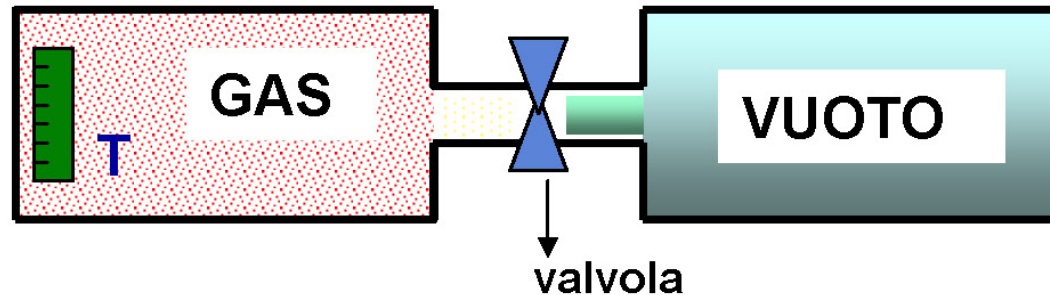


Lez 15 22/11/2016

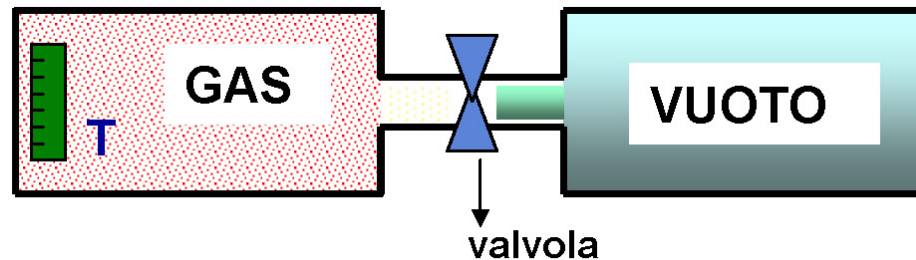
- Lezioni in http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/did_fis1617/

Energia interna di un gas ideale



- Il gas è contenuto in un recipiente a pareti rigide ed adiabatiche, ed è collegato tramite una valvola ad un secondo recipiente rigido ed adiabatico in cui è stato fatto il vuoto.
- Il gas è quindi isolato termicamente dall'esterno.
- Si apre la valvola e si lascia espandere liberamente il gas nel secondo recipiente.
- Si aspetta il ristabilirsi dell'equilibrio termodinamico.
- Si trova che il volume del gas è cambiato, la pressione è cambiata, ma non è cambiata la temperatura del gas misurata con il termometro T (questo è valido a rigore solo per un gas ideale).

Energia interna di un gas ideale



- Il gas non ha scambiato calore con l'esterno ($Q=0$).
- Le pareti del contenitore sono rigide, quindi il gas non ha “scambiato” lavoro con l'esterno ($L=0$).

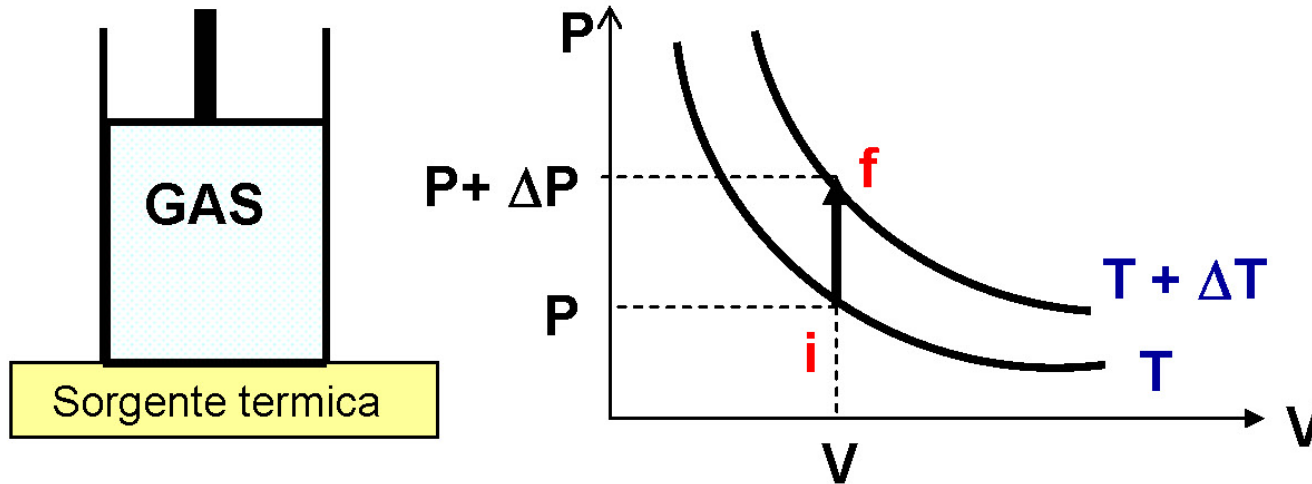
■ Allora: $\Delta U = Q - L = 0 - 0 = 0$

non è variata l'energia interna del gas.

- Dato che la sola variabile termodinamica che non è cambiata è la temperatura, se ne conclude che l'energia interna di un gas perfetto è funzione solo della sua temperatura:

$$U = U(T)$$

Calore specifico molare a V cost



- Consideriamo n moli di un gas perfetto contenute in un cilindro chiuso da un pistone.
- Il volume del gas viene mantenuto costante durante la trasformazione.
- Il gas è a contatto con una sorgente termica a temperatura T con la quale può scambiare calore.
- Forniamo calore al gas aumentando la temperatura della sorgente di ΔT .

Calore specifico molare a V cost

- La pressione del gas aumenta da P a $P + \Delta P$.

- Capacità termica: $C = \frac{Q}{\Delta T}$

- Calore specifico molare (a volume costante): $c_V = \frac{C}{n}$

- Quindi sussiste la seguente relazione tra il calore fornito al gas a volume costante, la variazione di temperatura ed il calore specifico molare a volume costante:

$$Q = n \cdot c_V \cdot \Delta T$$

E interna di un gas perfetto

- Se forniamo calore ad un gas a volume costante, si ha:

$$Q = n \cdot c_v \cdot \Delta T$$

- Essendo una trasformazione a volume costante, non c'è variazione di volume e quindi il lavoro è nullo.
- Dal primo principio della termodinamica avremo quindi:

$$\Delta U = Q - L = Q - 0 = Q = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

- L'energia interna è una funzione di stato. La sua variazione dipende solo dallo stato iniziale e finale, ma non dal tipo di trasformazione.
- Qualunque sia il tipo di trasformazione vale sempre:

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T$$

Gas ideale

- Il numero delle particelle e' molto grande:
 $N \approx N_A = 6.02 \times 10^{23}$
- Le particelle non interagiscono a distanza, lo fanno solo durante gli urti. Gli urti sono elastici
- Le dimensioni delle particelle sono trascurabili rispetto al volume occupato (ma non sono puntiformi)
- Le particelle sono in moto completamente casuale

Teoria cinetica dei gas

- Boltzmann dimostrò che nel caso di un gas perfetto monoatomico, la pressione p esercitata dal gas è riconducibile agli urti elastici delle N particelle con le pareti del contenitore di volume V secondo la formula

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \langle v^2 \rangle$$

- dove $\langle v^2 \rangle$ è la velocità quadratica media delle particelle di massa m , cioè il valor medio del quadrato delle velocità delle particelle. Da questa relazione segue che:

$$pV = \frac{1}{3} Nm \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} n N_A m \langle v^2 \rangle$$

- dove n è il numero di moli ed $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ è il numero di Avogadro.

Teoria cinetica dei gas

- L'equazione di stato del gas perfetto è $pV=nRT$. Utilizzando l'espressione della pressione p trovata da Boltzmann si ha

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} K_B T$$

- dove $K_B=R/N_A=1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K}$ è la cosiddetta costante di Boltzmann.
- Si trova cioè che per un gas perfetto la temperatura è una misura macroscopica della energia cinetica media delle particelle del gas.
- Inoltre, dato che l'energia interna E di un gas perfetto è solo energia cinetica, essa risulta legata alla temperatura T dalle seguenti relazioni:

$$E = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} N K_B T = \frac{3}{2} n R T$$

- L'ultima espressione conferma che l'energia interna E di un gas perfetto è una funzione di stato e che essa dipende solo dalla temperatura T .

Calore specifico a p costante

Ripetiamo l'esperimento fornendo calore al gas a pressione costante. Questa condizione può essere realizzata mettendo una massa m sopra al pistone, libero di muoversi.

