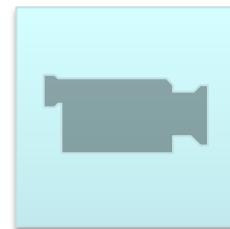


# Lez 7 19/10/2016

- Lezioni in [http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrini/didattica\\_fisica/did\\_fis1617/](http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrini/didattica_fisica/did_fis1617/)

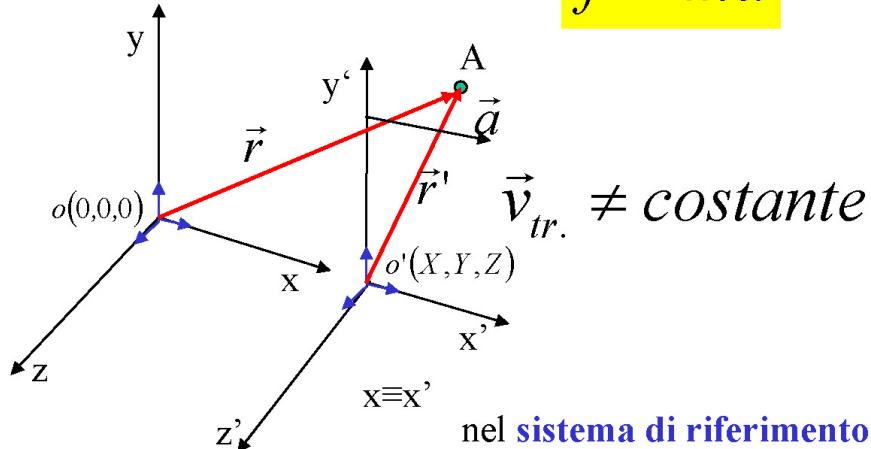
- SUPPONETE DI SALIRE SU UNA GIOSTRA
  - VISTI DALL'ESTERNO (CIOÈ DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE) VOI STATE PERCORRENDO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE.  
LA FORZA CENTRIPETA È DATA DALLA "FORZA MUSCOLARE" CON LA QUALE STRINGETE UN QUALCHE SOSTEGNO.  
(se mollate la presa partite per la tangente)
  - SE VOI CONFRONTATE IL VOSTRO MOTO RISPETTO ALLA GIOSTRA (AD ESEMPIO SIETE SEDUTI SU UN ELEFANTINO BLU) VOI SIETE IMMobili, QUINDI NON C'È ACCELERAZIONE, PERO' VI SENTITE SPIINTI VERSO L'ESTERNO (IN DIREZIONE RADIALE) DA UNA FORZA MISTERIOSA CHE CHIAMATE FORZA CENTRIFUGA
- LA FORZA CENTRIFUGA È UNA FORZA APPARENTE (NEL SENSO CHE NON C'È UNA SORAGENTE) È COMPARSA QUANDO USATE COME RIFERIMENTO PER IL VOSTRO MOTO LA GIOSTRA, PENSATE LA GIOSTRA NON È UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, CIOÈ NON SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME RISPETTO AD UN ALTRO SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, MA HA ESSA STESSA UN'ACCELERAZIONE (STA ROTANDO)

# Forze apparenti



La relazione che lega le coordinate nei due sistemi “fisso” e “accelerato” (consideriamo per ora un moto traslatorio non uniforme) è più profonda. Se sul punto agisce una forza, questo, nel sistema “fisso” si muoverà secondo:

$$\vec{f} = m\vec{a}$$



nel **sistema di riferimento mobile**:

$$\begin{cases} \dot{x'} = x - X \\ \dot{y'} = y - Y \\ \dot{z'} = z - Z \end{cases} \quad \text{dove : } \begin{cases} X \neq v_{ox}t; Y \neq v_{oy}t; Z \neq v_{oz}t \\ \text{ma : } X = \frac{1}{2}a_x t^2; Y = \frac{1}{2}a_y t^2; Z = \frac{1}{2}a_z t^2 \end{cases}$$

coordinate dell’ origine del Sistema “mobile”.

Derivando

$$\begin{cases} \dot{v'_x} = v_x - V_x \\ \dot{v'_y} = v_x - V_y \\ \dot{v'_z} = v_x - V_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{a'_x} = a_x - A_x \\ \dot{a'_y} = a_x - A_y \\ \dot{a'_z} = a_x - A_z \end{cases}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R} \quad \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_{tr.} \quad \vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}_{tr.}$$

$$\boxed{\vec{a}' \neq \vec{a}}$$

$$\vec{f} = m\vec{a} = m(\vec{a}' + \vec{A}_{tr.}) = m\vec{a}' + m\vec{A}_{tr.}$$

$$\vec{f} - m\vec{A}_{tr.} = m\vec{a}'$$

Forza di inerzia (massa \* acc. di trasc.) detta anche “fittizia”

N.B.

Anche se l' osservatore esegue una misura statica per la quale:

$$\boxed{\vec{a}' = 0}$$



**Esiste sempre la forza di inerzia**

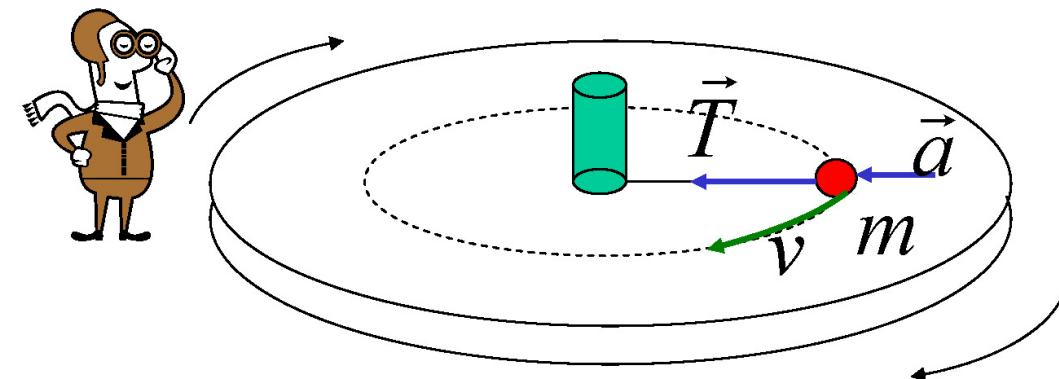
**Misura “dinamica”:** forza “reale”+ termine inerziale

**Misura statica:** deve applicare una “forza reale” che sommata al termine inerziale determina l’ equilibrio (cioè  $\vec{a}'=0$ )

Ogni punto della piattaforma si muove di moto circolare ed ha un' accelerazione centripeta: un riferimento solidale con la piattaforma è **NON INERZIALE**.

