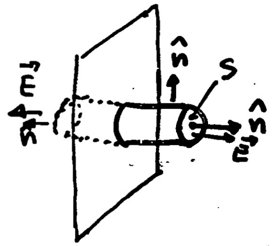
Lez 18 06/12/2016

- Lezioni in http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/did_fis1617/

Lamina isolante carica

TROVIAMO IL CAMPO ELETTRICO CREATO DA UNA CARICA DISTRIBUITA UNIFORMEMENTE CON DENSITA' SUPERFICIALE σ SU UN PIANO INFINITO ISOLANTE.



$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \Rightarrow dQ = \sigma \cdot dS$$

- PER RAGIONI DI SIMMETRIA IL CAMPO $\vec{E}$ DEVE ESSERE ORTOGONALE ALLA LAMINA
- SCEGLIAMO COME SUPERFICIE UN CILINDRO CON L'ASSE PERPENDICOLARE AL PIANO
- IL FLUSSO DALLA FACCIA LATERALE DEL CILINDRO E' NULLO PERCHE' $\vec{E} \cdot \hat{n} = 0$ [l'altezza del cilindro può essere qualsiasi]
- IL FLUSSO DA UNA BASE DEL CILINDRO VALE:

$$\Phi_s(\vec{E}) = |\vec{E}| \cdot S$$

- IL FLUSSO USCENTE DA TUTTO IL CILINDRO VALE:

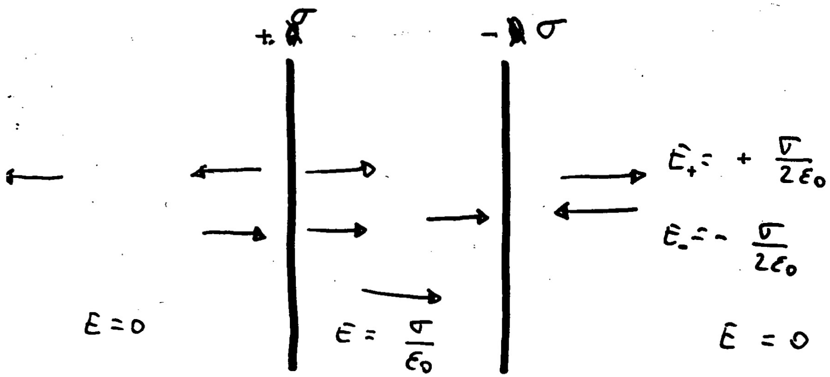
$$\Phi(\vec{E}) = |\vec{E}| \cdot S + |\vec{E}| \cdot S + 0 = 2|\vec{E}| \cdot S$$

- PER IL TEOREMA DI GAUSS $\Phi(E) = \dfrac{Q_{interna}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow 2|\vec{E}| \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

N.B. IL MODULO DEL CAMPO ELETTRICO NON DIPENDE DALLA DISTANZA DALLA LAMINA

Doppio strato



- PRENDIAMO DUE LAMINE PIANE INFINITE, UNA CON DENSITA' $+\lambda$ E L'ALTRA $-\lambda$

- ALL'INTERNO DEL DOPPIO STRATO IL CAMPO VALE $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

- FUORI DAL DOPPIO STRATO IL CAMPO VALE 0

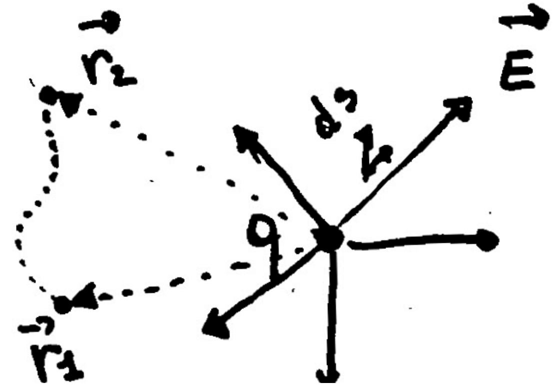
Lavoro del campo E

Mettiamo una carica q_o di prova nel campo $\underline{\boldsymbol{E}}$ generato da una carica puntiforme $\underline{\boldsymbol{F}} = q_o\underline{\boldsymbol{E}}$

Spostiamo q_o da $\underline{\boldsymbol{r}}_1$ a $\underline{\boldsymbol{r}}_2$; il lavoro fatto dalla forza del campo e'

$$L = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}\cdot d\vec{s} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \frac{q\cdot q_o}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\,\hat{r}\cdot d\vec{s} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q q_o}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{q_o\cdot q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_1}^{r_2} = \frac{q_o\cdot q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)$$



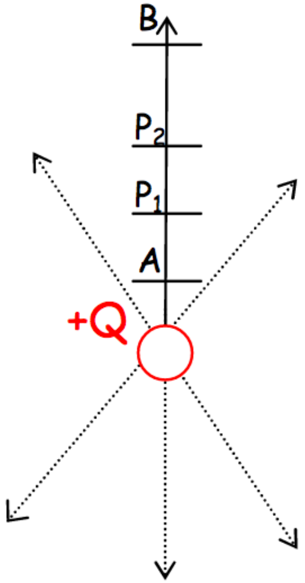
IL LAVORO NON DIPENDE DAL PERCORSO, MA SOLO DALLO STATO FINALE E DA QUELLO INIZIALE

=> LA FORZA ELETTROSTATICA E' CONSERVATIVA

=> SI PUO' DEFINIRE L'ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA

N.B. DATO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE, LE CONCLUSIONI SONO VALIDE QUALUNQUE SIA IL NUMERO DI CARICHE

a) Consideriamo inizialmente il moto della carica q lungo una linea di forza.



Il campo elettrico, e quindi la forza, varia in funzione della distanza r.

Il campo elettrico non uniforme risulta: $E = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r^2$ e la formula $F = E \cdot q$ ha validità puntuale.

Il calcolo del lavoro, compiuto dalle forze del campo, per portare la carica di prova q dalla posizione iniziale A alla posizione finale B non può essere effettuato applicando in modo sintetico la relazione $L = F \cdot d$, con d=AB. Occorre suddividere lo spostamento AB in tanti piccoli spostamenti elementari Δs. Il lavoro totale risulta essere la sommatoria: $L = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots + L_n$, con L_i il lavoro compiuto nell'i-esimo spostamento $\Delta s_i = r_{i+1} - r_i$.