Avremo la relazione: $Q = n \cdot c_p \cdot \Delta T$

Per una trasformazione isobara si ha: $L = P \cdot \Delta V$

Per un gas perfetto ($PV=nRT$) si ha: $P \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T$

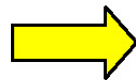
Ricordiamo che: $\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T$

Mettendo insieme le tre equazioni si ha:

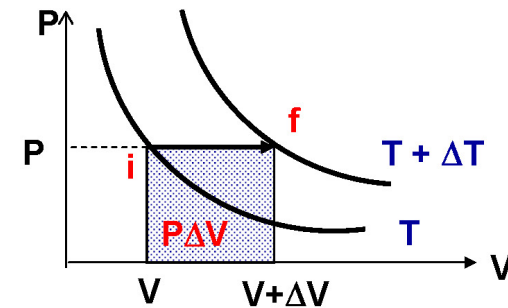
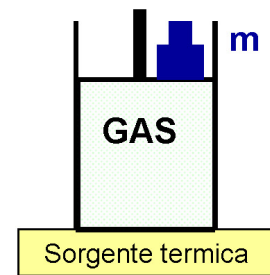
$$\Delta U = Q - L$$



$$nC_v \Delta T = nC_p \Delta T - nR \Delta T$$



$$C_v = C_p - R$$



Il calore specifico a pressione costante è più grande del calore specifico a volume costante perché parte del calore fornito al gas viene utilizzato come lavoro di espansione del gas.

Trasf adiabatica rev

Non viene scambiato calore con l'ambiente esterno $Q = 0$ e quindi $L + \Delta U = 0$.
Il sistema scambia energia solo tramite lavoro meccanico.

$$PV^\gamma = \text{costante}$$

- Ovvero per una trasformazione adiabatica **reversibile** di un gas perfetto da uno stato **A** ad uno stato **B**, si ha:

$$P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$$

$$\left[\gamma = \frac{C_P}{C_V} \right]$$

- In una espansione adiabatica reversibile di un gas perfetto la temperatura **diminuisce**.

- Giustificazione “matematica”:

isoterma: $P = \frac{\text{costante}}{V}$; adiabatica: $P = \frac{\text{costante}}{V^\gamma}$

➡ l'adiabatica è una curva più “ripida”.

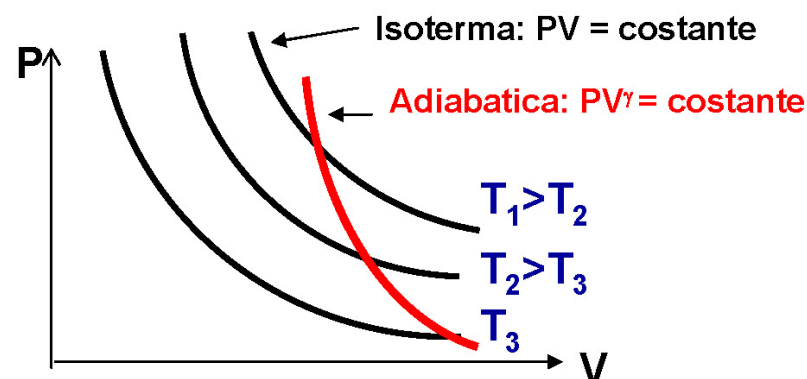
- Giustificazione “fisica”:

$$\Delta U + L = 0 \quad \Longleftarrow \quad (\text{adiabatica})$$

$$\Longrightarrow \quad L = -\Delta U$$

- In un'espansione il lavoro è positivo, quindi la variazione di energia interna deve essere negativa.
- Per un gas perfetto si ha: $\Delta U = nC_V\Delta T$

➡ ΔT deve essere negativo, ovvero il gas nell'espansione adiabatica reversibile deve raffreddarsi.



UNA BOLLA DI 5.0 MOLLI DI ELIO (MONOATOMICO) E' IMMERSA A UNA CERTA PROFONDITA' IN ACQUA; L'ACQUA (E QUINDI L'ELIO) SUBISCE UN AUMENTO DI TEMPERATURA ΔT DI 20 °C A PRESSIONE COSTANTE, COME CONSEGUENZA LA BOLLA SI ESPANDE.

- a) QUANTO CALORE Q VIENE AGGIUNTO ALL'ELIO DURANTE L'ESPANSIONE E L'AUMENTO DI TEMPERATURA?
- b) QUALE E' LA VARIAZIONE ΔU DELL'ENERGIA INTERNA DELL'ELIO DURANTE L'AUMENTO DI TEMPERATURA?
- c) TROVARE IL LAVORO L FATTO DALL'ELIO.

Problema

$$a) \quad C_p = C_v + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R$$

$$Q = n C_p \Delta T = n \frac{5}{2} R \Delta T = 5 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.314 \cdot 20 = 2080 \text{ J}$$

$$b) \quad \Delta U = n C_v \Delta T =$$

$$= 5 \cdot \frac{3}{2} R \cdot \Delta T = 5 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8.314 \cdot 20 = 1250 \text{ J}$$

$$c) \quad \text{PRIMA LEGGE DELLA TERMODINAMICA: } Q - L = \Delta U$$

$$L = Q - \Delta U = 2080 - 1250 = 830 \text{ J}$$

Di quanto si e' espansa la bolla?

$$L = p \Delta V \rightarrow \Delta V = L/p.$$

Dato che e' immersa $p = p_0 + \rho gh \rightarrow$

$$\Delta V = L/(p_0 + \rho gh)$$

con ρ = densita' dell'acqua

Il Secondo Principio della Termodinamica

- Abbiamo visto che il primo principio regola la relazione, in una trasformazione termodinamica, fra variazione di energia interna, calore e lavoro scambiati.
- Ma il 1° principio non ci dice nulla a riguardo del fatto se una trasformazione può avvenire davvero.
- Per esempio, nell'esp. di Joule-Thomson (espansione libera di un gas) è palese che lo spontaneo ritorno del gas dalla 2^a ampolla alla 1^a non avviene, ma non sarebbe in contrasto col 1° principio
- Così anche che il calore ceduto all'acqua nell'esp. di Joule non possa tirare su i pesi collegati al mulinello o che del calore possa spontaneamente trasferirsi da un corpo freddo ad uno caldo
- E' il 2° principio a dirci quali processi, non in contrasto col 1° principio, possono realmente accadere

1. Dalla prima legge della termodinamica abbiamo:

$$\Delta U = Q - L$$

Sappiamo che possiamo trasformare interamente del lavoro in calore, ad esempio con l'attrito.

È vero il viceversa?

- Cioè, possiamo trasformare interamente del calore in lavoro?
Se fosse possibile potremmo, ad esempio, ottenere del lavoro raffreddando il mare (moto perpetuo di seconda specie).

2. Come mai alcuni processi avvengono spontaneamente soltanto in una direzione temporale? Ad esempio il gas che esce spontaneamente da un contenitore.

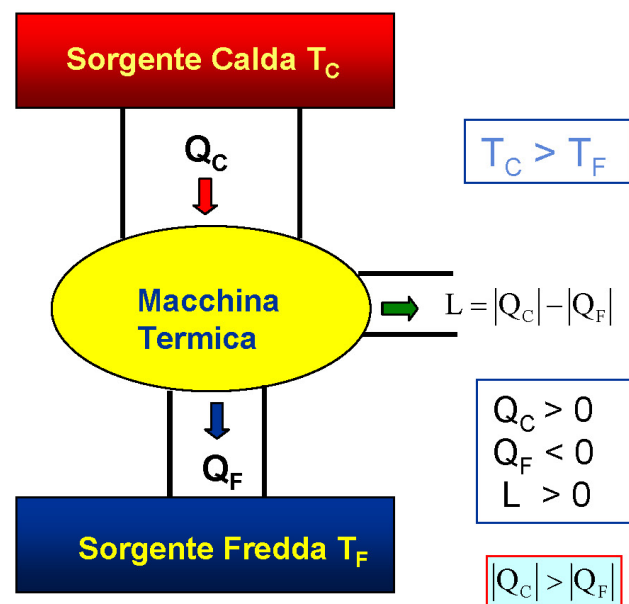
In altre parole, che cosa definisce il verso di scorrimento del tempo?

- Per formalizzare l'aspetto di irreversibilità di una trasformazione si introduce il concetto di Entropia.

Macchina termica

- Una macchina termica è un dispositivo che scambia calore con l'ambiente (l'ambiente è tutto ciò che non costituisce la macchina termica stessa) e produce lavoro meccanico ripetendo continuamente la stessa sequenza di trasformazioni, detta ciclo.
- Dal primo principio: $\Delta U = Q - L$
- Dato che l'energia interna è una funzione di stato, in un ciclo (cioè lo stato finale della trasformazione è uguale allo stato iniziale) si ha: $\Delta U = 0$
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = L$$
- Il lavoro prodotto dalla macchina è uguale al calore scambiato con l'ambiente.

