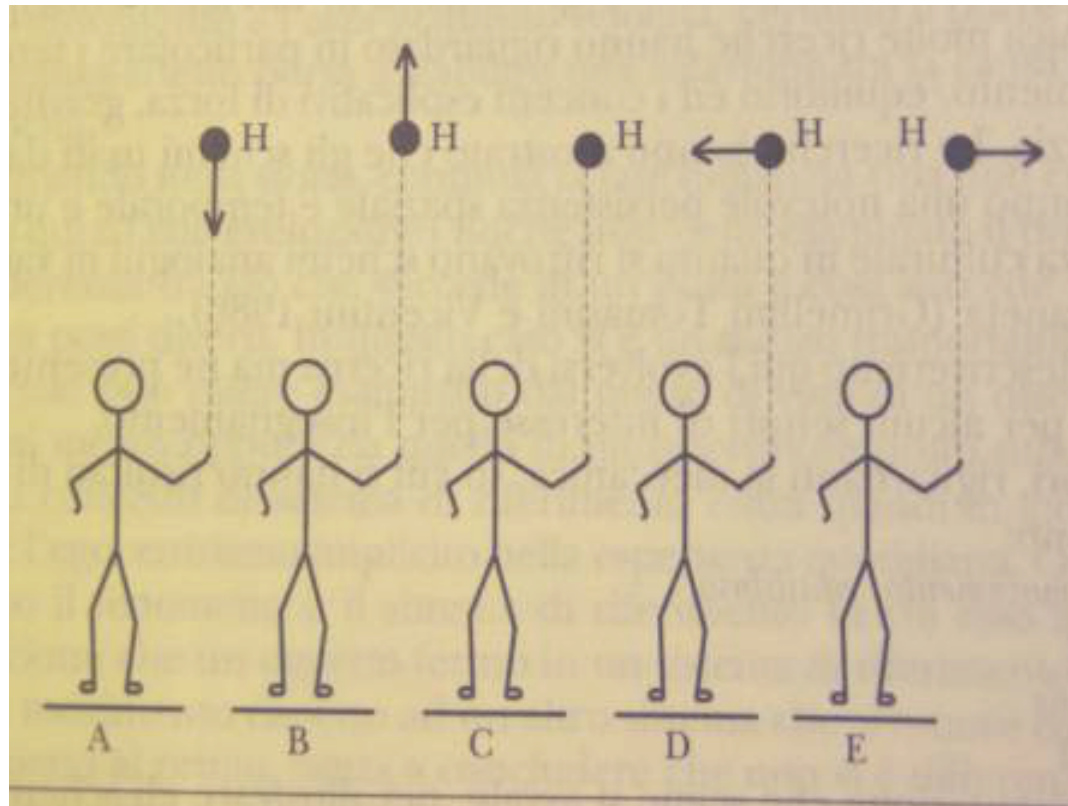
- Un oggetto fatto scivolare su una strada **sterrata**, sull'**asfalto** ed infine sul **ghiaccio**.
- Emerge l'idea che **la forza non serve per mantenere il moto ma per cambiarlo!**
- Una forza (p.es. la forza d'attrito) serve per cambiare la velocità dell'oggetto.
- Un oggetto che si muove su una superficie senza attrito tende a continuare a muoversi con la stessa velocità.
- UNA FORZA FA VARIARE LA VELOCITÀ AUMENTANDOLA O DIMINUENDOLA. **NON È QUINDI LEGATA ALLA VELOCITÀ MA ALLA SUA VARIAZIONE, CIOÈ ALL'ACCELERAZIONE.**
- Prima legge di Newton (**Principio d'inerzia**): un corpo non soggetto a forze esterne, persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.  
(quando si trova in stato di quiete, rimane in stato di quiete, e quando si trova in movimento continua a muoversi in moto uniforme rettilineo)

# Concezioni erranee

- Ragionamento spontaneo: spiegare il movimento con una forza dello stesso senso e l'“arresto” con un'assenza di forza.
- Percepire i moti come se ci fosse un “**capitale di forza**” che si estingue progressivamente con lo svolgersi del movimento.
- Se esiste una velocità in una data direzione, allora esiste una forza nella stessa direzione.
- Se la velocità di un mobile è nulla, la forza esercitata su di esso è anch'essa nulla.
- Se le velocità sono diverse per direzione e/o modulo, o più in generale se i movimenti di due mobili sono diversi, allora le forze esercitate su di essi sono diverse.