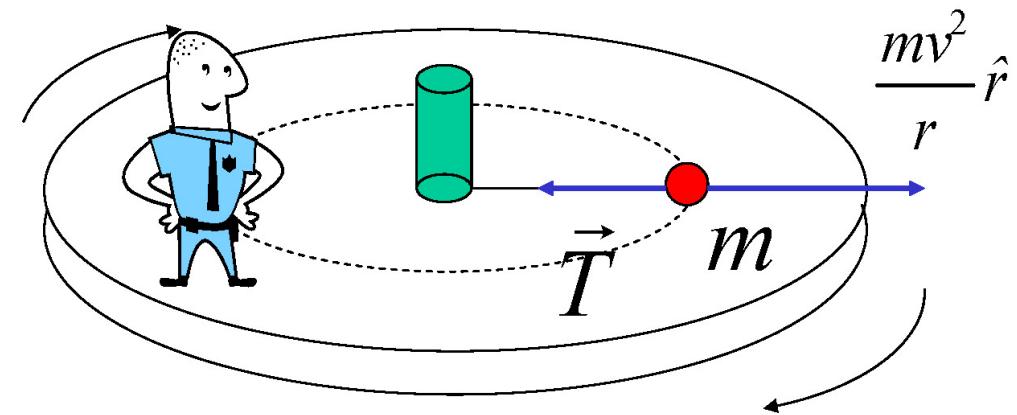
### Osservatore Inerziale:

l' accelerazione è dovuta tensione della fune



### Osservatore Non Inerziale:

*La pallina deve essere legata al palo sennò, se anche la colloca ferma in un punto, acquista un' accelerazione "centrifuga". Per annullarla deve usare proprio la tensione della fune per rendere valido il II principio.*



# FORZE APPARENTI

- NEI SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI COMPAIONO LE FORZE APPARENTI, CHE VALGONO:

$$\vec{F}_{\text{APPARENTE}} = -m \vec{a}_{\text{SISTEMA}}$$

ESEMPIO:

$$\vec{F}_{\text{CENTRIFUGA}} = -m \vec{a}_{\text{CENTRIPETA}} = -m \left( -\frac{v^2}{R} \right) \hat{r} = m \frac{v^2}{R} \hat{r}$$

⇒ LA FORZA CENTRIFUGA È RADIALE ED È DIRETTA VERSO L'ESTERNO

N.B. LE FORZE APPARENTI SONO UNA MANIFESTAZIONE DEL PRINCIPIO DI INERZIA, CIÒÈ CHE UN CORPO NON SOGGETTO A FORZE TENDE A PROSEGUIRE NEL SUO MOTO RETTILINEO UNIFORME

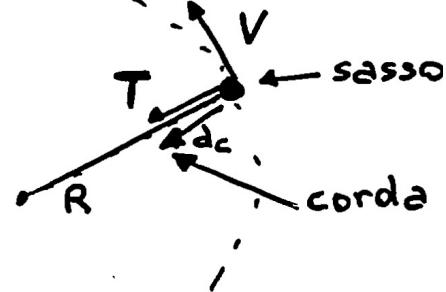
N.B. NON ESISTE L'ACCELERAZIONE CENTRIFUGA!

- LA TERRA NON È UN SISTEMA INERZIALE PERCHÉ SÌA ROTANTE, QUINDI SE LA USIAMO COME SISTEMA DI RIFERIMENTO DOBBIANO TENERE CONTO DELLA FORZA CENTRIFUGA  $m\omega^2 r$ . RICORDATE IL CALCOLO DI  $g$ ?

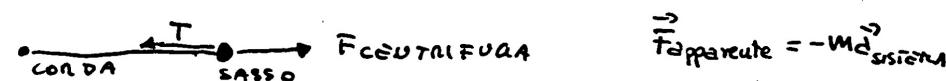
# Forza centripeta e centrifuga

- SISTEMA INERZIALE (io vedo il sasso che ruota)
  - L'UNICA FORZA CHE AZIONA SUL SASSO E' LA TENSIONE  $T$  DELLA CORDA (diretta verso il centro)

ABBIANO:  $T = m \ddot{a}_c = m \frac{v^2}{R}$  ( $\vec{f} = m \vec{a}$ )



- SISTEMA NON INERZIALE (ovvero a cavallo del sasso)
  - IN QUESTO SISTEMA IL SASSO E' FERMO
  - COMPARTE UNA FORZA APPARENTE (FORZA CENTRIFUGA)



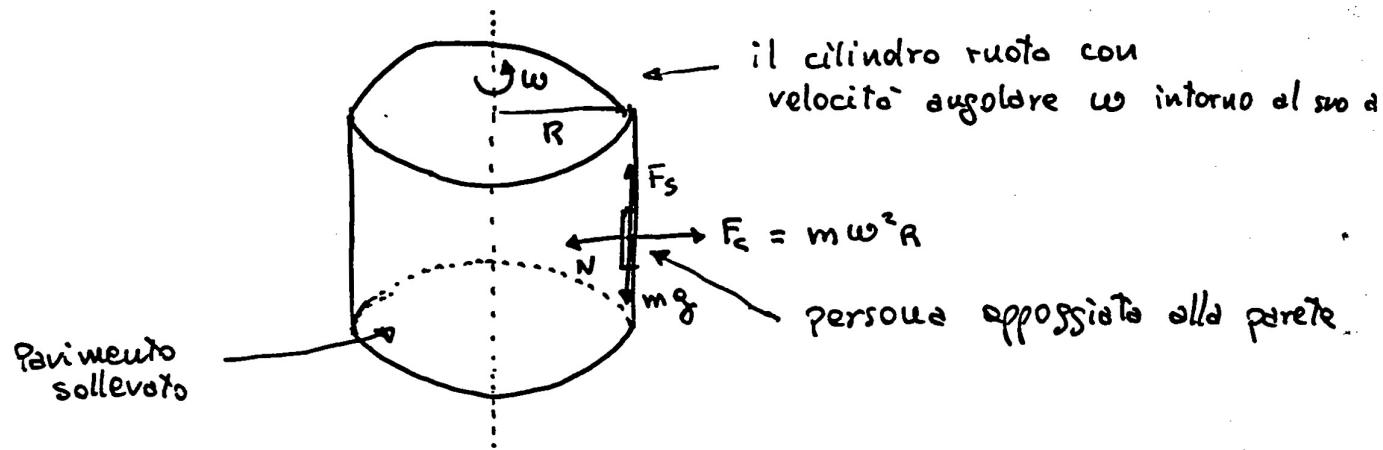
$$F_{\text{CENTRIFUGA}} = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{diretta verso l'esterno})$$

- IL SASSO E' FERMO, QUINDI LA SOMMA DELLE FORZE AGENTI SUL SASSO DEVE ESSERE NULLA

$$\vec{T} + \vec{F}_{\text{CENTRIFUGA}} = 0 \Rightarrow T - m \frac{v^2}{R} = 0 \Rightarrow T = m \frac{v^2}{R}$$

- COME SI VIDE LE DUE EQUAZIONI FINALI SONO IDENTICHE. PER LA SOLUZIONE DEI PROBLEMI SI PUO' SCEGLIERE IL PROCEDIMENTO CHE SI PREFERISCE (E CHE SI E' CAPITO MEGLIO?)