Es: ciclo diesel, ciclo benzina (di Otto)



Sorgenti di calore

- Per trasferire calore è necessario avere a disposizione una sorgente di calore, a temperatura T_2 maggiore della temperatura T_1 del corpo a cui tale calore si deve trasferire
- Si dice **TERMOSTATO** una sorgente che può trasferire calore ad un corpo senza diminuire sensibilmente la propria temperatura

Il concetto di termostato

- **Termostato o riserva di calore**

Dalla calorimetria è noto che più grande è la capacità termica di un sistema e minore è la sua variazione di temperatura per un dato flusso di calore.

Si chiama riserva di calore (o sorgente ideale di calore o termostato) un sistema a capacità termica infinitamente alta: si può ritenere che la temperatura di una riserva di calore non cambi per quanto grande possa essere il flusso di calore in uscita o in entrata. Il concetto di riserva di calore è un'astrazione utilissima dal punto di vista teorico. Esempi di sistemi che possono ritenersi con buona approssimazione delle riserve di calore: l'atmosfera, un lago, l'oceano...

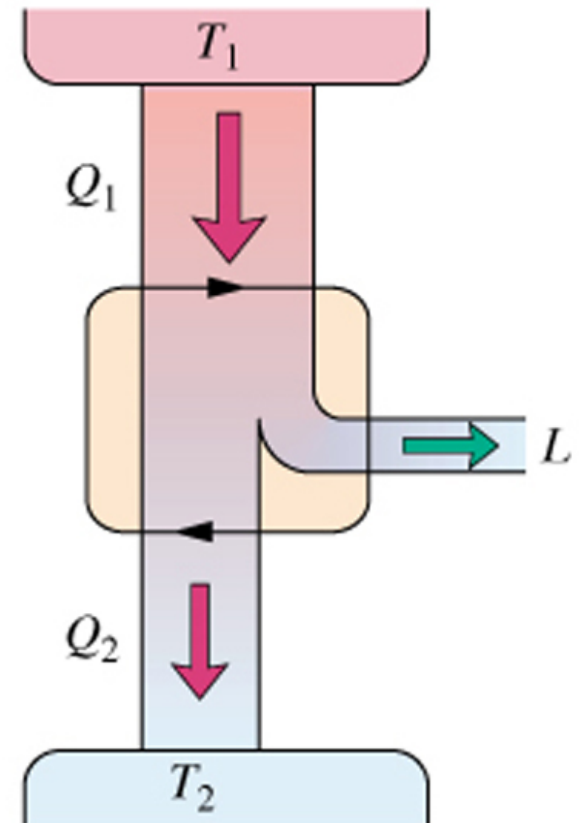
Macchine Termiche

- Del 2° principio esistono diverse formulazioni equivalenti. Le prime che troviamo sono quelle relative alle macchine termiche dovute a Kelvin-Planck e a Clausius
- Una macchina termica (schematizzata in figura) costituita da un fluido operante, sottrae ad ogni ciclo una quantità di calore Q_1 ad un termostato a temperatura T_1 , ne converte una parte in lavoro L e cede una quantità di calore Q_2 non utilizzata ad un termostato a temperatura $T_2 < T_1$.
- Siccome la macchina opera ciclicamente risulta $\Delta U = 0$ e quindi:

$$L = Q_{tot} = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 > 0 ; Q_2 < 0$$

$$L = |Q_1| - |Q_2|$$

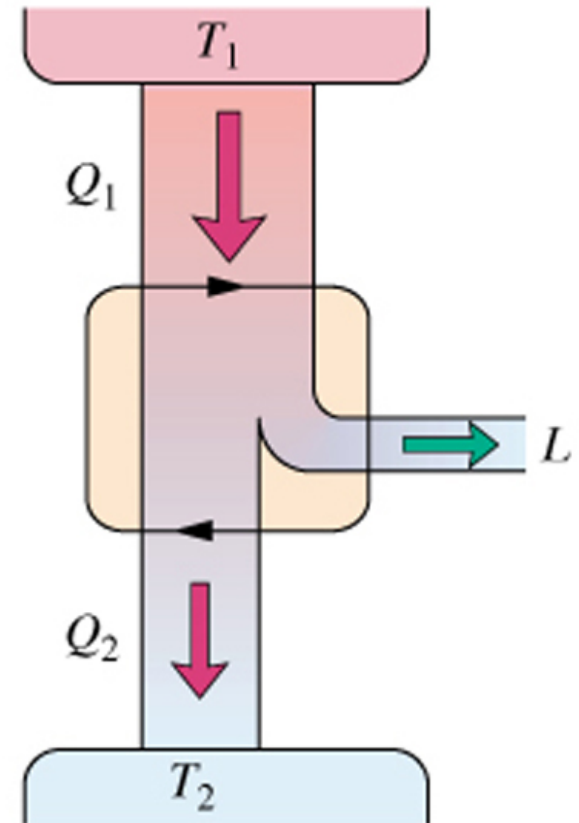


... macchine termiche 2

- Un parametro di fondamentale importanza è il **rendimento η** :

$$\eta = \frac{L}{|Q_1|} = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|}$$

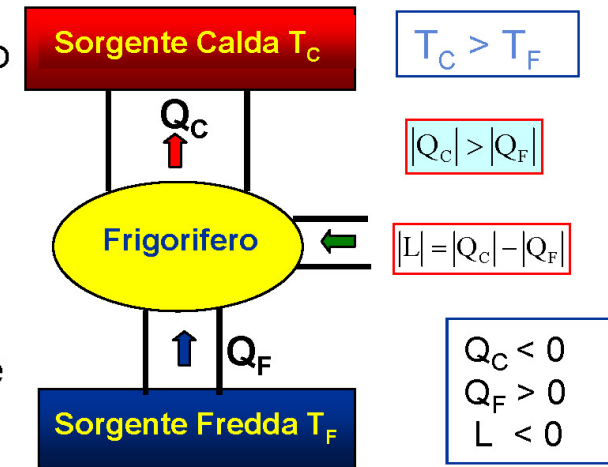
- Matematicamente è: $0 \leq \eta \leq 1$; è ovvio che la condizione ottimale per il progettista sarebbe $\eta \rightarrow 1$, perché si minimizza l'energia $|Q_2|$ *sprecata* sotto forma di calore ceduto a T_2 e pressochè tutto il calore $|Q_1|$ prelevato da T_1 è convertito in lavoro. Il caso limite (perfetto) si avrebbe quando $|Q_2| = 0$ (nessun calore scambiato con T_2) $\rightarrow \eta = 1$



Macchine frigorifere (pompe di calore)

Prendiamo una macchina termica che funziona al contrario

- Viene assorbito un calore Q_F dalla sorgente fredda e viene ceduto un calore Q_C alla sorgente calda tramite un lavoro fatto sulla macchina termica.
- Nel caso in cui la funzione della macchina sia quella di raffreddare la sorgente fredda, a questa viene dato il nome di macchina frigorifera o frigorifero.
- Invece, nel caso in cui lo scopo della macchina termica sia quello di riscaldare la sorgente calda, a questa viene dato il nome di pompa di calore. Come vedremo, queste sono delle “stufe” molto più efficienti delle normali sorgenti di calore, quali ad esempio le stufe elettriche. Sono però anche molto più costose.
- Una macchina termica reversibile può funzionare indifferentemente come motore termico o come frigorifero (o pompa di calore) semplicemente invertendo il segno del calore e del lavoro scambiati. Cosa che non può essere fatta ovviamente da una macchina termica reale.