Calcoliamo L_1, lavoro compiuto dal campo elettrico per lo spostamento elementare $\Delta s_1 = \overline{AP_1}$ in cui la distanza r varia da r_A ad r_1 .

Si ha una piccola variazione del campo elettrico ($1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r^2_1 \leq E \leq 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r^2_A$)

Il vettore campo elettrico $\vec{E}$ nell'intervallo AP_1 può, in prima approssimazione, essere considerato costante esprimendo r^2 mediante la media geometrica: $r^2 = r_A \cdot r_1$.

Si ha la seguente relazione per il campo elettrico: $E = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A$ che possiamo considerare costante in tutti i punti dello spostamento $\Delta s_1 = r_1 - r_A$.

Sostituendo Δs_1 ed E nella relazione del lavoro $L_1 = qE \cdot \Delta s_1$, si ha:

$$L_1 = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A \cdot (r_1 - r_A) = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot qQ\,(1/r_A - 1/r_1)$$

Analogamente, per l'intervallino Δs_2, si ha il lavoro:

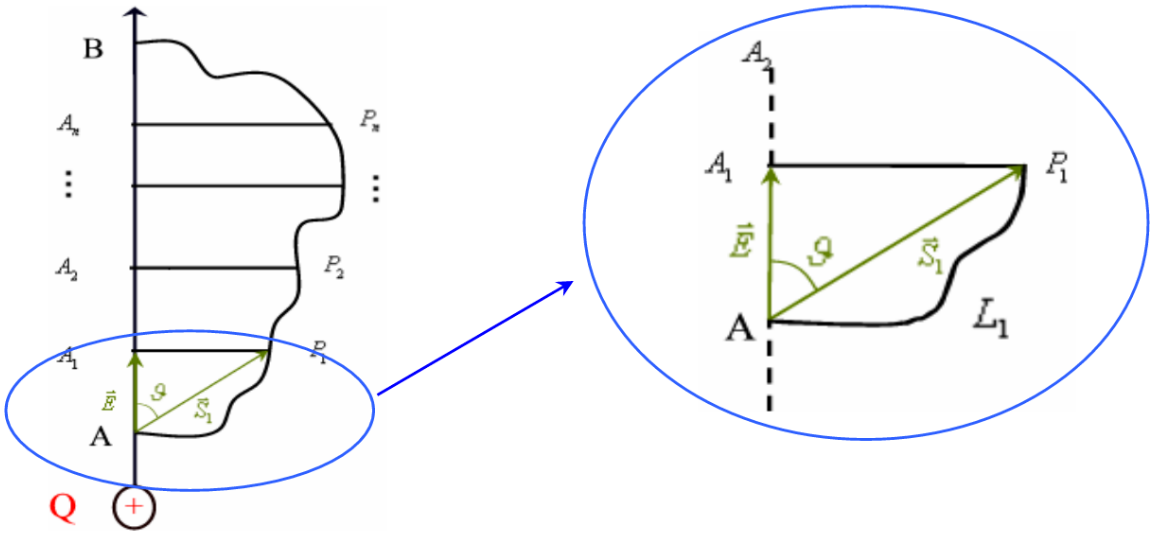
$$L_2 = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot qQ\,(1/r_1 - 1/r_2)$$

Sommando i lavori elementari si ha:

$$L = L_1 + L_2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_n = Qq/4\pi\varepsilon_0\,(1/r_A - \cancel{1/r_1} + \cancel{1/r_1} - \cancel{1/r_2} + \cancel{\ldots\ldots\ldots} + \cancel{1/r_n} - 1/r_B)$$

Quindi il lavoro totale risulta: $L = Qq/4\pi\varepsilon_0\,(1/r_A - 1/r_B)$

b) Consideriamo il moto della carica q lungo una traiettoria qualsiasi.



Anche in questo caso il lavoro complessivo deve essere calcolato come somma dei lavori elementari negli n spostamenti $\vec{\Delta s}$: $L=L_1+L_2+L_3+\dots\dots\dots\dots\dots+L_n$

Calcoliamo inizialmente il lavoro L_1 compiuto dal campo sulla carica q, che esegue lo spostamento elementare $\vec{\Delta s_1} = \vec{AP_1}$.

Analogamente al caso precedente si ha che il campo elettrico, nell'intervallo AP_1, può in prima approssimazione essere considerato costante e risulta: $E_1 = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot Q/r_1 \cdot r_A$

Il lavoro elementare L_1 risulta: $L_1 = q\,\vec{E_1} \times \vec{\Delta S_1} = qE_1 \cdot \overline{AP_1} \cos\vartheta = q \cdot E_1 \cdot \overline{AA_1}$

Sostituendo la formula del campo elettrico e essendo $\overline{AA_1} = r_1 - r_A$, si ha:

$$L_1 = 1/4\pi\varepsilon_0 \cdot q \cdot Q/r_1 \cdot r_A \quad (r_1 - r_A) \quad = \quad Qq/4\pi\varepsilon_0 \,(1/r_A - 1/r_1)$$

Analogamente, per l'intervallino Δs_2, si ha il lavoro: $L_2 = Qq/4\pi\varepsilon_0\,(1/r_1 - 1/r_2)$

Sommando i lavori elementari si ha: $L = Qq/4\pi\varepsilon_0\,(1/r_A - 1/r_B)$

Il risultato ottenuto, per una traiettoria qualsiasi, è uguale a quello verificato quando la traiettoria coincidente con una linea di forza.

Si ha quindi che il lavoro dipende solo dalla posizione iniziale e da quella finale della carica q e non dalla traiettoria; ciò ci consente di affermare che il campo elettrostatico è conservativo.

