

# Lez 6 18/10/2016

- Lezioni in [http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica\\_fisica/did\\_fis1617/](http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/did_fis1617/)

# Forze di contatto

## ● TENSIONE

QUANDO UN FILO INESTENSIBILE È FISSATO A UN CORPO È TIRATO SI DICE CHE È SOTTO TENSIONE.

ESSO ESERCITA SUL CORPO UNA TRAZIONE  $T$ .

IL FILO È IN GRADO DI TRASMETTERE UNA FORZA.

N.B. SE SI SUPPONE IL FILO PRIVO DI MASSA, LA TENSIONE È

LA STESSA IN TUTTI I PUNTI

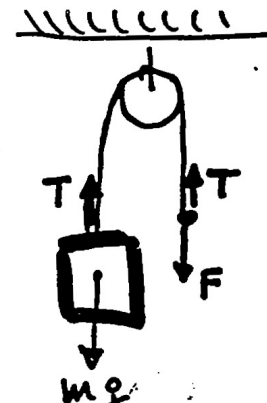


— CARRUCOLA

LE CARRUCOLE SONO IN GRADO

DI CAMBIARE LE DIREZIONI

DELLE FORZE



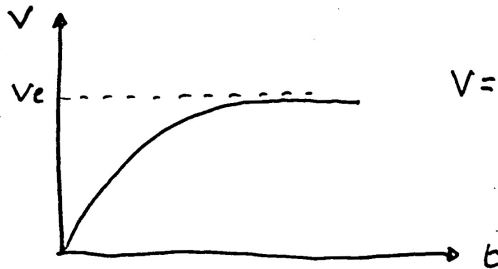
# RESISTENZA DEL MEZZO

- UN CORPO CHE SI MUOVE IN UN MEZZO VISCOSO SUBISCE UN RESISTENZA ESPRIMIBILE COME:

$$\vec{R} = -b \vec{v}$$

- L'EQUAZIONE DEL MOTO DI UN CORPO IN CADUTA LIBERA

$$mg - b v = m a \quad \text{eq. differenziale}$$



$$v = \frac{mg}{b} \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

$$v_e = \frac{mg}{b}$$

$$e = 2.73$$

- AD ALTE VELOCITA' LA RESISTENZA E' PROPORZIONALE A  $v$  NELL'ARIA SI PUO' SCRIVERE (FORMULA EMPIRICA)

$$D = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

$C$  = COEFFICIENTE AERODINAMICO

$\rho$  = DENSITA' DELL'ARIA

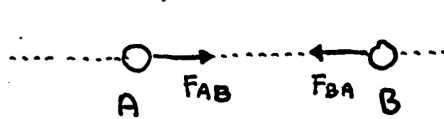
$A$  = AREA EFFICACE DELLA SEZIONE TRASVERSALE

$$mg - \frac{1}{2} C \rho A v^2 = m a$$

$$mg - \frac{1}{2} C \rho A v_e^2 = 0$$

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho A}}$$

AD OGNI AZIONE CORRISPONDE UNA REAZIONE  
UGUALE E CONTRARIA



$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

SE IL CORPO A AGISCE SUL CORPO B CON UNA FORZA  $\vec{F}_{AB}$   
ALLORA IL CORPO B REAGISCE SUL CORPO A CON UNA  
FORZA  $-\vec{F}_{AB}$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Le forze tra i corpi si  
chiamano coppia di azione-  
reazione

# 3<sup>a</sup> legge di Newton

Si dice che due corpi interagiscono quando ciascuno di essi esercita sull'altro una forza (p.es si attirano o si respingono)