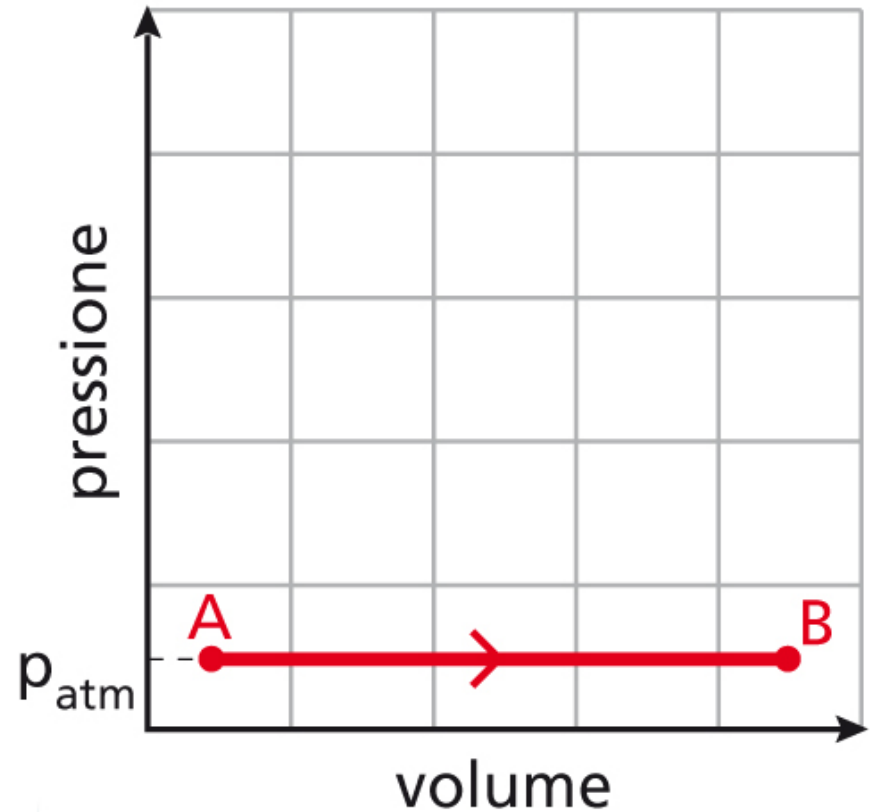
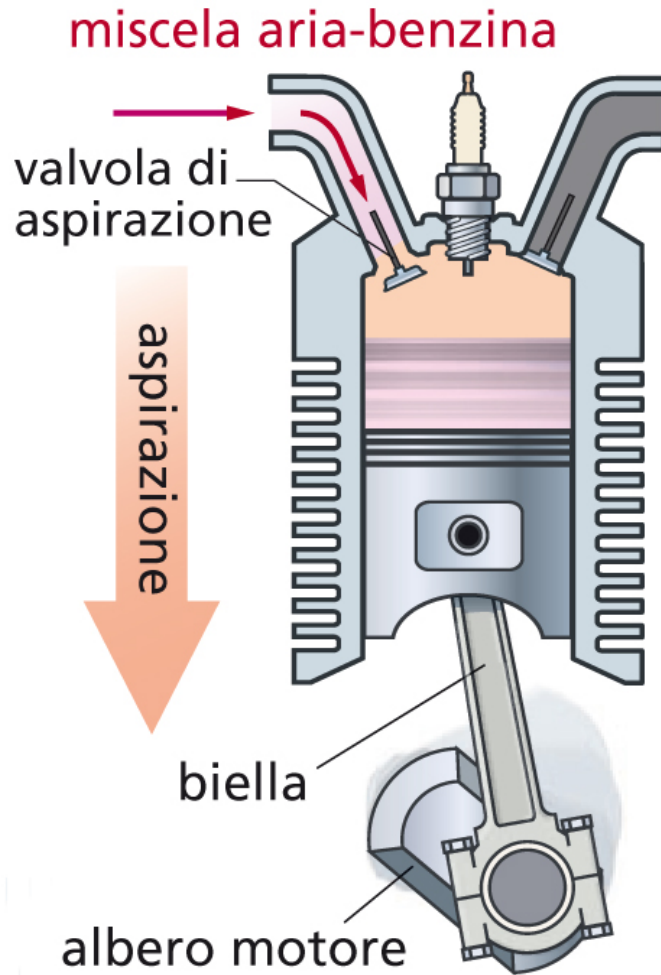


Macchine termiche: Il **motore** a quattro tempi (**a scoppio**)

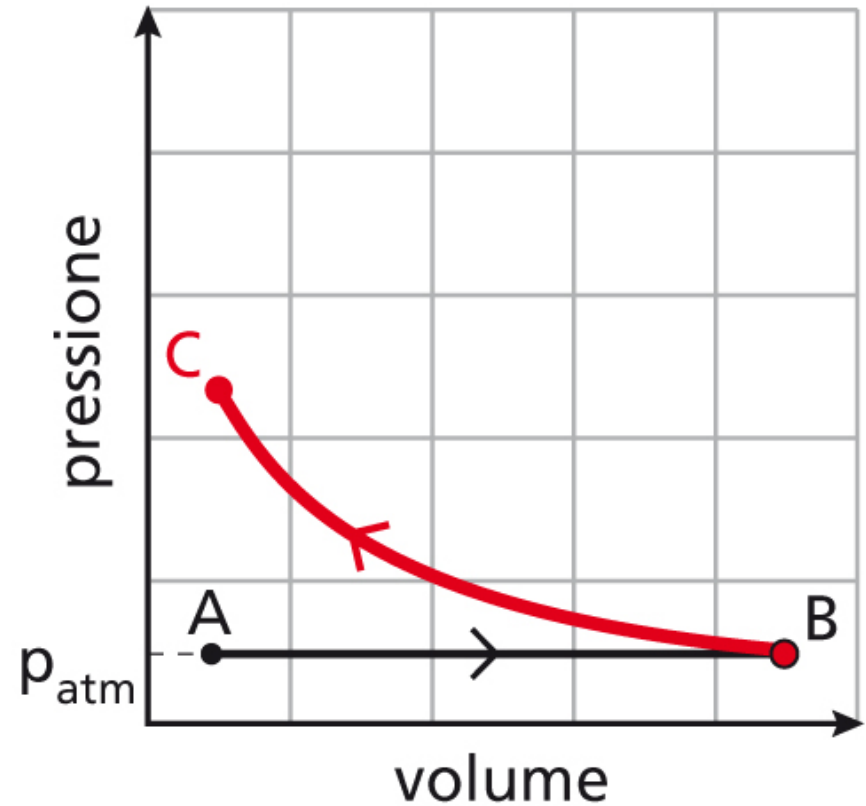
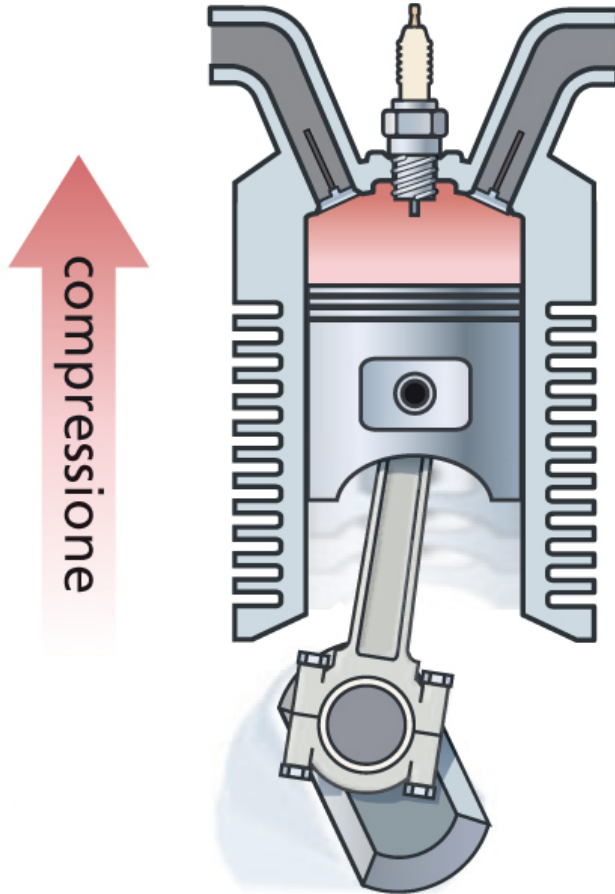


Il movimento dei pistoni all'interno dei cilindri del motore di un'automobile è causato dall'**espansione** e dalla **compressione** di una piccolissima quantità di **sostanza gassosa**: una miscela di aria e benzina.