Energia potenziale elettrostatica

- DEFINIAMO ENERGIA POTENZIALE DEL CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ IN UN PUNTO $\vec{r}$ DELLO SPAZIO IL LAVORO FATTO DA UNA FORZA ESTERNA PER SPOSTARE LA CARICA q_0 DALL' INFINITO AL PUNTO $\vec{r}$

$$U(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} q_0 \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- CALCOLIAMO IL LAVORO FATTO DA $\vec{E}$ PER FAR MUOVERE UNA CARICA DA $\vec{A}$ a $\vec{B}$

$$L_{AB} = \int_A^B q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_A^{\infty} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{\infty}^{B} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

$$= -\int_{\infty}^{A} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s} - \left(-\int_{\infty}^{B} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}\right) = U(A) - U(B)$$

- $L_{AB} = U(A) - U(B)$
- SE $U(B) < U(A) \Rightarrow$ IL LAVORO FATTO DAL CAMPO E' POSITIVO

Potenziale elettrico

- $U(\vec{r}) = -q_0 \int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$

- CONSIDERIAMO L'ENERGIA POTENZIALE PER UNITA' DI CARICA

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q_0} = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$ [potenziale elettrico]

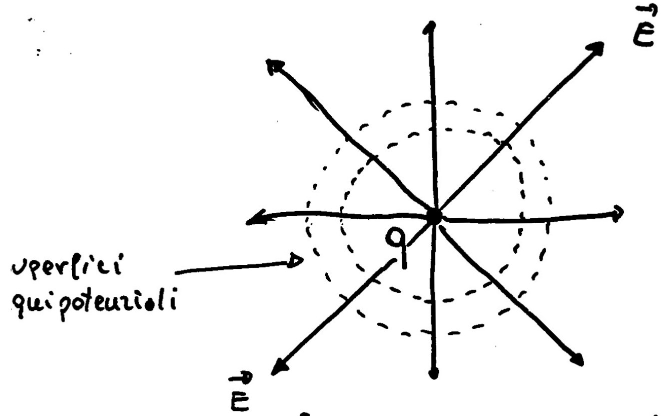
- IL POTENZIALE ELETTRICO DI UN PUNTO ARBITRARIO E' UGUALE AL LAVORO PER UNITA' DI CARICA NECESSARIO PER PORTARE UNA CARICA DI PROVA POSITIVA DALL'INFINITO AL PUNTO

- LA QUANTITA' DI INTERESSE FISICO NON E' IL POTENZIAL BENSI' LA DIFFERENZA DI POTENZIALE

$$\Delta V = V(A) - V(B) = \int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Il pot elettrico si misura in J/C = Volt
Il campo elettr si misura in V/m = N/C

Pot el di una carica puntiforme



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s} = -\int_{\infty}^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

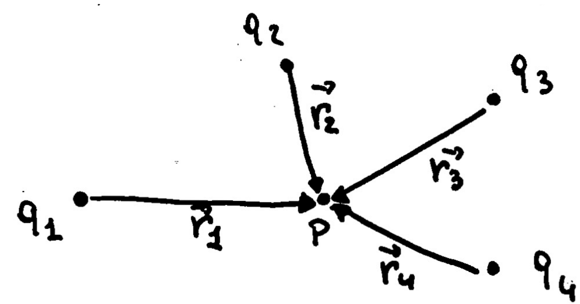
- IL POTENZIALE È UNA GRANDEZZA SCALARE
- $q > 0 \Rightarrow V > 0$; $q < 0 \Rightarrow V < 0$
- I PUNTI CHE HANNO LA STESSA DISTANZA r DALLA CARICA q HANNO LO STESSO POTENZIALE (SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE)
- I PUNTI DI UNA SUPERFICIE ORTOGONALE AL CAMPO ELETTRICO HANNO LO STESSO POTENZIALE
- MUOVENDOSI LUNGO UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE NON SI COMPIE LAVORO (NON VARIA L'ENERGIA POTENZIALE)

Pot di n cariche puntiformi

- VALE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1} \qquad [\, r_1 = \text{distanza della carica } q_1 \text{ dal punto } \vec{P} \,]$$

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2} \; ; \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3}{r_3} \; ; \quad V_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_4}{r_4}$$



$$V(P) = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \frac{q_4}{r_4}\right)$$

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{1}^{4} {}_i \frac{q_i}{r_i}$$

- L'ENERGIA POTENZIALE DI UNA CARICA q_0 POSTA IN $\vec{P}$ VALE

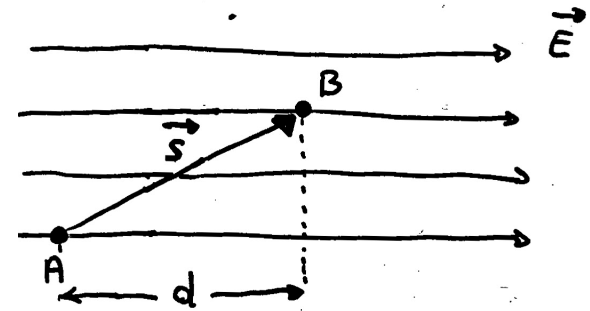
$$U(P) = q_0 \cdot V(P) = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{1}^{4} {}_i \frac{q_i}{r_i}$$

N.B. IL CALCOLO DEL POTENZIALE E' PIU' SEMPLICE DEL CALCOLO DEL CAMPO ELETTRICO

$\Rightarrow$ SI RICAVA V $\Rightarrow$ DA QUESTI SI RICAVA $\vec{E}$

D.d.p. In un campo E uniforme

- CALCOLIAMO LA DIFFERENZA DI POTENZIALE TRA DUE PUNTI $\vec{A}$ E $\vec{B}$ CHE SI TROVANO IN UN CAMPO $\vec{E}$ UNIFORME



$$\Delta V = V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} =$$

$$= \vec{E} \cdot \int_{\vec{A}}^{\vec{B}} d\vec{s} = \vec{E} \cdot \vec{s} = E \cdot d$$

- SE CI MUOVIAMO IN VERSO CONCORDE CON IL CAMPO ELETTRICO, IL POTENZIALE DIMINUISCE.

- SE METTIAMO UNA CARICA q_0 POSITIVA, DI MASSA m, IN UN CAMPO $\vec{E}$, LA CARICA SEGUIRA' LE LINEE DEL CAMPO DIMINUENDO LA SUA ENERGIA POTENZIALE E AUMENTANDO LA SUA ENERGIA CINETICA.