## Le due forze agiscono su corpi DIVERSI

- IL CORPO A HA MASSA  $m_A$  MENTRE IL CORPO B HA MASSA  $m_B$

$$\Rightarrow \vec{F}_{BA} = m_B \cdot \vec{a}_B$$

$$\vec{F}_{AB} = m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

$$m_B \cdot \vec{a}_B = -m_A \cdot \vec{a}_A$$

$$\vec{a}_B = -\frac{m_A}{m_B} \cdot \vec{a}_A$$

- SE  $m_B \gg m_A \Rightarrow \vec{a}_B = 0$

- Ex:  $m_B = \text{TERRA}$  ;  $m_A = \text{MELA}$

# *III Principio della dinamica*

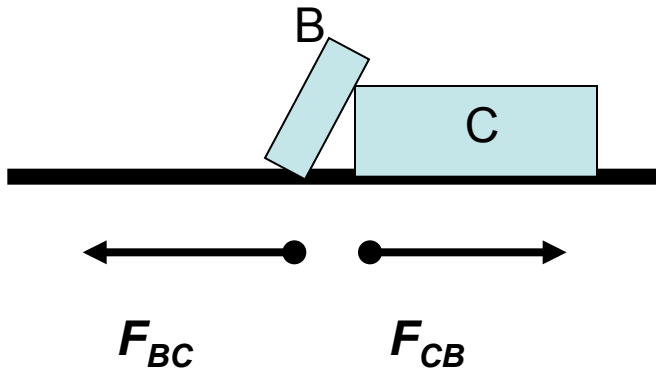
Possiamo anche dire:

- III Legge (Principio di azione e reazione)  
*Quando due corpi interagiscono (in qualunque modo) si scambiano una forza, la forza che il primo corpo esercita sul secondo  $F_2$  è opposta alla forza che il secondo esercita sul primo  $F_1$*

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

- *Le due forze agiscono una sul primo corpo l'altra sul secondo corpo, hanno la stessa intensità, la stessa direzione ma verso opposto.*

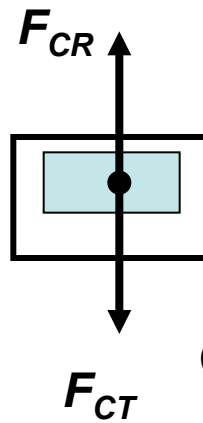
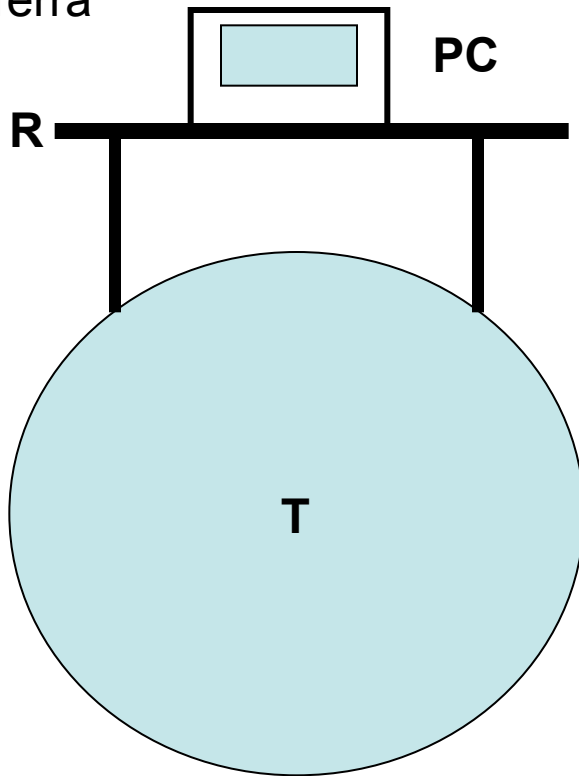
# Esempi di azione-reazione



Il libro B poggia sulla cassetta C.  
Il libro e la cassetta interagiscono!  
Il libro B esercita una forza  $F_{BC}$   
orizzontale sul libro e il libro esercita una  
forza  $F_{CB}$  sulla cassetta

# Esempi di azione-reazione

Prendiamo un computer poggiato in quiete su un tavolo, il quale a sua volta poggia per terra → il computer interagisce con il tavolo che interagisce con la Terra



Esaminiamo il computer: quali forze agiscono su esso?