# Il giocoliere

- Un sasso viene lanciato in alto.
- Quale figura rappresenta meglio la **forza** sul sasso nel punto più alto?

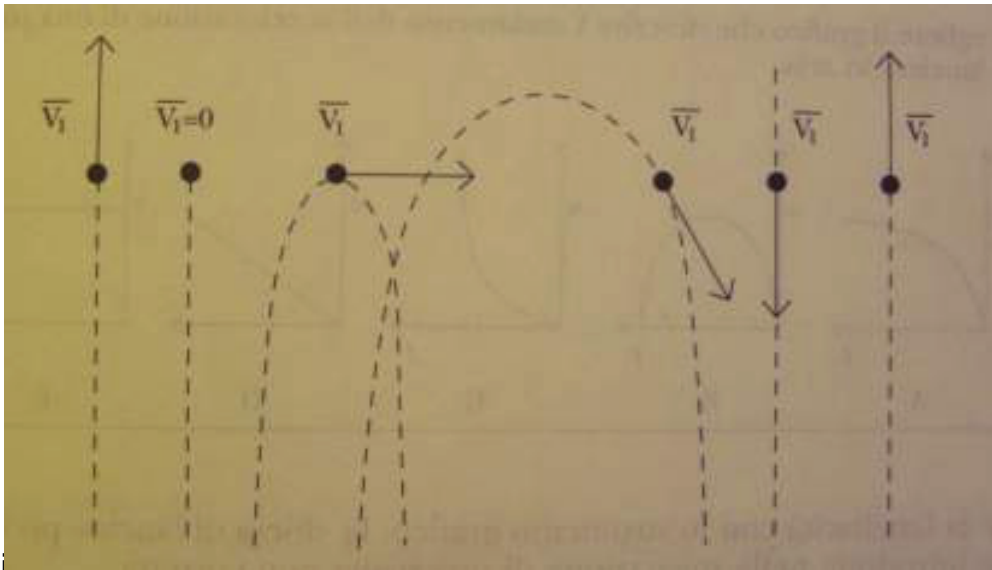


# Il giocoliere

Sei palle lanciate da un giocoliere si trovano alla stessa quota, ma con velocità diverse.

Dire se le forze sono

- A) tutte uguali
- B) tutte diverse
- C) alcune uguali altre diverse
- D) i dati forniti sono insufficienti



## • SUPPONETE DI SALIRE SU UNA GIOSTRA

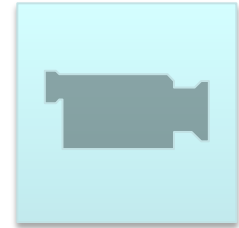
- VISTI DALL'ESTERNO (CIOÈ DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE) VOI STATE PERCORRENDO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE.

LA FORZA CENTRIPETA È DATA DALLA "FORZA MUSCOLARE" CON LA QUALE STRINGETE UN QUALCHE SOSTEGNO.  
(se mollate la presa partite per la tangente)

- SE VOI CONFRONTATE IL VOSTRO MOTO RISPETTO ALLA GIOSTRA (AD ESEMPIO SIETE SEDUTI SU UN ELEFANTINO BLU) VOI SIETE IMMOBILI, QUINDI NON C'È ACCELERAZIONE, PERO' VI SENTITE SPINTI VERSO L'ESTERNO (IN DIREZIONE RADIALE) DA UNA FORZA MISTERIOSA CHE CHIAMATE FORZA CENTRIFUGA