N.B.
$$\Delta V = V(f) - V(i) = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

$$\Rightarrow \Delta V = V(i) - V(f) = +\int^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Ricavare E conoscendo V

- IN UN CAMPO UNIFORME ABBIAMO VISTO CHE:

$$V(f) - V(i) = \Delta V = -\vec{E}\cdot\vec{ds} = -E\,d$$

- IN QUESTO CASO:

$$E = -\frac{\Delta V}{d}$$

- NEL CASO DI UNA VARIAZIONE INFINITESIMA

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{ds}$$

- SE IL CAMPO HA UNA SOLA COMPONENTE (E_x) ALLORA SI HA:

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{ds} = -E_x\,dx$$

$$\Rightarrow \boxed{E_x = -\frac{dV}{dx}}$$ (derivate di V rispetto a x)

- NEL CASO GENERALE SI HA:

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{ds} = -(E_x\,dx + E_y\,dy + E_z\,dz)$$

$$\Rightarrow \quad E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \;;\; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \;;\; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$ [derivate parziali]

- N.B. IN CASO DI SIMMETRIA SFERICA

$$dV = -\vec{E}\cdot\vec{ds} = -E\,dr$$

$$\Rightarrow \quad E = -\frac{dV}{dr}$$

Conduttori

IN UN CONDUTTORE LE CARICHE ELETTRICHE POSSONO MUOVERSI LIBERAMENTE AL SUO INTERNO.

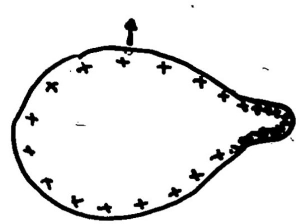
- IN UN CONDUTTORE IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO NON C'E' NESSUN MOVIMENTO DI CARICA
- TALE CONDUTTORE POSSIEDE LE SEGUENTI PROPRIETA':

■ IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DI ESSO E' NULLO OVUNQUE

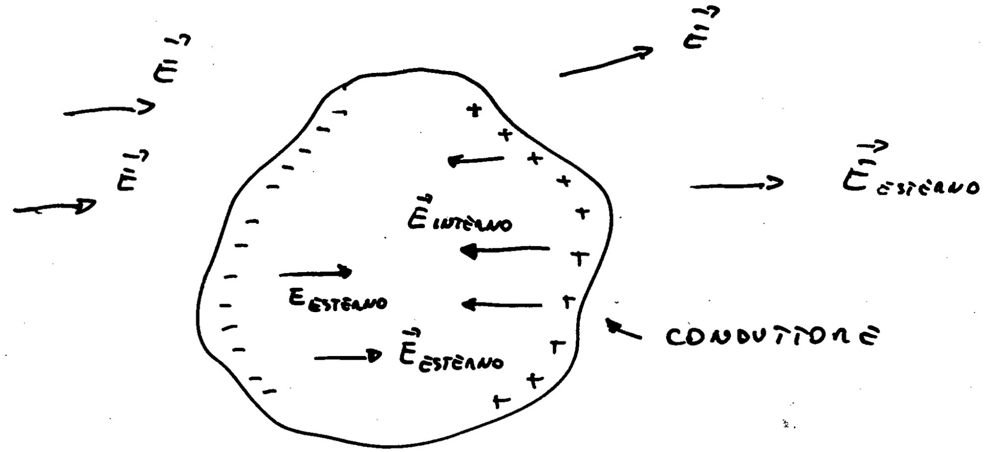
■ UN QUALUNQUE ECCESSO DI CARICA SU UN CONDUTTORE ISOLATO DEVE RISIEDERE UNICAMENTE SULLA SUA SUPERFICIE ESTERNA

■ IL CAMPO ELETTRICO IN UN PUNTO APPENA AL DI FUORI DI UN CONDUTTORE CARICO E' PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE E HA MODULO σ/ε_0. (teorema di Coulomb)

■ SU UN CONDUTTORE DI FORMA IRREGOLARE, LA CARICA TENDE AD ACCUMULARSI IN PUNTI IN CUI LA CURVATURA E' MAGGIORE (effetto delle punte)



$\underline{E}$ nullo all'interno



- PONIAMO UN CONDUTTORE IN UN CAMPO $\vec{E}$ ESTERNO
- GLI ELETTRONI ALL'INTERNO SENTIRANNO LA FORZA

$$\vec{F} = -q_e \cdot \vec{E}$$

E QUINDI SI SPOSTERANNO

COSÌ FACENDO SI CREA UN'ASIMMETRIA DI CARICA ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE CHE GENERA A SUA VOLTA UN CAMPO $\vec{E}$ "INTERNO"

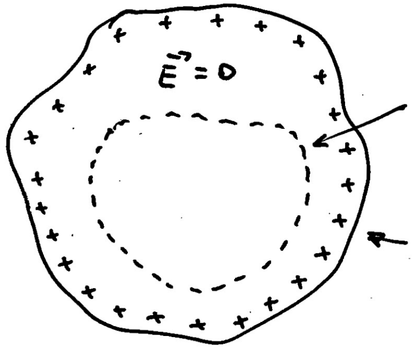
GLI ELETTRONI SI "RIARRANGIANO" FINO A QUANDO SU DI ESSI NON VI SARÀ PIÙ NESSUNA FORZA CHE LI FA MUOVERE (EQUILIBRIO ELETTROSTATICO)

$$\vec{F} = -q_e \cdot \vec{E} = -q_e \left(\vec{E}_{ESTERNO} + \vec{E}_{INTERNO} \right) = 0$$

QUINDI $\vec{E} = \vec{E}_{ESTERNO} + \vec{E}_{INTERNO} = 0$

N.B. LA CONDIZIONE $\vec{E} = 0$ SI OTTIENE QUASI ISTANTANEAMENTE

Carica sulla superficie esterna



- METTIAMO UNA CARICA Q SU UN CONDUTTORE ISOLATO.
- LA CARICA SI RIDISTRIBUISCE IN MODO DA AVERE $\vec{E} = 0$ ALL'INTERNO
- SCEGLIAMO UNA SUPERFICIE CHIUSA QUALSIASI ALL'INTERN. DEL CONDUTTORE SULLA QUALE APPLICARE IL TEOREMA DI GAUSS:

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{interna}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = \int_{S_{chiusa}} \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = 0 \quad [\text{dato che } \vec{E} = 0]$$