# CILINDRO ROTANTE AL LUNA PARK



- STUDIAMO IL PROBLEMA NEL SISTEMA NON INERZIALE, CIOÈ' IL CORPO È INMOVILE RISPETTO ALLA PARETE DEL CILINDRO
- AFFINCHÉ IL CORPO NON SCIVOLI LUNGO LA PARETE VERTICALE DOBBIANO AVERE:

$$F_s \geq mg$$

- SAPPIAMO CHE:

$$F_s = \mu_s \cdot N \Rightarrow \boxed{\mu_s \cdot N \geq mg}$$

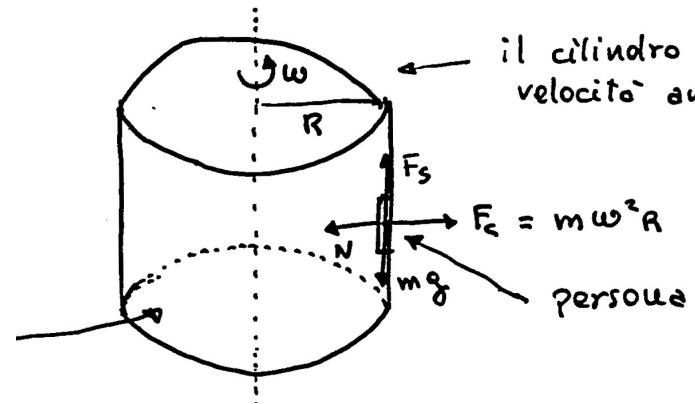
- LA NORMALE  $N$  SI RICAVA DALL'EGUILIBRIO DELLE FORZE SUL PIANO ORIZZONTALE (da notare che la normale forma un'angolo di  $90^\circ$  con  $mg$ )

$$N = F_c = m\omega^2 R \Rightarrow \boxed{F_s = \mu_s m\omega^2 R}$$

- QUINDI DOBBIATO AVERE:

$$\mu_s \gamma \omega^2 R \geq \gamma g$$

$$\boxed{\mu_s \geq \frac{g}{\omega^2 R}}$$



- IL VALORE MINIMO DI ROTAZIONE DEL CILINDRO VALE:

$$\boxed{\omega_{\minimo} = \sqrt{\frac{g}{\mu_s \cdot R}}}$$

143

Come lo descrive un osservatore inerziale (ie uno che guarda il disco rotante)?

## Queste forze apparenti:

- non derivano dall' interazione con altri corpi;
- si chiamano **inerziali** perché dipendono dal moto del **S.d.R.**;
- sono forze reali per il **S.N.I.**: **ci vogliono forze reali per annullarne l'effetto**;
- nei sistemi accelerati non valgono i principi di Newton (vedi il primo!!)
- si può ancora usare il II principio se si considerano le forze fittizie (dette anche di trascinamento)

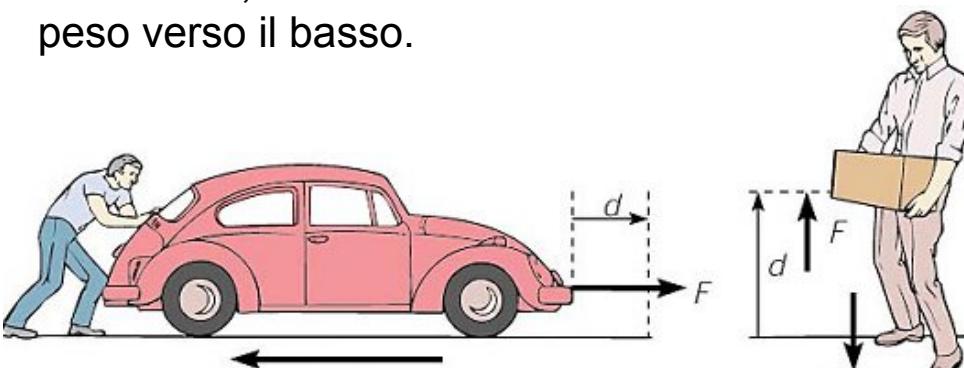
Tutto questo nel caso in cui il moto del S.D.R.N.I. Si muova di moto traslazionale.

Il caso generale non verra' trattato

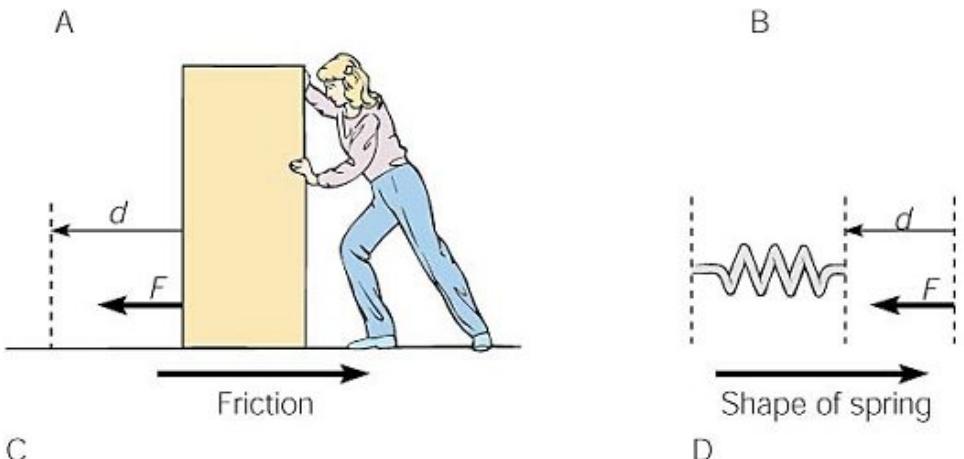
# Lavoro meccanico

Se vogliamo spingere un'automobile il cui motore non vuole proprio saperne di mettersi in moto, dobbiamo esercitare una forza contro la carrozzeria, nella direzione in cui intendiamo far avanzare l'auto; la forza che esercitiamo deve essere tale da vincere la resistenza causata dall'attrito delle ruote come conseguenza del peso dell'auto.

Se poi ci capita di sollevare un peso, dobbiamo ancora esercitare una forza, questa volta diretta verso l'alto; la nostra forza dovrà vincere un'altra forza, quella di gravità, che tende a tirare il peso verso il basso.



Siamo tutti d'accordo che spingere un'auto o sollevare un peso è una fatica; per la fisica è un **lavoro**. Ma la misurazione esatta della quantità di lavoro svolto richiede di misurare una forza e una lunghezza, lo spostamento. Se spingiamo la nostra macchina per 10 metri avremo fatto un certo lavoro; ma se la spingiamo per 30 metri avremo fatto un lavoro (e una fatica) senz'altro maggiori!

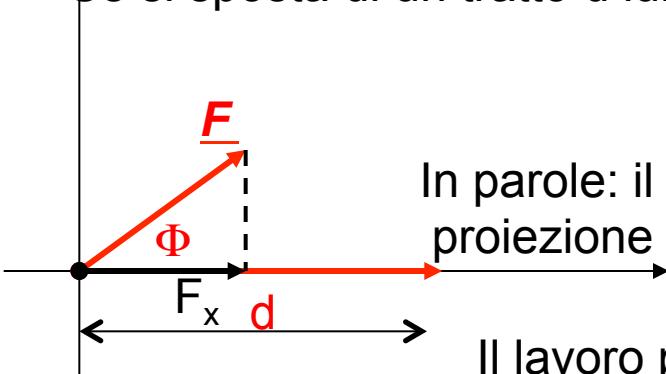


# Lavoro Meccanico

Prendiamo una forza  $\underline{F}$  costante che agisce su un punto materiale di massa  $m$ . Assumiamo che il moto di  $P$  avvenga lungo la direzione  $x$ , ma che la forza agisca lungo una direzione arbitraria.