• LA FORZA CENTRIFUGA È UNA FORZA APPARENTE (NEL SENSO CHE NON C'È UNA SORGENTE) E COMPARSCE QUANDO USATE COME RIFERIMENTO PER IL VOSTRO MOTO LA GIOSTRA, PERCHÉ LA GIOSTRA NON È UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, CIOÈ NON SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME RISPETTO AD UN ALTRO SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, MA HA ESSA STESSA UN'ACCELERAZIONE (STA RUOTANDO)

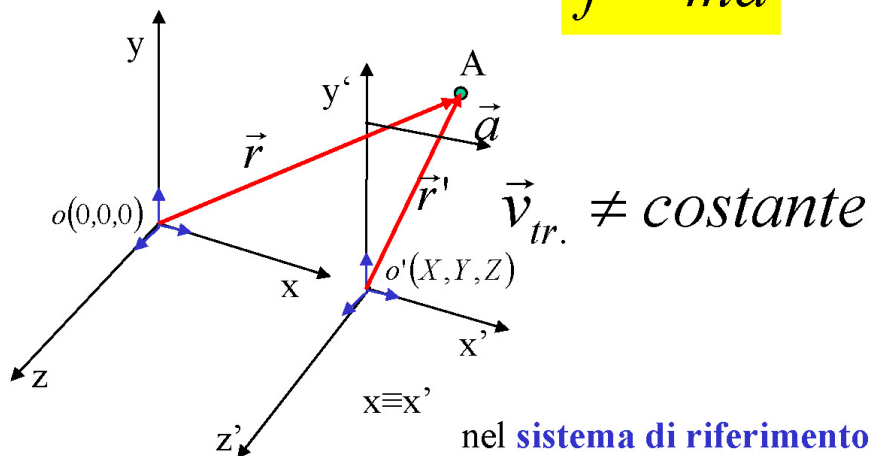
# Forze apparenti





La relazione che lega le coordinate nei due sistemi “fisso” e “accelerato” (consideriamo per ora un moto traslatorio non uniforme) è più profonda. Se sul punto agisce una forza, questo, **nel sistema “fisso”** si muoverà secondo:

$$\vec{f} = m\vec{a}$$



$$\begin{cases} x' = x - X \\ y' = y - Y \\ z' = z - Z \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{dove: } X \neq v_{ox}t; Y \neq v_{oy}t; Z \neq v_{oz}t \\ \text{ma: } X = \frac{1}{2}a_x t^2; Y = \frac{1}{2}a_y t^2; Z = \frac{1}{2}a_z t^2 \end{array}$$

coordinate dell' origine del Sistema “mobile”.

Derivando

$$\begin{cases} \dot{v}_x' = v_x - V_x \\ \dot{v}_y' = v_y - V_y \\ \dot{v}_z' = v_z - V_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{a}_x' = a_x - A_x \\ \dot{a}_y' = a_y - A_y \\ \dot{a}_z' = a_z - A_z \end{cases}$$



$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R} \quad \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_{tr.} \quad \vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}_{tr.}$$

$$\vec{a}' \neq \vec{a}$$

$$\vec{f} = m\vec{a} = m(\vec{a}' + \vec{A}_{tr.}) = m\vec{a}' + m\vec{A}_{tr.}$$

$$\vec{f} - m\vec{A}_{tr.} = m\vec{a}'$$

Forza di inerzia (massa \*  
acc. di trasc.) detta anche  
“fittizia”

N.B.