- NE CONSEGUE CHE ANCHE

$$q_{INTERNA} = 0$$

QUINDI LA CARICA NON PUO' CHE DISPORSI SULLA SUPERFICIE ESTERNA

Teorema di Coulomb

- PRENDIAMO UN CONDUTTORE CHE ABBIA UNA DENSITA' SUPERFICIALE DI CARICA σ

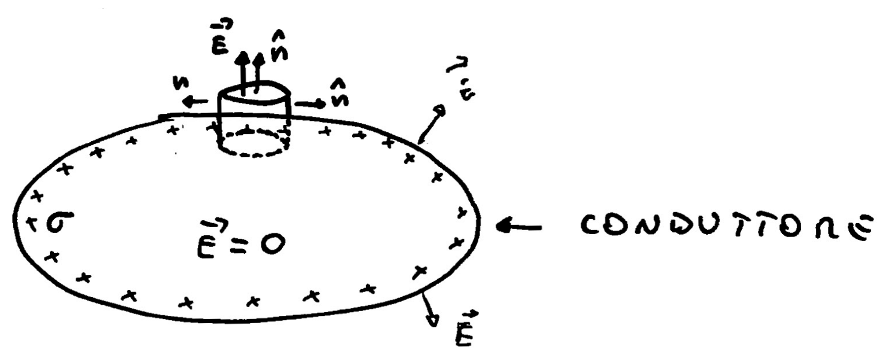
- SE IL CAMPO $\vec{E}$ SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE AVESSE UNA COMPONENTE PARALLELA ALLA SUPERFICIE, ALLORA CI SAREBBE SULLE CARICHE UNA FORZA $\vec{F}_{\parallel} = q \cdot \vec{E}_{\parallel}$ CHE LE FAREBBE MUOVERE. DATO CHE IL CONDUTTORE E' IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO ALLORA $\vec{E}$ DEVE ESSERE PERPENDICOLARE

APPLICHIAMO IL TEOREMA DI GAUSS AD UN CILINDRETTO AVENTE SUPERFICIE DI BASE S

$$\Phi_S(\vec{E}) = \underbrace{0}_{\text{base interna}} + \underbrace{0}_{\text{superficie laterale}} + \underbrace{|E| \cdot S}_{\text{base esterna}}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{Q_{interna}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad |E| \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$



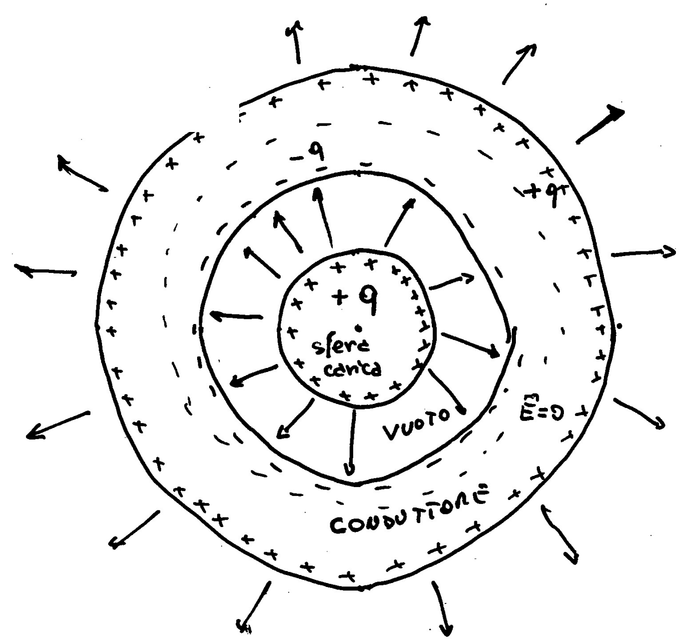
Sfera cava (induz. Elettrostat.)

- PRENDIAMO UNA SFERA CONDUTTRICE SCARICA CON ALL'INTERNO UNA CAVITA'.
- METTIAMO ALL'INTERNO DELLA CAVITA' UNA SFERA CONDUTTRICE CARICA CON CARICA $+q$.
- SULLA SFERA CAVA LE CARICHE SI RIDISTRIBUIRANNO IN MODO DA AVERE $\vec{E}=0$ AL SUO INTERNO.
- SULLA FACCIA INTERNA COMPARE UNA CARICA $-q$

$$0 = \Phi_S(\vec{E}) = \frac{q_{interna}}{\varepsilon_0} = \frac{+q-q}{\varepsilon_0} = 0$$

- SULLA FACCIA ESTERNA COMPARE LA CARICA $+q$

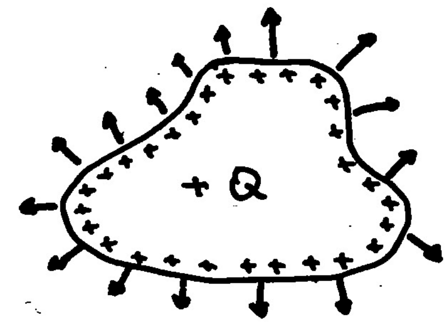
NB: il campo E e' nullo DENTRO i conduttori, ma NON e' nullo nello spazio vuoto fra i due conduttori



Pot di un cond carico

- IL CAMPO $\vec{E}$ ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE E' NULLO
- IL CAMPO $\vec{E}$ ESTERNO E' ORTOGONALE ALLA SUPERFICIE
- CALCOLIAMO LA d.d.p. TRA DUE PUNTI SULLA SUPERFICIE

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0 \quad [\ \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0\ ]$$



⇒ I PUNTI SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE HANNO TUTTI LO STESSO POTENZIALE

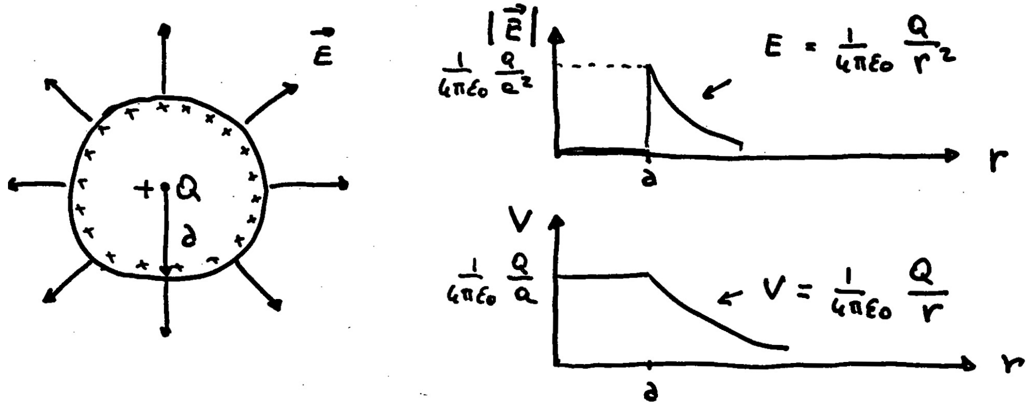
- DATO CHE $\vec{E} = 0$ PER OGNI PUNTO ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE, ALLORA TUTTI QUESTI PUNTI HANNO LO STESSO POTENZIALE DELLA SUPERFICIE