Dalla II legge di Newton  $F_x = ma_x$

Se si sposta di un tratto  $d$  lungo la direzione  $x$ , si definisce **lavoro** della forza

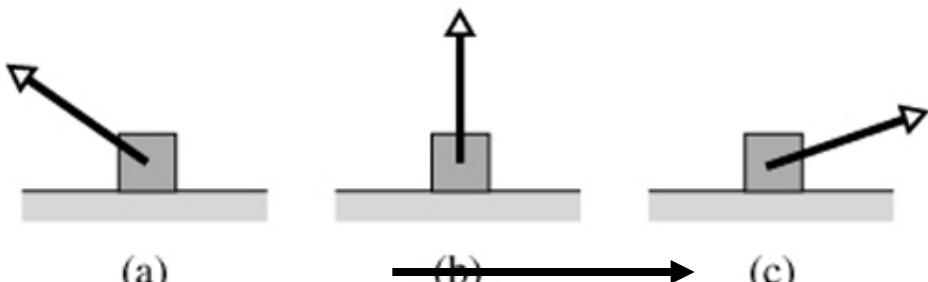


$$L = F_x d = (F \cos \Phi) d$$

In parole: il lavoro di una forza (costante) e' dato dal prodotto della proiezione della forza lungo la direzione dello spostamento per lo spostamento stesso

Il lavoro puo' essere:

- positivo quando  $\cos \Phi > 0$  ie  $F_x$  e  $d$  sono concordi (motore)
- negativo quando  $\cos \Phi < 0$  ie  $F_x$  e  $d$  sono discordi (resistente)



Stessa forza, lavoro diverso

# Lavoro meccanico

- Il lavoro unitario e' definito come il lavoro compiuto da una forza unitaria  $F = 1 \text{ N}$  (eg quella che, applicata alla massa campione di 1 kg, gli imprime un'accelerazione di  $1 \text{ m/s}^2$ ) che la sposta di una lunghezza unitaria  $d=1 \text{ m}$  e si misura in Joule (J)

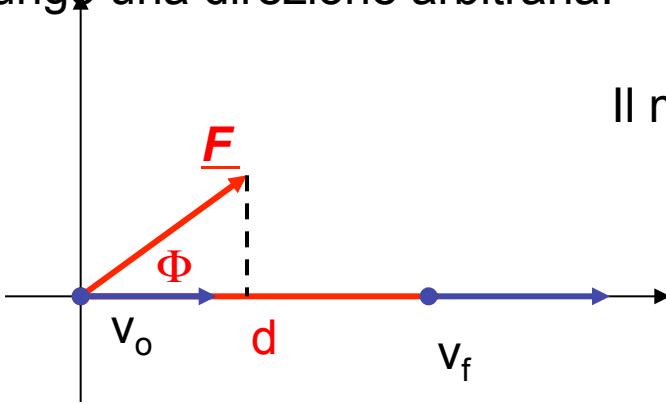
$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

- Se agiscono  $N$  forze, il lavoro totale e' la somma dei lavori compiuti dalle singole forze

$$L_{\text{tot}} = \sum_i L_i = \sum_i F_{ix}d \text{ dato che } F_{\text{totx}} = \sum_i F_{ix}$$

# Energia cinetica

Prendiamo una forza  $\underline{F}$  costante che agisce su un punto materiale di massa m. Assumiamo che il moto di P avvenga lungo la direzione x, ma che la forza agisca lungo una direzione arbitraria.



Dalla II legge di Newton  $F_x = ma_x \rightarrow a_x = F_x/m$   
Il moto e' uniformemente accelerato  $\rightarrow v_{fx}^2 = v_{ox}^2 + 2a_x d$   
(cfr. Cinematica) e' la velocita' del punto dopo lo spostamento  $d$ . Quindi  
 $v_{fx}^2 - v_{ox}^2 = 2a_x d \rightarrow v_{fx}^2/2 - v_{ox}^2/2 = a_x d$   
Moltiplico tutto per  $m$   
 $mv_{fx}^2/2 - mv_{ox}^2/2 = ma_x d = F_x d = L$

Definiamo ora  $E_k = mv_x^2/2 = mv^2/2$

Il lavoro compiuto dalla forza e' pari alla variazione della quantita'

$$E_k = mv^2/2$$

fra lo stato di moto iniziale  $v_o$  e quello finale  $v_f$

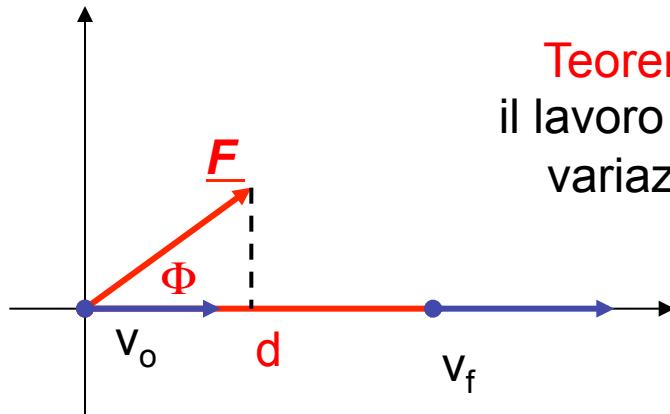
$$L = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki} = mv_{fx2}/2 - mv_{ox2}/2$$

che prende il nome di **energia cinetica**

# (teorema dell')Energia cinetica

Possiamo allora affermare che il punto materiale "possiede" la capacita' di compiere lavoro perche' ha energia cinetica. Questa propriet'a e' legata allo stato di moto relativo all'osservatore

$$L = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki} \text{ che costituisce il cosiddetto}$$



**Teorema del lavoro ed energia cinetica:**  
il lavoro compiuto da una forza  $F$  e' pari alla variazione di energia cinetica del corpo

Per esempio, il punto materiale potrebbe essere collegato all'estremita' di una fune e si potrebbe usare la variazione di energia cinetica per sollevare un peso contro la forza di gravita' o piantare un chiodo...



NB: l'energia e' uno scalare, non dipende dalla direzione del moto

# Un altro punto di vista

Diamo una definizione "assiomatica" dell'energia: e' una grandezza fisica scalare associata allo stato o condizione di uno o piu' corpi che puo' cambiare quando il sistema interagisce con altri sistemi (detti genericamente "ambiente esterno").

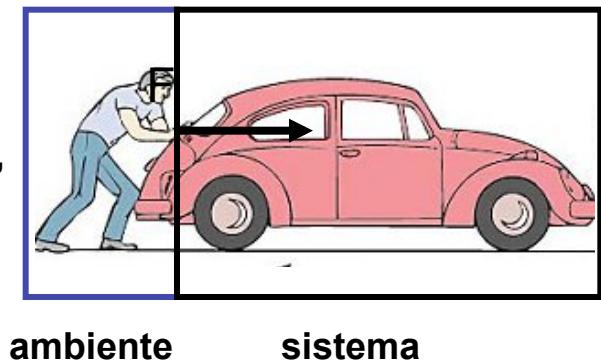
Facciamo l'esempio specifico del moto: l'energia e' un numero che attribuiamo a uno o piu' corpi e che chiamiamo "energia cinetica". Se una forza varia lo stato di moto di uno dei corpi, il numero che rappresenta l'energia cinetica cambia.