Anche se l'osservatore esegue una misura statica  
per la quale:

$$\vec{a}' = 0$$

**Esiste sempre la forza di inerzia**

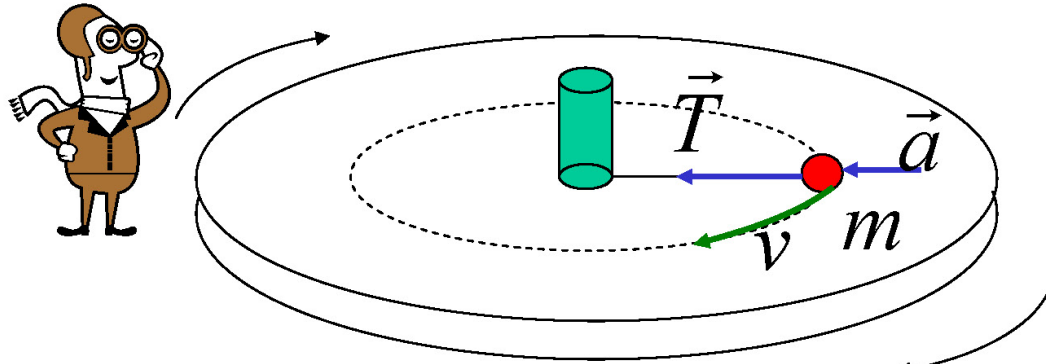
**Misura “dinamica:** forza “reale”+ termine inerziale

**Misura statica:** deve applicare una “forza reale” che  
sommata al termine inerziale determina  
l'equilibrio ( cioè  $a'=0$ )

Ogni punto della piattaforma si muove di moto circolare ed ha un' accelerazione centripeta: un riferimento solidale con la piattaforma è **NON INERZIALE**.

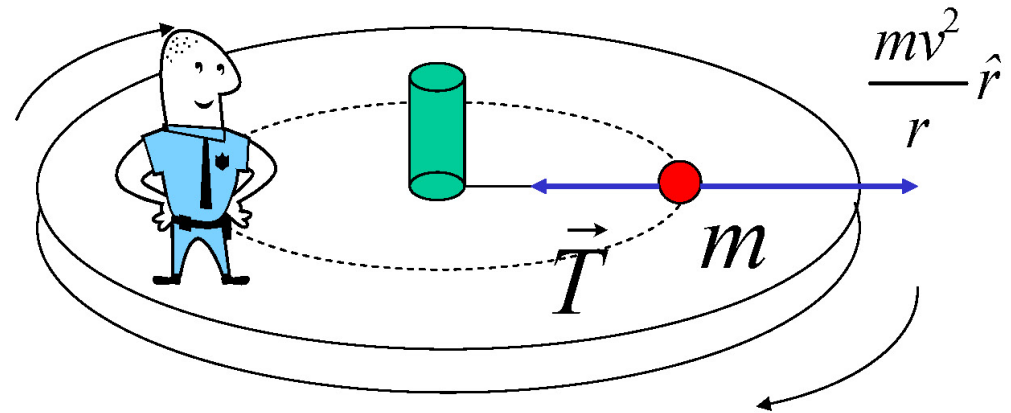
### Osservatore Inerziale:

l' accelerazione è dovuta tensione della fune



### Osservatore Non Inerziale:

*La pallina deve essere legata al palo sennò, se anche la colloca ferma in un punto, acquista un' accelerazione "centrifuga". Per annullarla deve usare proprio la tensione della fune per rendere valido il II principio.*



# FORZE APPARENTI

- NEI SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI COMPaiono LE FORZE APPARENTI, CHE VALGONO:

$$\vec{F}_{\text{APPARENTE}} = -m \vec{a}_{\text{SISTEMA}}$$

ESEMPIO:

$$\vec{F}_{\text{CENTRIFUGA}} = -m \vec{a}_{\text{CENTRIFUGA}} = -m \left( -\frac{v^2}{R} \right) \hat{r} = m \frac{v^2}{R} \hat{r}$$