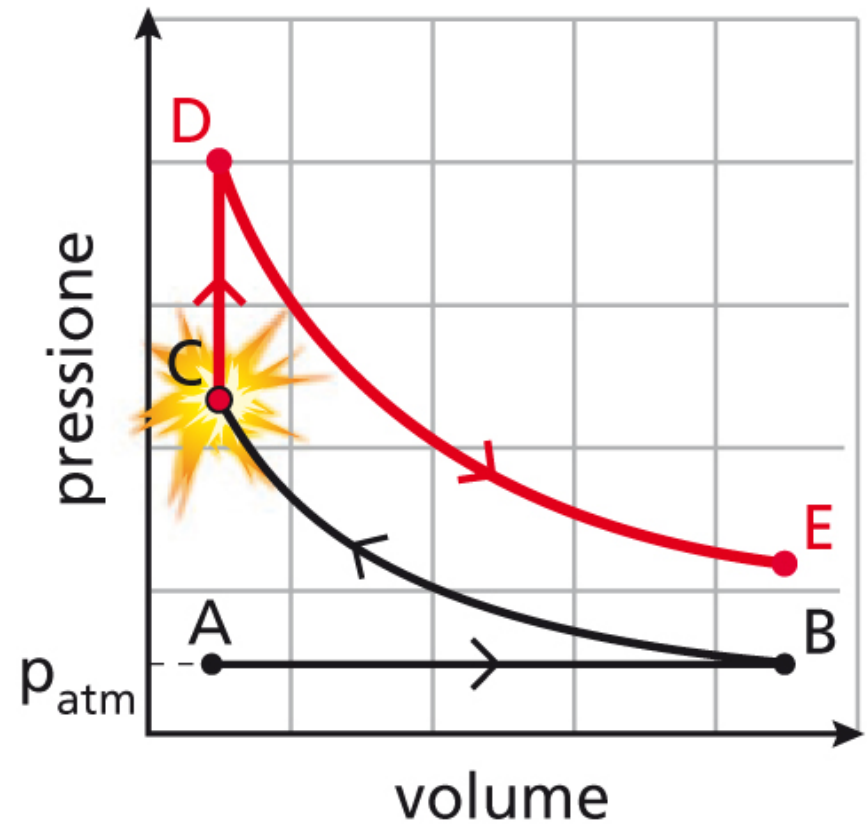
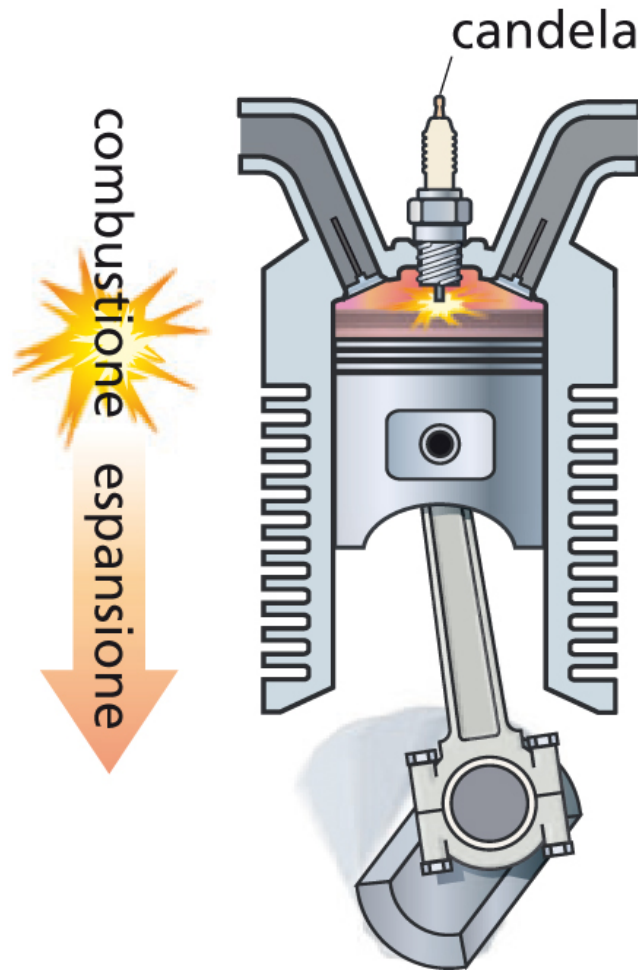
Primo tempo: **aspirazione**



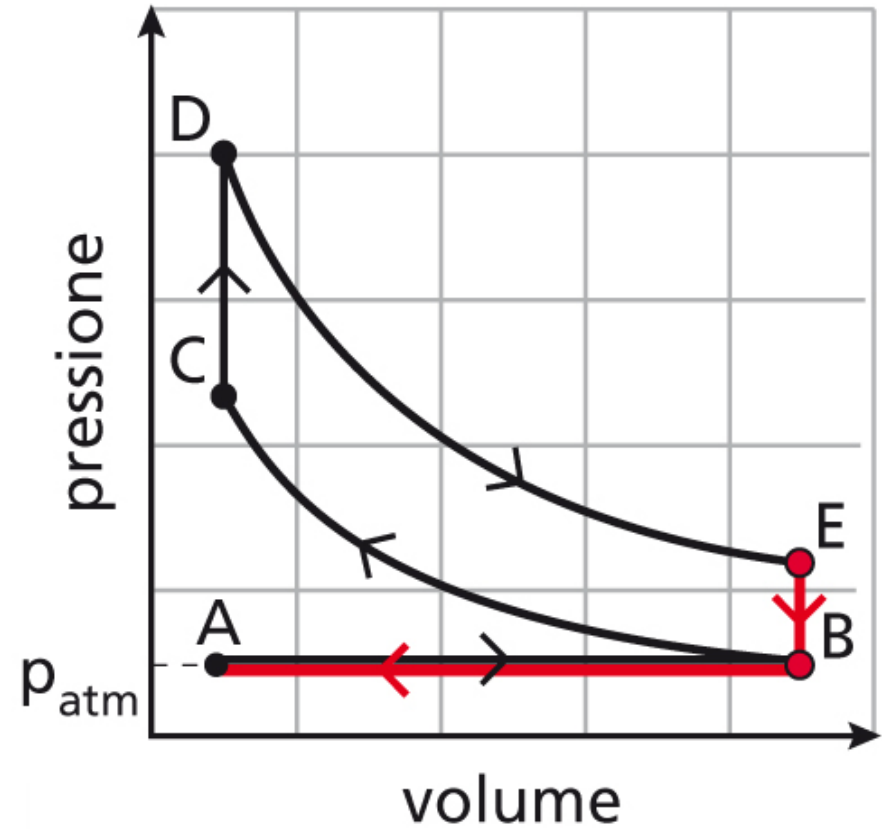
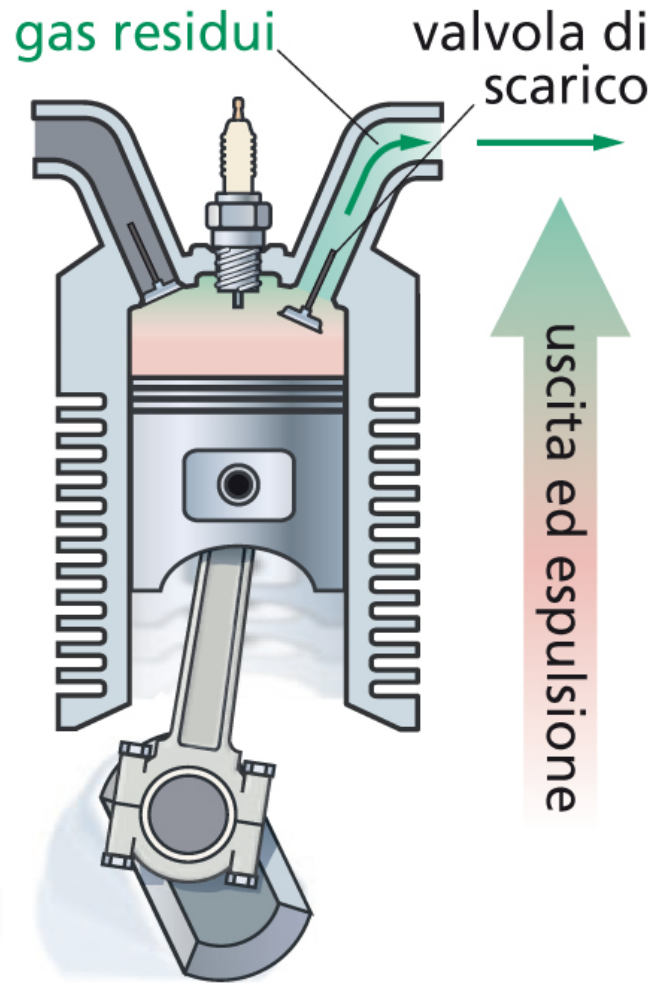
Secondo tempo: **compressione**



Terzo tempo: **combustione-espansione**

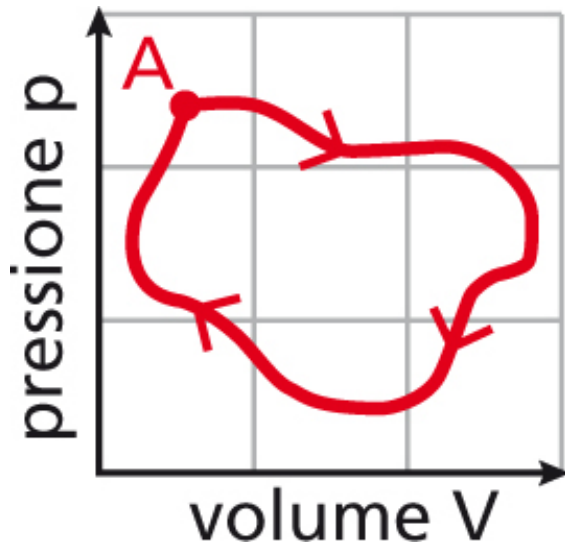


Quarto tempo: **scarico**



Trasformazioni **cicliche**

Una **trasformazione ciclica** è rappresentata nel diagramma pressione-volume da una curva chiusa.