Definiamo allora come energia cinetica la quantita'

$$E_k = mv^2/2$$

Se una forza agisce concorde a v, accelerando il punto,  $E_k$  cresce, viceversa se e' discorde  $E_k$  diminuisce.

Possiamo interpretare la variazione di energia cinetica dicendo che la **forza ha trasferito energia cinetica fra l'ambiente esterno e il sistema**



Il lavoro  $L = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki}$  puo' essere definito come **l'energia scambiata tra il sistema e l'ambiente esterno per mezzo di una forza (di contatto o a distanza)**.

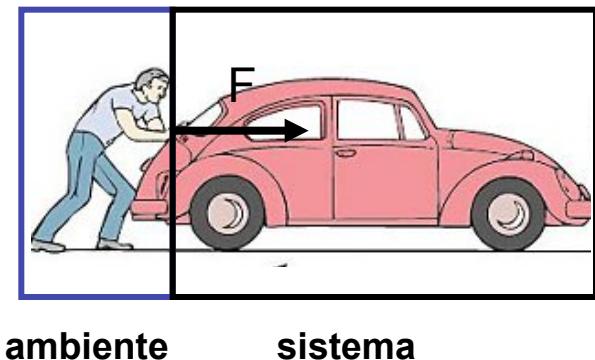
Quindi il lavoro E' **l'energia trasferita e compiere lavoro e' l'atto di scambiare energia**  
**Il lavoro dipende SOLO dall'energia finale e iniziale (non ci importa di quello che succede tra i ed f)**

# Un altro punto di vista

Il lavoro  $L = \Delta E_k = E_{kf} - E_{ki}$  puo' essere definito come **l'energia scambiata tra il sistema e l'ambiente esterno** per mezzo di una forza (di contatto o a distanza).

NB: il lavoro NON e' energia, nel senso che non e' posseduta da un corpo o un sistema, ma e' l'aspetto che essa assume quando viene scambiata per mezzo di forze.

- Se  $L$  e' positivo, c'e' trasferimento di energia dall'ambiente al sistema, ie la forza compie lavoro sul sistema
- Se  $L$  e' negativo, c'e' trasferimento dal sistema all'ambiente, ie la forza e' resistente



# Energia

- NB: scambiare energia non implica che una sostanza fluisca da un corpo all'altro (almeno non necessariamente). Potrebbe essere paragonato al trasferimento di denaro per via informatica. L'importo di un conto cresce mentre l'altro cala senza che vi sia trasferimento materiale di banconote: l'energia e' il capitale che permette di fare lavoro.
- Con questo punto di vista, si mette in luce l'importanza delle interazioni fra un sistema fisico e l'ambiente che puo' essere generalizzato a sistemi non meccanici (p es termodinamici, elettrici e magnetici): il lavoro e' una forma che l'energia assume nello scambio di energia
- I sistemi non contengono una quantita' definita di energia (come p es un bicchiere d'acqua), ma la quantita' di energia dipende da proprietta' relative all'osservatore (p es poiche' il moto e' relativo, anche  $E_k$  e' relativa) o relative alla configurazione delle parti che compongono il sistema.

# **ANALOGIA**

DENARO → depositato in banca



CAPITALE che rende possibile  
acquisto dei beni



# Forza e Lavoro

- Prima idea sull'energia: Pubblicità di prodotti alimentari, energia con cui ci si sveglia e ci dà la capacità di lavorare.
- Cosa bisogna fare per mettere in moto un oggetto fermo? Intervento di una forza
- Sollevare un oggetto e metterlo su un tavolo: “costa fatica”
- E metterlo sopra l’armadio?
- Quando si fa forza per spostare, il risultato dipende dall'intensità della forza e dal tratto (spostamento) lungo cui la forza agisce:  $L=F \cdot s$  (prodotto scalare)
- Il lavoro è una grandezza scalare, la sua unità di misura: Joule=Nm=m<sup>2</sup>kg/s<sup>2</sup>

# Lavoro ed Energia

- L'oggetto sollevato cosa ha “guadagnato”? La capacità di fare lavoro (potrebbe cadere)
- Il lavoro ci permette di misurare l'energia che viene scambiata facendo forza per ottenere il risultato utile sperato
- L'energia: capacità di compiere lavoro (grandezza scalare, le stesse dimensioni del lavoro)
- L'energia può passare da un corpo all'altro (da chi solleva all'oggetto sollevato)
  - a un oggetto dal braccio che lo solleva per portarlo in alto: forza diretta verso l'alto, che la mano applica all'oggetto e l'altezza a cui lo solleva
  - in un'auto in corsa dalle ruote ai freni quando si frena: forza che i freni applicano alla ruota e distanza di frenata

# Energia

- L'energia e' un concetto astratto: essa non si puo' "vedere" o toccare
- I bambini avranno qualche schema mentale, magari formatosi anche in base a forme di pubblicita' di prodotti come merendine o cibi in genere, o di petrolio e benzina, necessaria per mettere in moto veicoli (dalla combustione della benzina, si ottiene qualcosa con cui e' possibile accelerare una macchina)

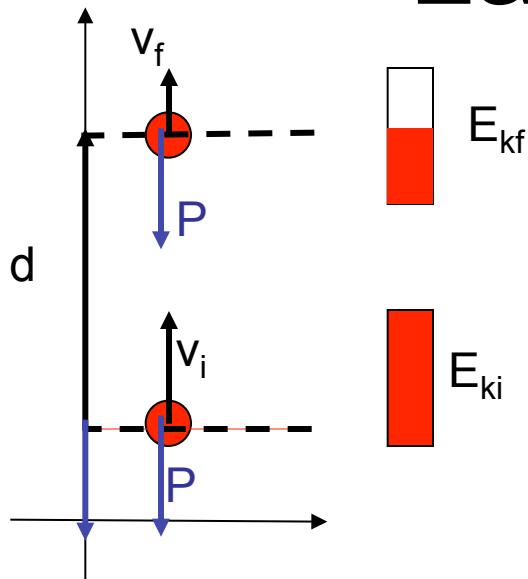
- Quindi cos'e l'energia?
- E' "qualcosa" che e' "contenuto" nell'accumulatore, nella pila, nell'insieme benzina-aria, nel cibo, nei muscoli, insomma in un qualsiasi sistema fisico
- Questo qualcosa e' lo stesso in tutti i "serbatoi": non lo si puo' vedere ne' toccare, non e' materiale ma se ne possono osservare gli effetti, per esempio l'accensione di una lampada, l'accelerazione di una macchina,...
- Questo "qualcosa" e' ENERGIA

- Ci puo' essere molta o poca energia nel serbatoio di partenza perche' la lampada puo' rimanere accesa a lungo o poco, ma in ogni caso prima o poi si spegne
- Possiamo dire che possiamo esercitare una forza perche' possediamo energia, ma l'energia NON e' una forza!
- La forza e' l'agente che permette il trasferimento di energia da un sistema all'altro