⇒ LA FORZA CENTRIFUGA È RADIALE ED È DIRETTA VERSO L'ESTERNO

N. B. LE FORZE APPARENTI SONO UNA MANIFESTAZIONE DEL PRINCIPIO DI INERZIA, CIOÈ CHE UN CORPO NON SOGGETTO A FORZE TENDÈ A PERSÉGUIRE NEL SUO MOTO RETTILINEO UNIFORME

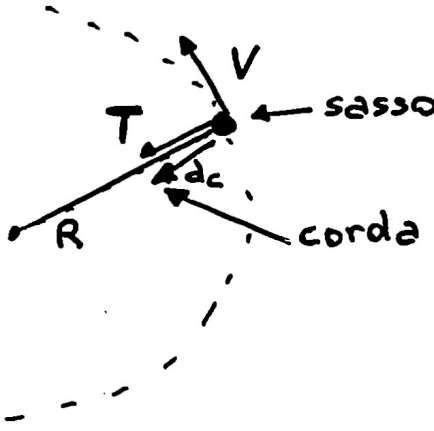
N. B. NON ESISTE L'ACCELERAZIONE CENTRIFUGA!

- LA TERRA NON È UN SISTEMA INERZIALE PERCHÉ STA RUOTANDO, QUINDI SE LA USIAMO COME SISTEMA DI RIFERIMENTO DOBBIAMO TENER CONTO DELLA FORZA CENTRIFUGA  $m\omega^2 R$ , RICORDATE IL CALCOLO DI  $g$ ?

# Forza centripeta e centrifuga

- SISTEMA INERZIALE (io vedo il sasso che ruota)
  - L'UNICA FORZA CHE AGISCE SUL SASSO E' LA TENSIONE  $T$  DELLA CORDA (diretta verso il centro)

ABBIAMO:  $\underline{T = m a_c = m \frac{v^2}{R}} \quad (\vec{f} = m \vec{a})$



- SISTEMA NON INERZIALE (ovvero a cavallo del sasso)
  - IN QUESTO SISTEMA IL SASSO E' FERMO
  - COMPARE UNA FORZA APPARENTE (FORZA CENTRIFUGA)



$$\vec{T}_{\text{apparente}} = -m \vec{a}_{\text{sistema}}$$

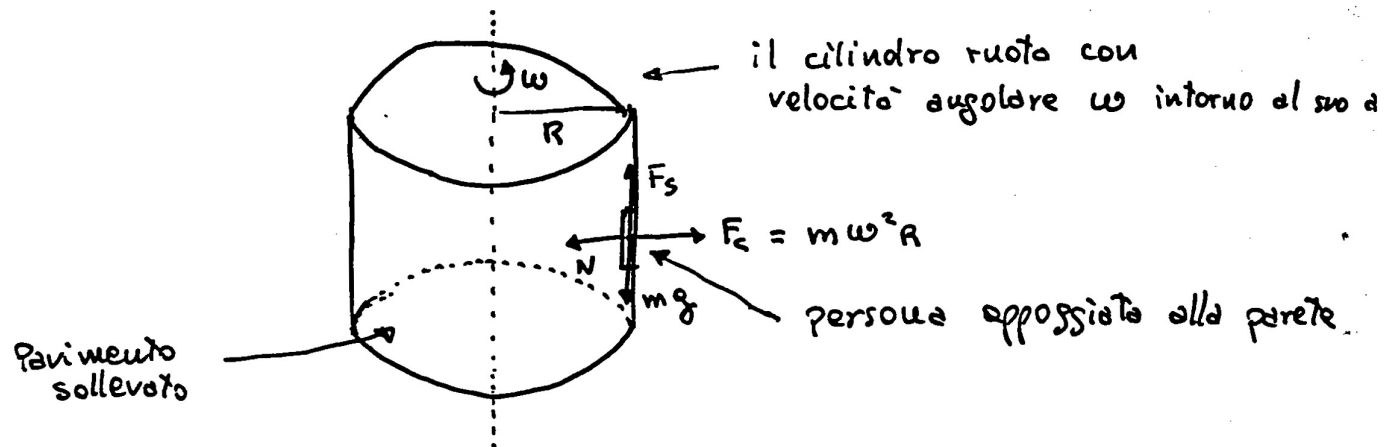
$$F_{\text{CENTRIFUGA}} = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{diretta verso l'esterno})$$