- $\boxed{\text{QUALUNQUE SIA LA FORMA DEL CONDUTTORE, TUTTI I PUNTI DELLO STESSO HANNO LO STESSO POTENZIALE}}$

- IL RISULTATO È VALIDO ANCHE PER UNA CAVITA' CONTENUTA ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE (GABBIA DI FARADAY)

D

Pot di una sfera cond carica



- POTENZIALE DELLA SFERA

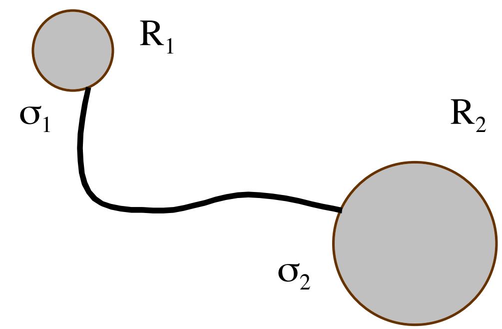
$$V(r=a) = -\int_{\infty}^{a} \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_{\infty}^{a} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,dr =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left.\frac{1}{r}\right|_{\infty}^{a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}$$

- $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot a}\cdot Q$ IL POTENZIALE DELLA SFERA E' PROPORZIONALE ALLA CARICA POSSEDUTA.

Effetto “punta”

- la densità di carica sulla superficie esterna di un conduttore è inversamente proporzionale al raggio di curvatura della superficie
- Consideriamo due conduttori sferici
  - Di raggio diverso
  - Sufficientemente lontani in maniera che non si influenzano l’un l’altro
  - Connessi elettricamente in maniera da risultare allo stesso potenziale



$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{R_1} \qquad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{R_2}$$

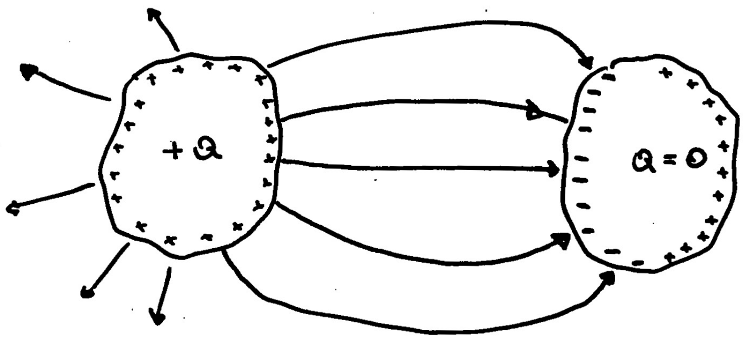
$$V_1 = V_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \qquad q_1 = 4\pi R_1^2\sigma_1 \quad q_2 = 4\pi R_2^2\sigma_2 \qquad \frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{4\pi R_1^2\sigma_1}{R_1} = \frac{4\pi R_2^2\sigma_2}{R_2}$$

$$R_1\sigma_1 = R_2\sigma_2$$

- Poiché R_1 è più piccolo, σ_1 sarà più grande

Condensatore

- PRENDIAMO DUE CONDUTTORI QUALSIASI :



Supponiamo che uno possieda una carica Q

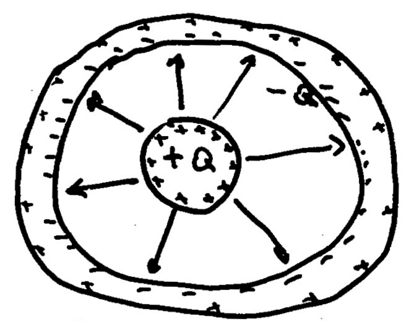
- UNA PARTE DELLE LINEE DI FORZA CHE ESCONO DAL PRIMO CONDUTTORE FINISCONO SUL SECONDO PROVOCANDO UNO SPOSTAMENTO DI CARICHE (INDUZIONE ELETTROSTATICA)

- NEL CASO IN CUI TUTTE LE LINEE DI FORZA CHE ESCONO DAL PRIMO CONDUTTORE FINISCONO SUL SECONDO, SI HA L'INDUZIONE COMPLETA.

- SI DICE ALLORA CHE I DUE CONDUTTORI COSTITUISCONO LE ARMATURE DI UN CONDENSATORE

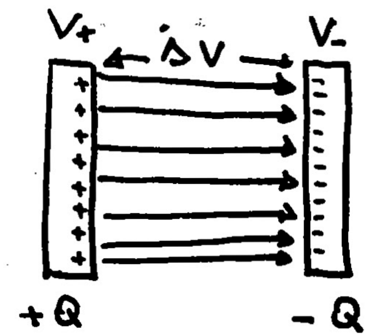
- LE CARICHE PRESENTI SULLE DUE ARMATURE HANNO LO STESSO MODULO MA SEGNI DIVERSI

Esempio: condensatore sferico



Capacita' del condensatore

- TRA LE DUE ARMATURE VI E' INDUZIONE COMPLETA
- LE CARICHE SULLE DUE ARMATURE SONO UGUALI (IN MODULO)
- IL CONDUTTORE CON CARICA $+Q$ HA POTENZIALE V_+
  " " " " $-Q$ " " V_-
- TRA LE DUE ARMATURE VI E' UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE $\Delta V = V_+ - V_-$



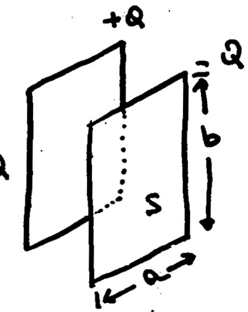
- SI DEFINISCE LA CAPACITA' DEL CONDENSATORE COME:

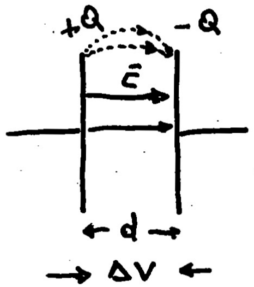
$$C = \frac{Q}{|\Delta V|}$$

- LA CAPACITA' C E' INDIPENDENTE DALLA CARICA E DALLA d.d.p., MA DIPENDE SOLO DALLA GEOMETRIA DELLE ARMATURE, DALLA POSIZIONE RECIPROCA E DAL MATERIALE TRA LE ARMATURE
- LA CAPACITA' SI MISURA IN COULOMB / VOLT = FARAD
- IL FARAD [F] E' UN'UNITA' DI MISURA MOLTO GRANDE