# Energia potenziale

- E' compito della fisica identificare le forme che l'energia assume in natura
- Una e' quella legata al movimento: per il solo fatto che un corpo e' in moto esso e' capace di compiere lavoro → l'energia cinetica
- Ne esiste un'altra: l'energia potenziale. Essa e' l'energia associabile alla configurazione (cioe' disposizione) relativa di un sistema di corpi che esercitano reciprocamente forze

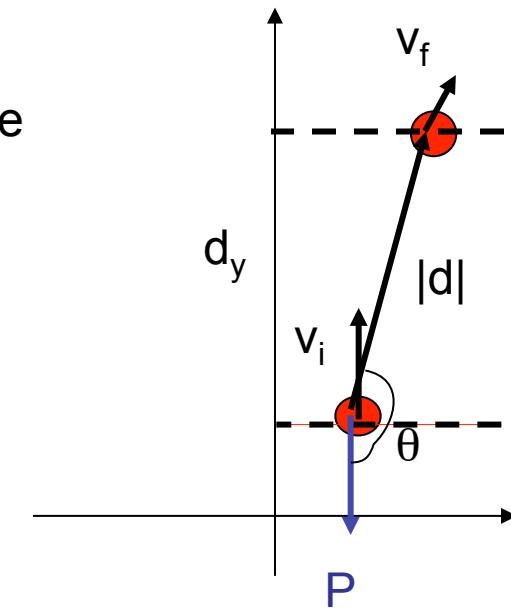
# Lavoro della gravita'



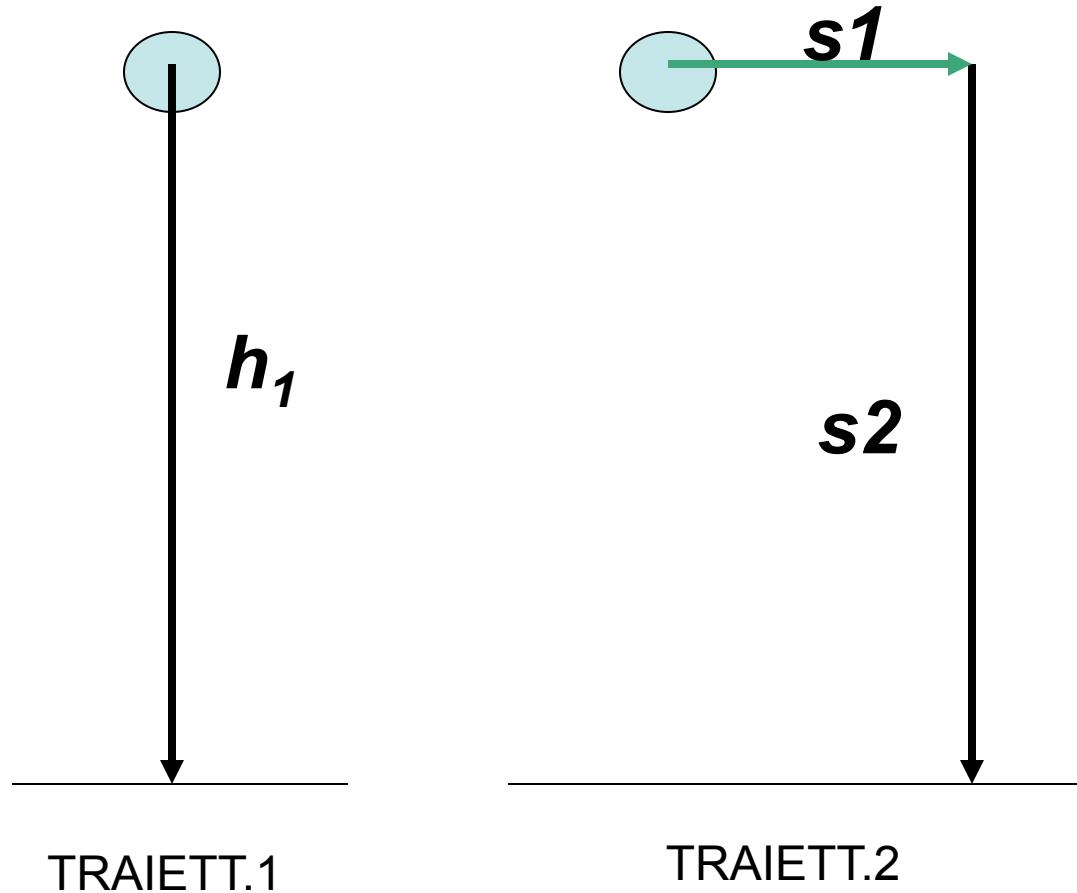
- Un pomodoro viene lanciato in aria con vel iniziale  $v_i$  e quindi con  $E_{ki} = mv_i^2/2$ )
- Mano a mano che sale, rallenta a causa del peso  $P$  (quindi  $E_k$  diminuisce).
- Il lavoro compiuto da  $P$  e'  $L = Pd\cos\theta = mgd\cos\theta$ . Poiche'  $d$  e  $P$  sono discordi,  $\theta = 180^\circ \rightarrow L = -mgd$ : durante la salita la (il campo di) gravita' trasferisce l'energia  $mgd$  alla Terra (ovvero al suo campo gravitazionale) a spese dell'energia cinetica del pomodoro (che infatti rallenta)
- quando  $E_k=0$ , non c'e' piu' energia cinetica da trasferire dal corpo alla (campo di) gravita'. Il corpo non puo' piu' salire
- il moto si inverte (ie  $d$  e' opposto a prima), il lavoro della gravita' e'  $L = mgd\cos(0) = +mgd$ . La gravita' trasferisce al corpo l'energia  $mgd$  (che infatti accelera)

Si noti che  $L_{\text{salita}} + L_{\text{discesa}} = -mgd + mgd = 0$

Se lo spostamento avviene in una direzione arbitraria  $L = mgd_y = mgdcos\theta \rightarrow$  solo gli spostamenti lungo la direzione della forza entrano in gioco



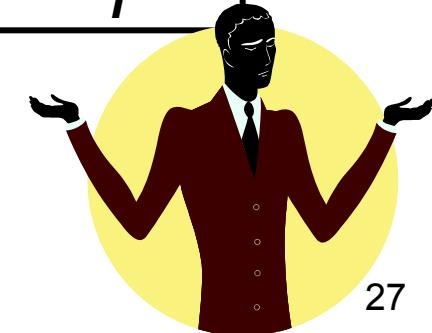
# Il lavoro dipende dal percorso?