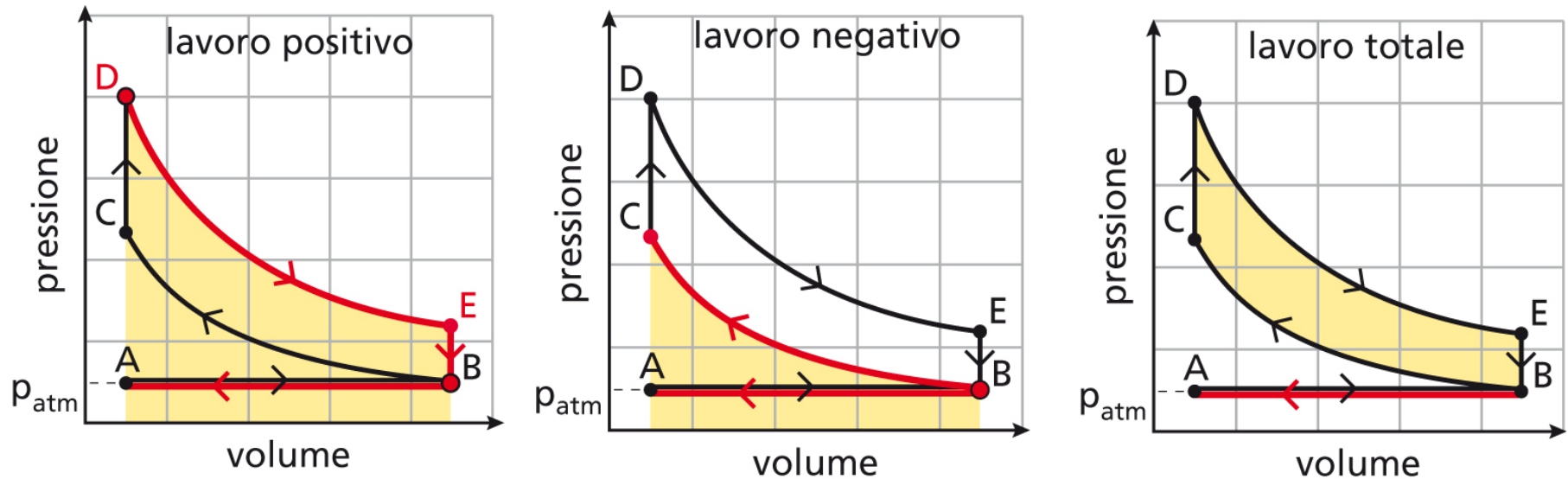


$$Q_{\text{totale}} - W_{\text{totale}} = 0$$



$$W_{\text{totale}} = Q_{\text{totale}}$$

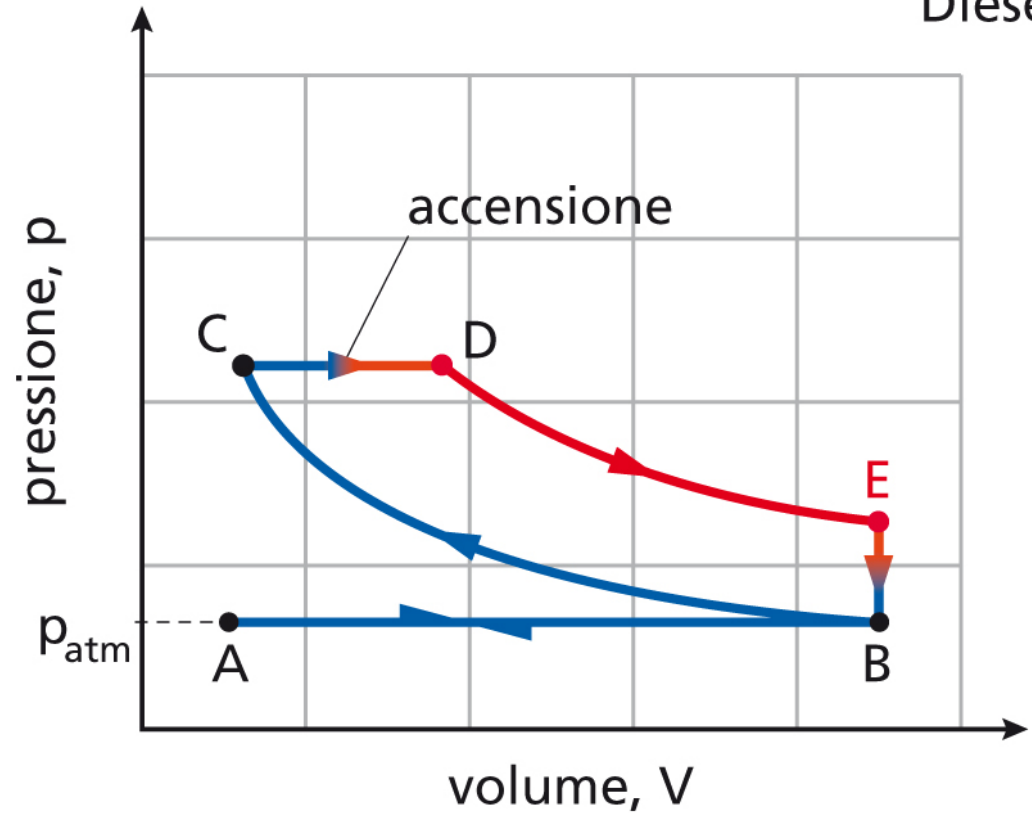
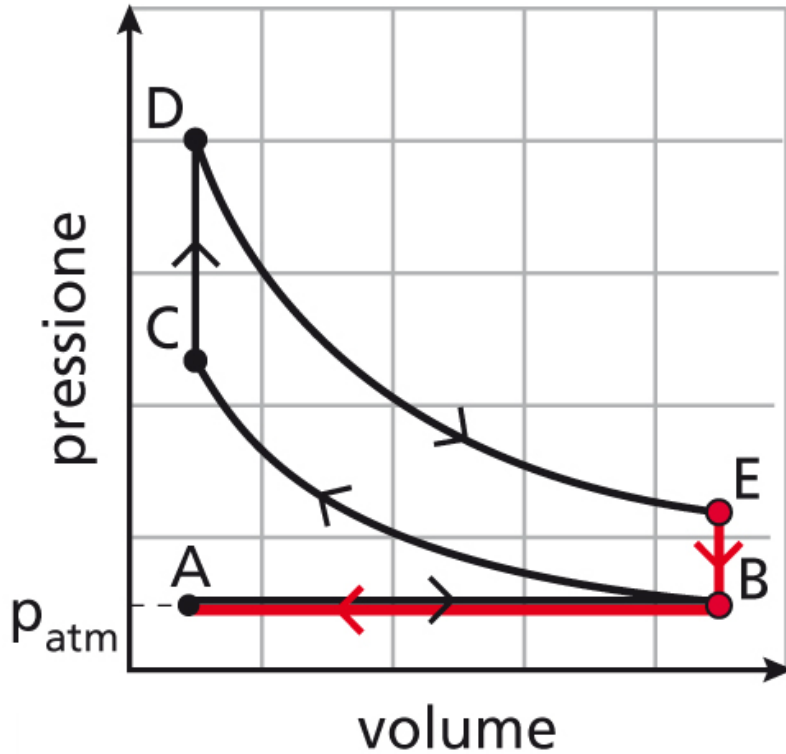
Il **lavoro** in una trasformazione **ciclica**



Il **lavoro compiuto** dal sistema in un ciclo di funzionamento del motore è uguale all' **area** del grafico pressione-volume contenuta nella **linea chiusa**.

Benzina o diesel?

Diesel



Rendimento di una macchina

Il rendimento è sempre definito come:

$$\text{rendimento} = \frac{\text{energia utile}}{\text{energia immessa}}$$

Macchina termica (motore termico):

l'energia utile è il lavoro che fa la macchina e l'energia immessa è il calore fornito alla macchina dalla sorgente "calda":

$$\eta = \frac{L}{|Q_C|} = \frac{|Q_C| - |Q_F|}{|Q_C|} = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|} < 1$$

Macchina frigorifera (frigorifera):

nel caso del frigorifero o della pompa di calore, non si parla di rendimento η ma si introduce il coefficiente di prestazione **COP**.