Condensatore piano

- CONSIDERIAMO DUE SUPERFICI PIANE DI AREA S DISTANTI d





- SU UN'ARMATURA ABBIAMO LA CARICA +Q E SULL'ALTRA −Q
- LA DENSITA' DI CARICA VALE $\sigma = \frac{Q}{S}$
- FACCIAMO L'APPROSSIMAZIONE DI PIANO INFINITO; E' VALIDA SE $d \ll a$; $d \ll b$
- IL CAMPO ELETTRICO VALE $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ TRA LE DUE ARMATURE E ZERO FUORI.
- TRASCURIAMO GLI EFFETTI AI BORDI (ASSUMIAMO $\vec{E}$ UNIFORME)

$$\Delta V = E \cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d = \frac{Q}{S}\frac{d}{\varepsilon_0}$$

- LA CAPACITA' DEL CONDENSATORE VALE:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Q\frac{d}{S\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

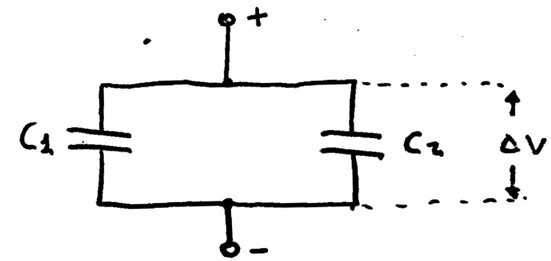
$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$

dipende solo dalla geometria dei conduttori

Condensatori in parallelo

- LA d.d.p. ΔV AI CAPI DI CIASCUN CONDENSATORE È LA STESSA

LE ARMATURE DEI DUE CONDENSATORI SONO COLLEGATE TRAMITE UN FILO CONDUTTORE, QUINDI DIVENTANO UN UNICO CONDUTTORE E DEVONO AVERE LO STESSO POTENZIALE.



- SIA Q_1 E Q_2 LA CARICA DI C_1 E C_2

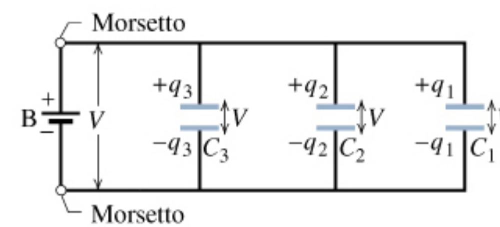
$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad ; \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

LA CARICA TOTALE CONTENUTA NEL SISTEMA DEI DUE CONDENSATORI:

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2) \Delta V$$

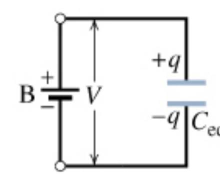
QUINDI I DUE CONDENSATORI EQUIVALGONO AD UN UNICO CONDENSATORE DI CAPACITA' EQUIVALENTE:

$$C_{eq} = \frac{Q_{TOT}}{\Delta V} = \frac{(C_1 + C_2)\Delta V}{\Delta V} = C_1 + C_2$$



(a)

LE CAPACITA' DI CONDENSATORI IN PARALLELO SI SOMMANO.



(b)

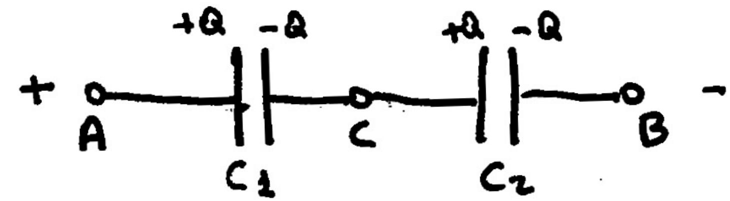
NEL CASO DI n CONDENSATORI IN PARALLELO SI HA:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

Condensatori in serie

- NEL CASO DI CONDENSATORI IN SERIE LA CARICA SU CIASCUNA ARMATURA DEL CONDENSATORE (IN MODULO) È LA STESSA.

- LA d.d.p. V_{AB} È UGUALE A:



$$V_{AB} = V_A - V_B = \underbrace{V_A - V_C}_{\Delta V_1} + \underbrace{V_C - V_B}_{\Delta V_2}$$

- $\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1}$; $\Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}$

QUINDI:

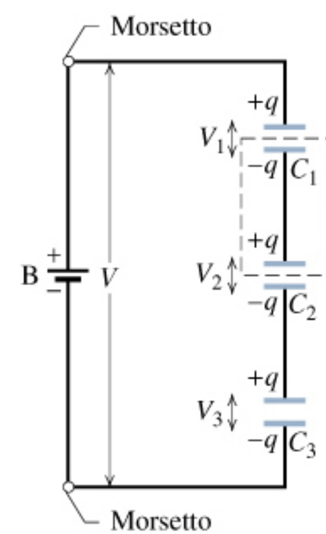
$$V_{AB} = \Delta V_{TOT} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

IL SISTEMA DI DUE CONDENSATORI IN SERIE È EQUIVALENTE A:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{\Delta V_{TOT}}{Q} = \frac{Q}{Q}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

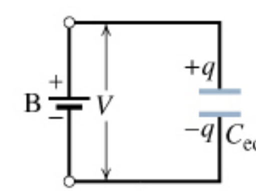
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

N.B. $C_{eq} < C_1$; $C_{eq} < C_2$



(a)