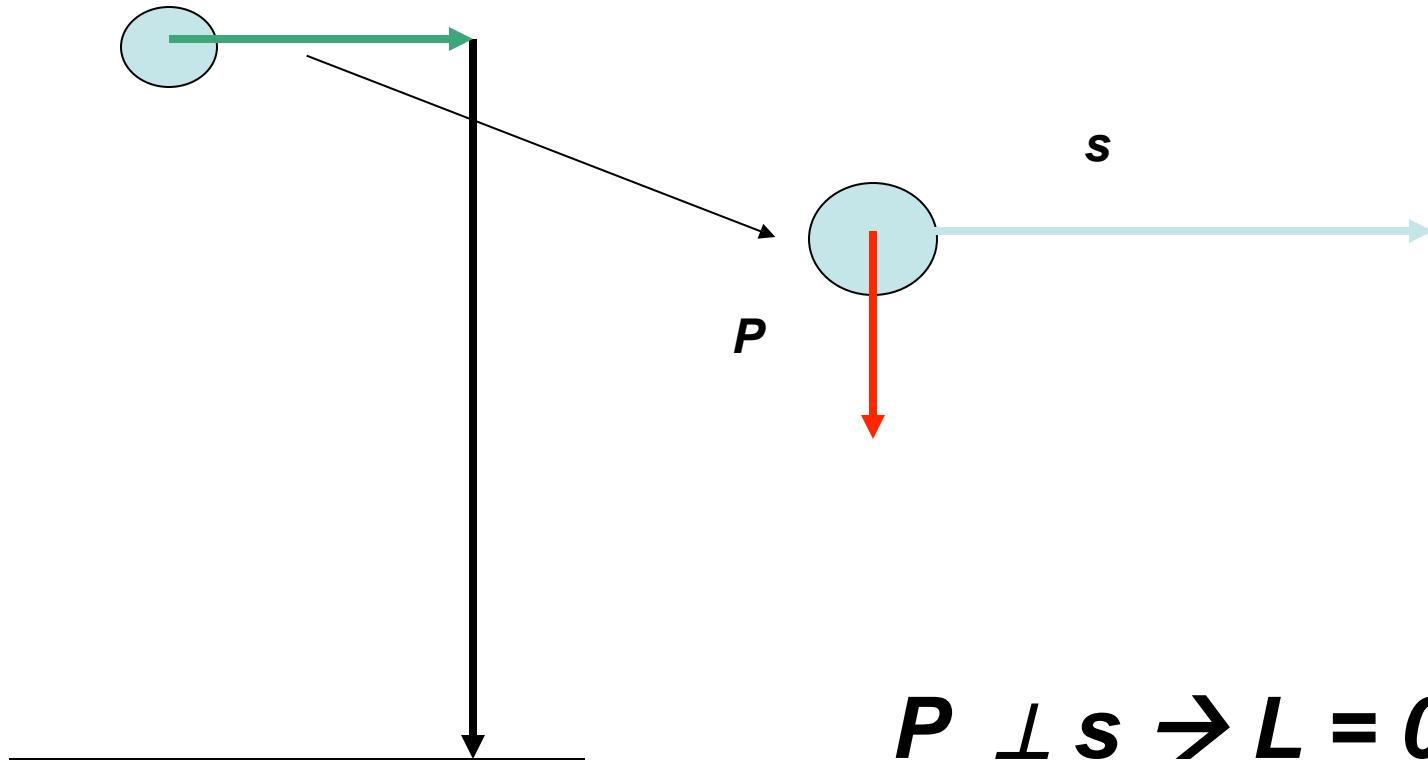
$$h_2 = s_1 + s_2$$

$$L_2 = L_{12} + L_{22}$$

MA  $L_2 = L_1$ ?



$$L_1 = mgh_1$$



$$P \perp s \rightarrow L = 0!!$$

Lo spostamento trasversale dà lavoro nullo!



$$L_{21}$$

$$L_{21} = 0$$

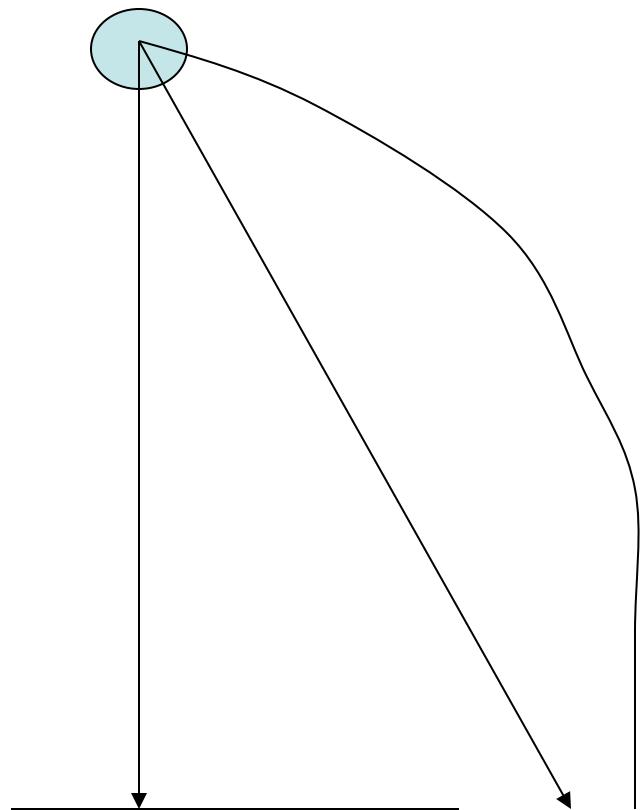
$$L_{22}$$

$$L_{22} = mgh$$

$$L_2 = mgh = L_1$$

**Nel caso di spostam orizz + vert., il lavoro è lo stesso che avrei per il solo spostamento verticale!!!**

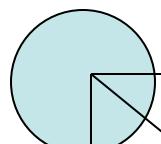
**Il Lavoro per scendere di  $h$  è lo stesso PER QUALSIASI TRAIETTORIA SCELTA!!**



Ogni traiettoria si può pensare sempre come somma di spostamenti orizz. + verticali.  
Quelli orizz.danno  $L = 0$

$m$

$$L o_1 = L o_2 = L o_3 = L o_4 = 0!!$$



$o_1$

$v_1$

$h$

$o_2$

$v_2$

$o_3$

$v_3$

$o_4$

$v_4$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = h!!$$

$$\sum Lv = mg(v_1 + v_2 + v_3 + v_4)$$

$$L v_i = mg v_i$$

$$L_{tot} = \sum L o + \sum Lv = mgh!!$$

UNA FORZA  $\mathbf{F}$  IL CUI LAVORO NON DIPENDE DAL PERCOSO  
SCELTO PER LO SPOSTAMENTO SI DICE **CONSERVATIVA**

*La forza peso  $P$  è conservativa!*

**Vedremo che la forza di attrito  $F_{attr.}$  non è conservativa, perché la lunghezza del percorso influisce sul lavoro fatto dall'attrito**

Se e' conservativa, essa ammette energia potenziale:  
essa e' pari al lavoro effettuato dalla forza fra la  
posizione iniziale e quella finale.