Per il frigorifero l'energia utile è il calore che si riesce a togliere alla sorgente "fredda" e l'energia immessa è il lavoro che occorre fare sulla macchina, tipicamente tramite l'utilizzo di energia elettrica:

$$\text{COP} = \frac{|Q_F|}{|L|} = \frac{|Q_C| - |L|}{|L|} = \frac{|Q_C|}{|L|} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1$$

Pompa di calore:

in questo caso l'energia utile è quella ceduta alla sorgente calda, mentre per il lavoro vale quanto detto per il frigorifero:

$$\text{COP} = \frac{|Q_C|}{|L|} = \frac{|Q_C|}{|Q_C| - |Q_F|} = \frac{1}{\eta} > 1$$

come si vede si ha sempre $\text{COP} > 1$, quindi per riscaldare una stanza, a parità di energia elettrica utilizzata, conviene utilizzare una pompa di calore rispetto ad una stufetta elettrica tradizionale basata sull'effetto Joule.

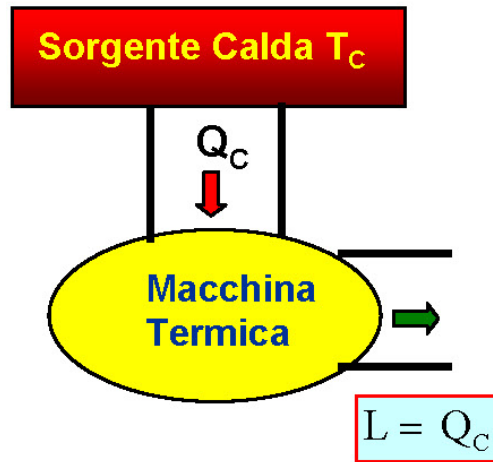
Macchine **termiche** a confronto

Macchine termiche (soggette al II principio)	Rendimento
Macchina a vapore di Watt	1%
Locomotiva a vapore	8%
Motore a benzina	20%-30%
Centrale nucleare	30%-35%
Centrale termoelettrica convenzionale	30%-40%

Corpo umano 50-55%

2° principio della termodinamica

Enunciato di Kelvin-Planck



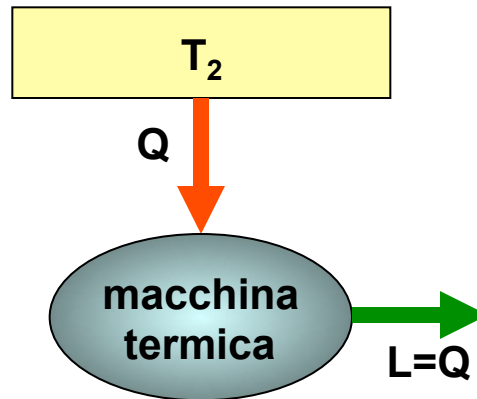
È impossibile una trasformazione ciclica il cui unico risultato sia la sottrazione di calore ad una sorgente a temperatura T e la conversione completa di questa energia termica in lavoro meccanico.

[non esiste la macchina termica perfetta]

Una macchina termica deve funzionare scambiando calore con almeno due sorgenti

ENUNCIATO DI KELVIN

È impossibile realizzare una trasformazione il cui *unico* risultato sia quello di convertire in lavoro *tutto* il calore assorbito da una *sola* sorgente.



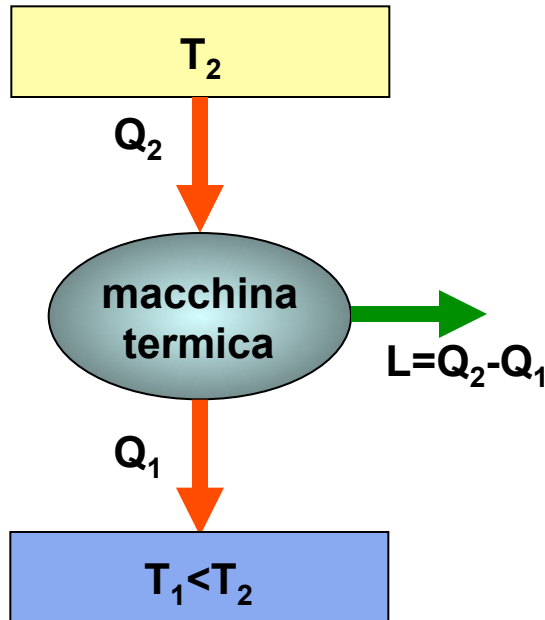
**MACCHINA
IMPOSSIBILE!**



Non è possibile realizzare una macchina termica ciclica come quella schematizzata in figura, cioè una macchina che abbia come unico effetto la totale trasformazione in lavoro L del calore Q assorbito da un'unica sorgente. Una tale macchina violerebbe l'enunciato di Kelvin del secondo principio della termodinamica.

ENUNCIATO DI KELVIN

È impossibile realizzare una trasformazione il cui *unico* risultato sia quello di convertire in lavoro *tutto* il calore assorbito da una *sola* sorgente.



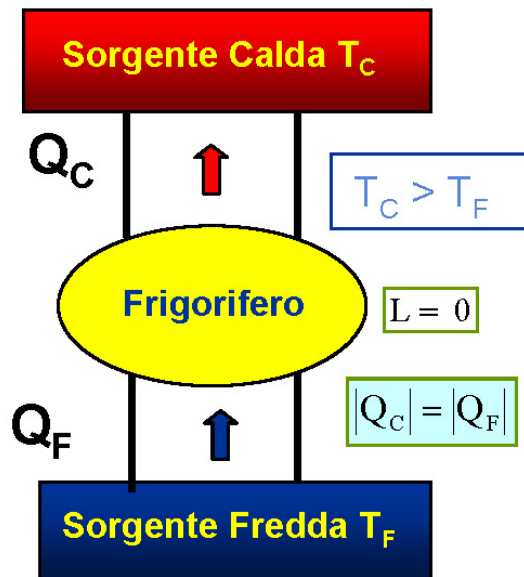
**MACCHINA
PERMESSA!**



Per funzionare ciclicamente, la macchina assorbe calore da una sorgente a temperatura maggiore e ne cede una parte ad una sorgente a temperatura minore. La differenza tra l'energia assorbita e quella ceduta è uguale al lavoro utile compiuto dalla macchina.

2° principio della termodinamica

Enunciato di Clausius



È impossibile una trasformazione ciclica il cui unico risultato sia la trasmissione di calore da un corpo a temperatura più bassa ad uno a temperatura più alta.

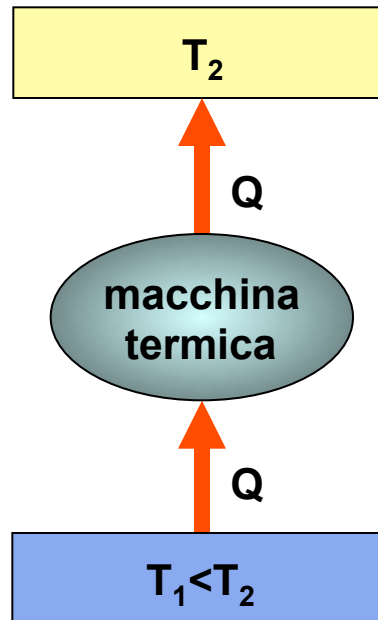
[non esiste il frigorifero perfetto]

Il calore fluisce spontaneamente solo dai corpi caldi a quelli freddi e non viceversa

I due postulati sono equivalenti. Se non è vero l'uno si può dimostrare che non è vero nemmeno l'altro e viceversa

ENUNCIATO DI CLAUSIUS

È impossibile realizzare una trasformazione il cui *unico* risultato sia quello di trasferire calore da un corpo ad un altro avente una temperatura maggiore o uguale a quella del primo.



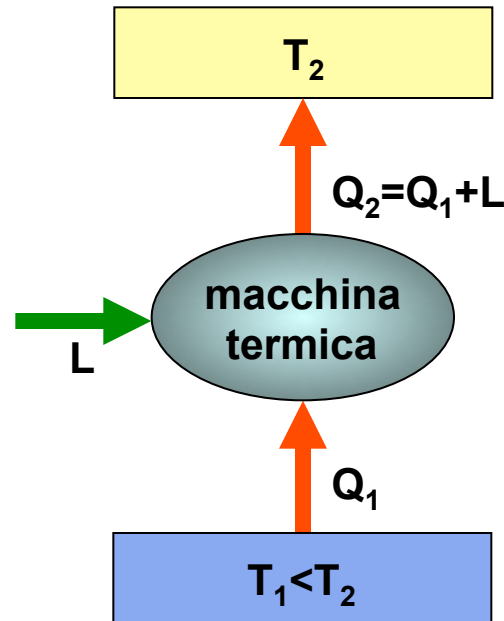
**MACCHINA
IMPOSSIBILE!**



Non è possibile realizzare una macchina ciclica come quella schematizzata in figura, cioè una macchina che abbia come unico effetto il passaggio di una certa quantità di calore Q da un corpo ad un altro avente una temperatura maggiore o uguale a quella del primo. Una tale macchina violerebbe l'enunciato di Clausius del secondo principio della termodinamica.