- IL SASSO E' FERMO, QUINDI LA SOMMA DELLE FORZE AGENTI SUL SASSO DEVE ESSERE NULLA

$$\vec{T} + \vec{F}_{\text{CENTRIFUGA}} = 0 \Rightarrow T - m \frac{v^2}{R} = 0 \Rightarrow \underline{T = m \frac{v^2}{R}}$$

- COME SI VEDE LE DUE EQUAZIONI FINALI SONO IDENTICHE. PER LA SOLUZIONE DEI PROBLEMI SI PUO' SCEGLIERE IL PROCEDIMENTO CHE SI PREFERISCE (E CHE SI E' CAPITO MEGLIO).

# CILINDRO ROTANTE AL LUNA PARK



- STUDIAMO IL PROBLEMA NEL SISTEMA NON INERZIALE, CIOÈ IL CORPO È INMOBILE RISPETTO ALLA PARETE DEL CILINDRO
- AFFINCHÉ IL CORPO NON SCIVOLI LUNGO LA PARETE VERTICALE DOBBIAMO AVERE:

$$F_s \geq mg$$

• SAPPIAMO CHE:

$$F_s = \mu_s \cdot N \Rightarrow \boxed{\mu_s \cdot N \geq mg}$$

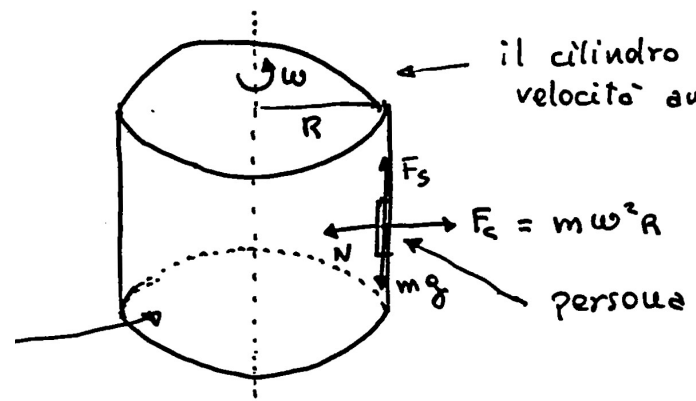
• LA NORMALE  $N$  SI RICAVA DALL'EQUILIBRIO DELLE FORZE SUL PIANO ORIZZONTALE (da notare che la normale forma un'angolo di  $90^\circ$  con  $mg$ )

$$N = F_c = m \omega^2 R \Rightarrow \underline{\underline{F_s = \mu_s m \omega^2 R}}$$

• QUINDI DOBBIAMO AVERE:

$$\mu_s m \omega^2 R \geq mg$$

$$\boxed{\mu_s \geq \frac{g}{\omega^2 R}}$$



• IL VALORE MINIMO DI ROTAZIONE DEL CILINDRO VALE:

$$\boxed{\omega_{\text{minimo}} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s \cdot R}}}$$

143

Come lo descrive un osservatore inerziale (ie uno che guarda il disco rotante)?

## Queste forze apparenti:

- **non** derivano dall' interazione con altri corpi;
- si chiamano **inerziali** perché dipendono dal moto del **S.d.R**;
- sono forze reali per il **S.N.I.**: *ci vogliono forze reali per annullarne l'effetto*;
- nei sistemi accelerati non valgono i principi di Newton (vedi il primo!!)
- si può ancora usare il II principio se si considerano le forze fittizie (dette anche di trascinamento)

Tutto questo nel caso in cui il moto del S.D.R.N.I. Si muova di moto traslazionale.

Il caso generale non verra' trattato