**Corollario: se il lavoro non dipende dal percorso  
effettuato, allora il lavoro totale su un percorso  
chiuso e' nullo**

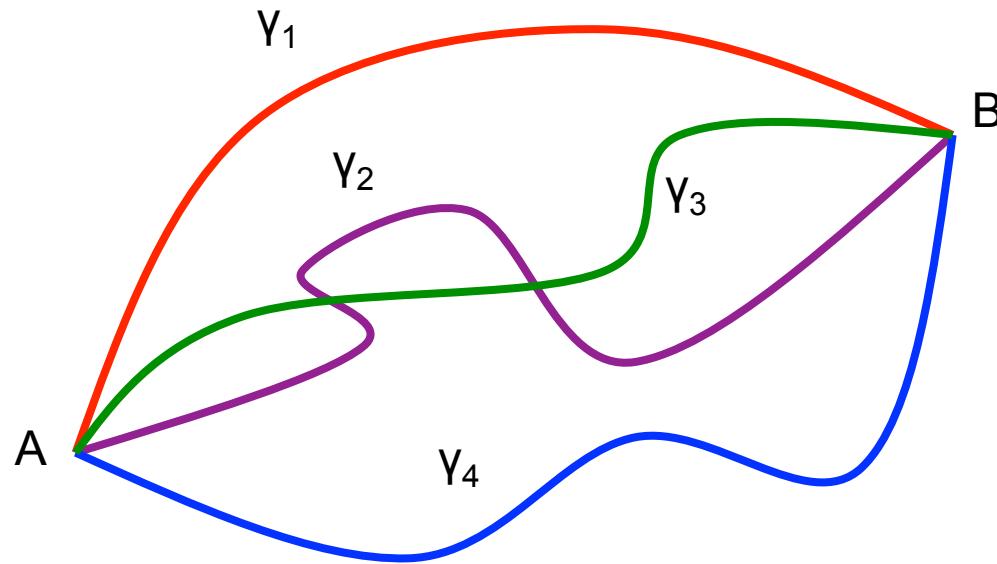
Una  $\mathbf{F}$  non conservativa si dice **DISSIPATIVA**. In  
tal caso il lavoro dipende dal percorso effettuato  
e non vale il corollario di cui sopra.



# Forze conservative

Sono forze per le quali il lavoro non dipende dal percorso

- Esempi di forze conservative: forza peso, forza elastica
- Esempi di forze non conservative (forze dissipative): attrito

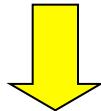


$$L_{AB} =_{(\gamma_1)} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} =_{(\gamma_2)} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} =_{(\gamma_3)} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \dots$$

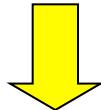
# Lavoro in un percorso chiuso

Calcoliamo il lavoro di una forza conservativa quando un punto materiale si sposta su un percorso chiuso  $\gamma_1 + \gamma_2$

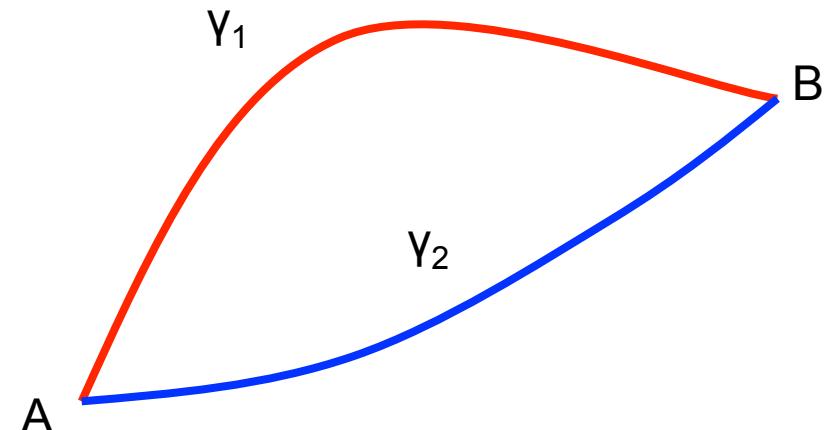
$$(\gamma_1) \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = (\gamma_2) \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



$$(\gamma_1) \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -(\gamma_2) \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s}$$



$$(\gamma_1) \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} + (\gamma_2) \int_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$



$$L = \oint_{\gamma_1 + \gamma_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

# Energia potenziale gravitazionale

- Il lavoro della forza peso non dipende dalla traiettoria, ma solo dalla quota di partenza  $y_A$  e da quella di arrivo  $y_B$
- Se il punto materiale percorre una traiettoria chiusa ( $A=B$ ) il lavoro è nullo ( $y_A=y_B$  e quindi  $L=0$ )
- Introducendo la funzione  $U(y) = mgy$  il lavoro è dato da:

$$L = mgy_A - mgy_B = U(A) - U(B) = -\Delta U$$

- La funzione  $U(y)$  è detta energia potenziale gravitazionale ed è una grandezza scalare associata alla posizione in cui si trova il punto materiale (data da  $y$ )
- La funzione  $U(y)$  è definita a meno di una costante: se si pone  $U(y)=mgy+c$  vale sempre la relazione  $L= -\Delta U$

# ENERGIA POTENZIALE gravitazionale

$$E_p = L_P = m \cdot g \cdot h$$



E' il lavoro disponibile per un corpo di massa  $m$  ad altezza  $h$  (rispetto ad un certo campo gravitazionale) rispetto ad una quota di riferimento.

Se ho un corpo inizialmente ad altezza  $H_1$  e lo sposto ad altezza  $H_2$ , il lavoro e'  $L = E_{p2} - E_{p1} = mg(H_2 - H_1)$ , cioe' uguale alla differenza di energia potenziale fra le due posizioni.

Se sollevo l'oggetto, aumento la sua energia potenziale (a spese di lavoro che devo fornire, p. es. con la forza muscolare); se lo abbasso, diminuisce (e posso ottenere lavoro, p.es. posso mettere in moto un oggetto)

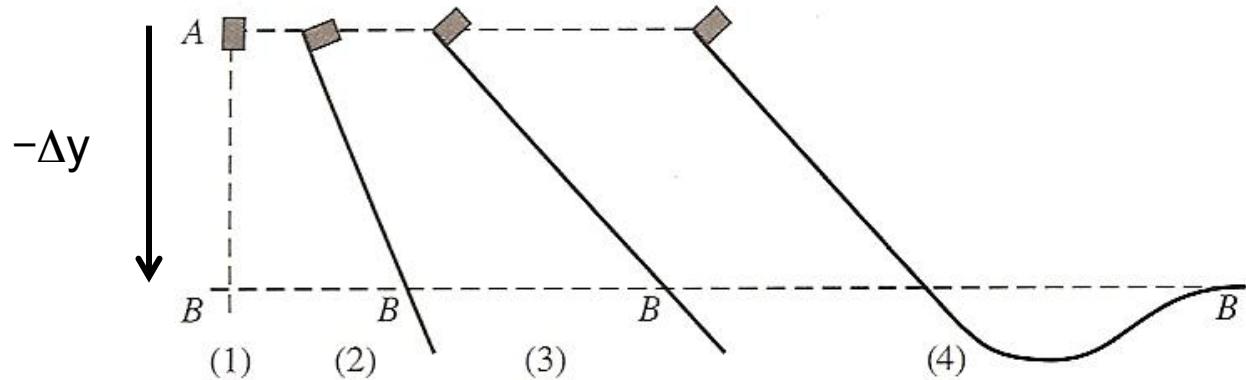
DIPENDE SOLO DA:

Massa  $m$

Altezza  $h$

# Esempio

Tre scivoli con diversa inclinazione e forma



La variazione di energia potenziale tra A e B e' la stessa in tutti casi, l'energia totale e' costante (tralasciando l'attrito)  $\rightarrow$  la velocita' finale e' sempre la stessa

$$0 = \Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_K + \Delta U_g \rightarrow \Delta E_K = -\Delta U_g$$
$$\rightarrow mv_B^2/2 - mv_A^2/2 = mv_B^2/2 = -mg(-\Delta y) = mg\Delta y$$

Quali forze agiscono sul corpo che scivola? (ricordate il piano inclinato)