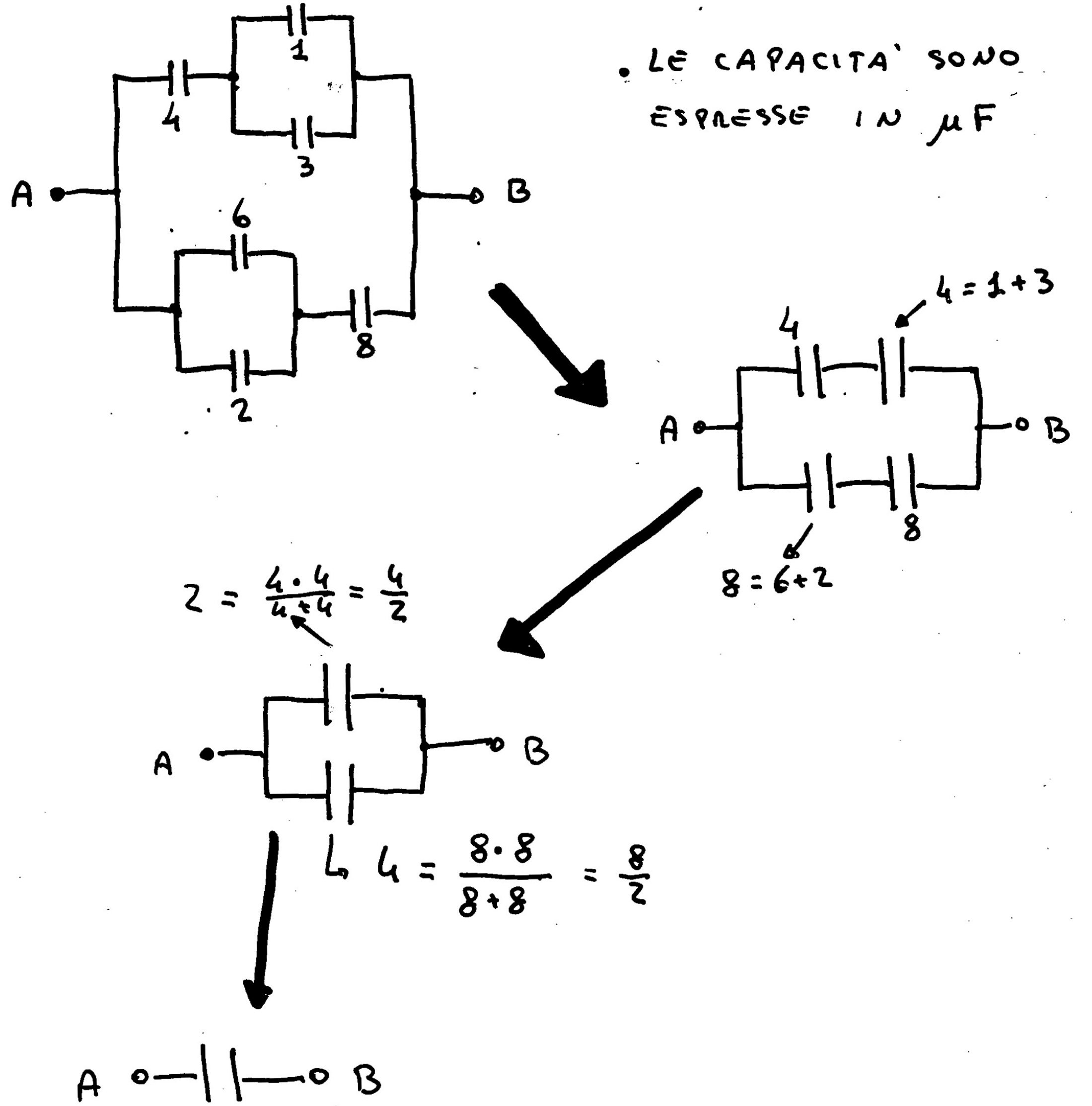
NEL CASO DI n CONDENSATORI IN SERIE SI HA:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{1}^{n} {}_i \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Circuiti equivalenti

• LE CAPACITA' SONO ESPRESSE IN μF



$4 = 1 + 3$

$8 = 6 + 2$

$2 = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = \frac{4}{2}$

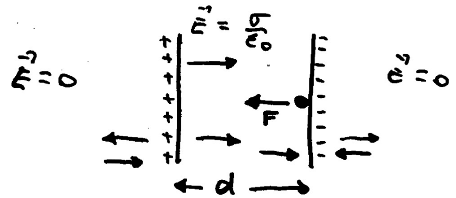
$4 = \frac{8 \cdot 8}{8 + 8} = \frac{8}{2}$

$C_{eq} = 4 + 2 = 6 \mu F$

IL CIRCUITO DI 6 CONDENSATORI E' EQUIVALENTE AD UN UNICO CONDENSATORE DI CAPACITA' EQUIVALENTE PARI A $6 \mu F$

E.

DUE LASTRE DI METALLO AFFACCIATE, POSTE ALLA DISTANZA DI 10 cm, SONO CARICATE CON UNA DENSITA' DI CARICA UNIFORME ED OPPOSTA, PARI (IN MODULO) A 10^{-8} C/m^2. UN ELETTRONE (DI CARICA $e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C E MASSA $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg) SI TROVA IN QUIETE IN PROSSIMITA' DELLA LASTRA CARICA NEGATIVAMENTE. CON QUALE VELOCITA' COLPIRA' LA LASTRA A CARICA POSITIVA? DOPO QUANTO TEMPO?



ipotesi di lastre infinite
(condensatore piano)

- OGNI LASTRA PRODUCE NELLO SPAZIO IL CAMPO $\vec{E} = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
  IL CAMPO E' NULLO FUORI DALLE ARMATURE E VALE $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ TRA LE ARMATURE DIRETTO DALLA LASTRA POSITIVA A QUELLA NEGATIVA.

- LA FORZA SULL'ELETTRONE VALE $\vec{F} = -e\vec{E}$ DIRETTA IN VERSO OPPOST.

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = eEd = \Delta K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2eEd}{m}} = \sqrt{\frac{2 * 1.6 * 10^{-19} * 10^{-8} * 0.1}{9.1 * 10^{-31} * 8.85 * 10^{-12}}} = \sqrt{\frac{2 * 1.6 * 0.1}{9.1 * 8.85} \cdot 10^{-19-8+31+1}}$$

$$v = 0.063 \cdot 10^8 = 6.3 \cdot 10^6 \text{ m/s} < c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- IL MOTO E' UNIFORMEMENTE ACCELERATO, QUINDI

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad ; \quad a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{e\sigma}{m\varepsilon_0} = \frac{1.6 * 10^{-19} * 10^{-8}}{9.1 * 10^{-31} * 8.85 \cdot 10^{-12}} = \frac{1.6}{9.1 * 8.85} \cdot 10^{-19-8+31+12} = 1.99 \cdot 10^{14} \text{ m/s}^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.1}{1.99 \cdot 10^{14}}} = 3.2 \cdot 10^{-8} \text{ s} = \underline{32 \text{ ns}}$$