ENUNCIATO DI CLAUSIUS

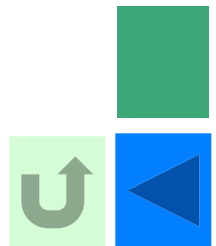
È impossibile realizzare una trasformazione il cui *unico* risultato sia quello di trasferire calore da un corpo ad un altro avente una temperatura maggiore o uguale a quella del primo.



**MACCHINA
PERMESSA!**



Un passaggio di calore da un corpo più freddo ad uno più caldo può essere realizzato mediante una macchina solamente a spese di un lavoro fornito dall'ambiente esterno (come nel caso del frigorifero, che assorbe energia elettrica).

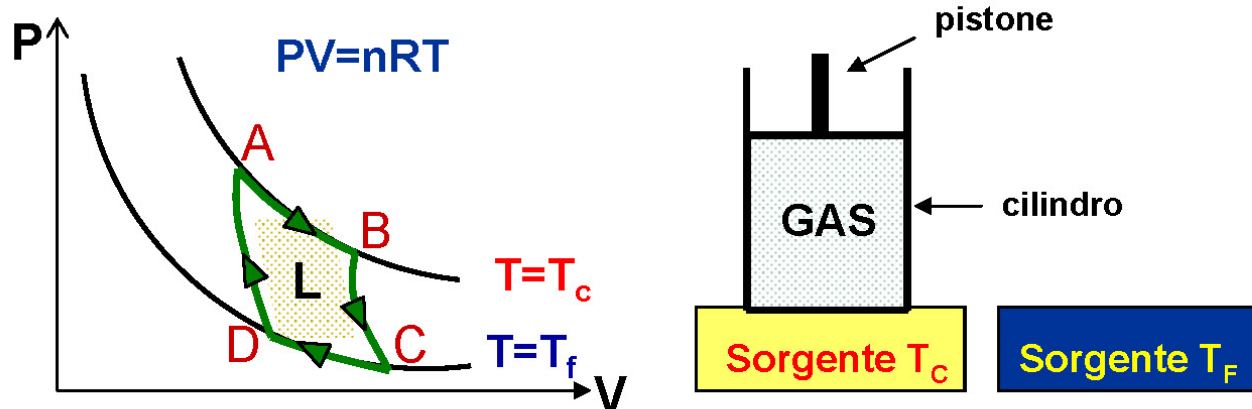


Processi Reversibili

- Un processo si dice reversibile quando in esso è possibile **invertire l'asse dei tempi**, cioè quando è possibile **riportare tutto nella situazione iniziale in modo tale che il sistema ripercorra gli stessi stati di equilibrio**.
- Per esempio, un corpo che scivola su un piano con attrito perdendo tutta la sua energia cinetica K : essa è trasformata in calore, cioè in energia interna delle molecole coinvolte nel processo d'attrito: $\Delta U = -\Delta K$. Per invertire questo processo occorrerebbe prelevare l'energia interna U da un'unica sorgente e trasformarla per intero in energia meccanica contro il 2° principio.
- Analogamente per un processo di trasferimento di calore da un corpo caldo ad uno freddo.
- I requisiti affinché una trasformazione sia reversibile sono:
 - sia quasistatica
 - assenza di trasformazioni di energia meccanica in calore (assenza di attrito)
 - assenza di scambi di calore tra corpi a temperatura diversa
- Sono reversibili la trasformazione adiabatica e isoterma del gas perfetto
- **Tutte le trasformazioni reali, spontanee o non, sono irreversibili**, le trasformazioni reversibili sono una utile **idealizzazione**

Macchina di Carnot

Consideriamo una macchina termica che usi un gas perfetto come fluido termodinamico.



■ Immaginiamo la seguente trasformazione ciclica reversibile.

1. AB: espansione a T costante (isoterma reversibile)

$$\Delta U = Q - L \text{ dato che } \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = nC_V\Delta T = 0$$

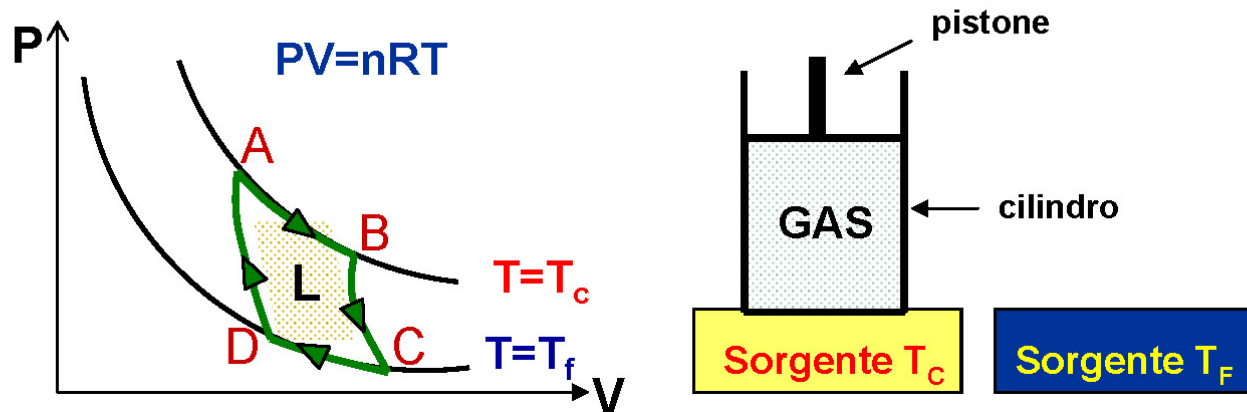
$$\Rightarrow Q_C = L_{AB}$$

il lavoro fatto dal gas è uguale al calore assorbito dalla sorgente a temperatura T_c .

2. BC: espansione adiabatica reversibile: $Q = 0$

in questo caso il lavoro fatto dal gas è pari alla variazione di energia interna. $\Delta U_{BC} = -L_{BC}$

Macchina di Carnot



3. CD: compressione isoterma reversibile

in questo caso viene ceduto il calore Q_F alla sorgente a temperatura T_F . $Q_F = L_{CD}$

4. DA: compressione adiabatica reversibile: $Q = 0$

N.B. Il lavoro è uguale all'area racchiusa dal ciclo.
Verso orario: L positivo; verso antiorario: L negativo.

...macchina di Carnot...

- L'effetto totale del ciclo di Carnot è l'assorbimento della quantità di calore Q_C , il compimento del lavoro meccanico L da parte della macchina e la cessione del calore Q_F .

$$L = |Q_C| - |Q_F| \quad \eta = \frac{|Q_C| - |Q_F|}{|Q_C|} = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|}$$

$$Q_C = L_{AB} = \int_A^B P dV = nRT_C \int_A^B \frac{dV}{V} = nRT_C (\ln V_B - \ln V_A) = nRT_C \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_F = L_{CD} = nRT_F \ln \frac{V_D}{V_C} \Rightarrow |Q_F| = nRT_F \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$\frac{|Q_F|}{|Q_C|} = \frac{T_F \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_C \ln \frac{V_B}{V_A}}$$

...macchina di Carnot

$$\frac{|Q_F|}{|Q_C|} = \frac{T_F \ln \frac{V_C}{V_D}}{T_C \ln \frac{V_B}{V_A}}$$

- I volumi V_A , V_B , V_C , V_D non sono indipendenti gli uni dagli altri perché sono collegati da isoterme e adiabatiche.

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A} \quad \Rightarrow \quad \frac{|Q_F|}{|Q_C|} = \frac{T_F}{T_C}$$

- Allora il rendimento della macchina vale:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_F|}{|Q_C|} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

- Tramite il secondo principio della termodinamica si dimostra che $\eta = 1 - T_F/T_C$ vale per qualsiasi macchina reversibile che lavori tra le due temperature T_C e T_F e non solo per la macchina di Carnot

Teorema di Carnot

- Una macchina termica che effettua un ciclo fatto di trasformazioni reversibili è anch'essa detta reversibile. Lo studio di una tale macchina è fondamentale in termodinamica per capire i limiti di rendimento di un processo. Vale il Teorema di Carnot:

nessuna macchina termica, operante fra T_1 e T_2 , può avere un rendimento maggiore di quello di una macchina reversibile che operi fra le stesse temperature;

- Macchine reversibili operanti fra eguali temperature hanno eguale rendimento

$$\eta_{irr} < \eta_{rev}$$