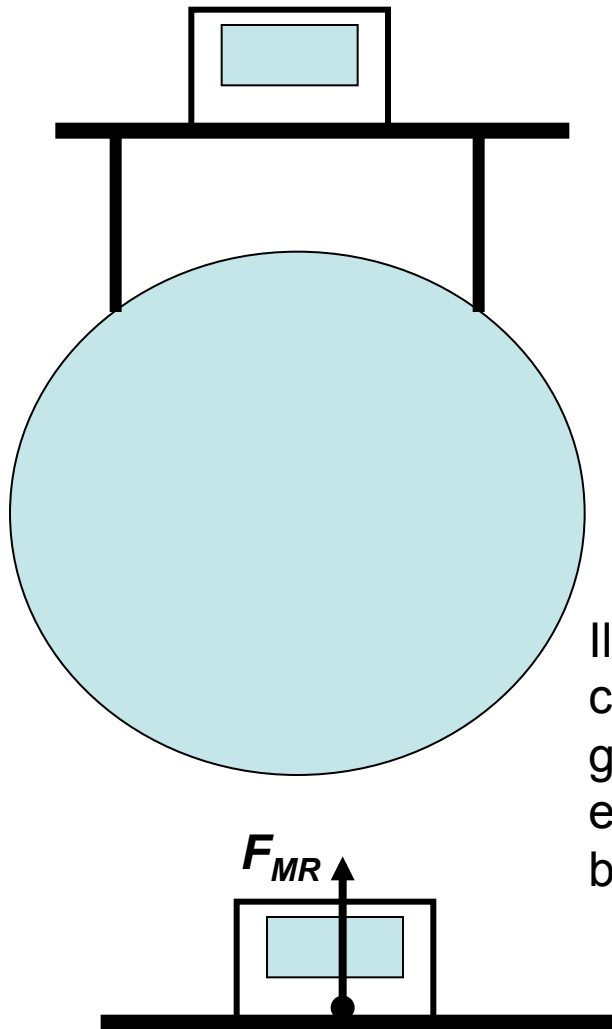
- 1) la forza di gravita' della Terra  $F_{CT}$
- 2) la reazione normale esercitata dal tavolo  $F_{CR}$

Costituiscono una coppia azione-reazione?

**NO**

Perche' sono forze applicate a UN SOLO corpo → le coppie azione-reazione sono APPLICATE a corpi DIVERSI

# Esempi di azione-reazione



Se la Terra attrae il computer con forza  $\mathbf{F}_{CT}$ , e' altrettanto vero che la Terra e' attirata dal PC con forza  $-\mathbf{F}_{CT}$

Costituiscono una coppia azione-reazione?

**SI**

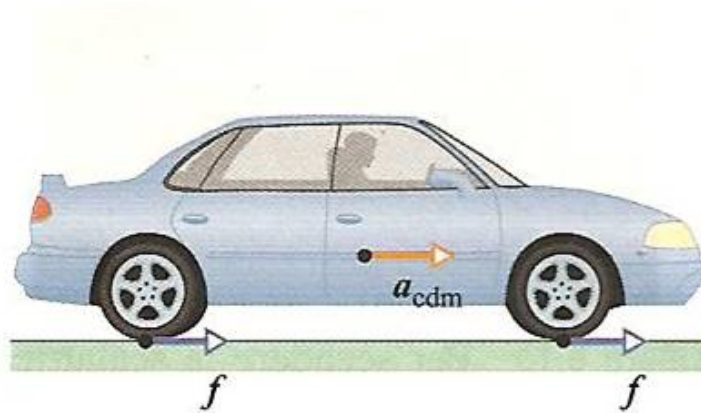
Perche' sono forze applicate a DIVERSI corpi (PC-Terra)

Il tavolo esercita una forza normale  $\mathbf{F}_{CR}$  sul PC (quella che impedisce al PC di cadere sotto l'azione della gravita'). Se mi metto dal punto di vista del tavolo, il PC esercita una forza normale sul tavolo, diretta verso il basso  $\mathbf{F}_{RC} = -\mathbf{F}_{CR}$

Costituiscono una coppia azione-reazione?

**SI** (PC-Tavolo)

# Attrito: reazione



La figura 8.17 illustra un altro esempio. Un motore accresce la velocità di un'auto a quattro ruote motrici. In tale accelerazione il motore costringe le ruote a spingere indietro premendo sull'asfalto. Questa spinta suscita forze d'attrito  $f$  che agiscono su ciascun pneumatico e sono dirette in avanti. La forza esterna complessiva  $F$ , somma di tali forze d'attrito, che la pavimentazione applica all'auto, ne causa l'accelerazione

UN CAVALLO TIRA UNA SLITTA CON UNA FORZA ORIZZONTALE, PROCUANDO UN'ACCELERAZIONE. LA TERZA LEGGE DI NEWTON DICE CHE LA SLITTA ESERCITA SUL CAVALLO UNA FORZA UGUALE E OPPOSTA. STANDO COSI' LE COSE, COME PUO' LA SLITTA ESSERE ACCELERATA? SOTTO QUALI CONDIZIONI IL SISTEMA (CAVALLO - SLITTA) SI MUOVE CON VELOCITA' COSTANTE?



- LE DUE FORZE (AZIONE E REAZIONE) CHE INTERVENGONO NELLA TERZA LEGGE DI NEWTON AGISCONO SU CORPI DIVERSI

- NELLA SECONDA LEGGE DI NEWTON

$$\sum_i \vec{f}_i = m \vec{a}$$

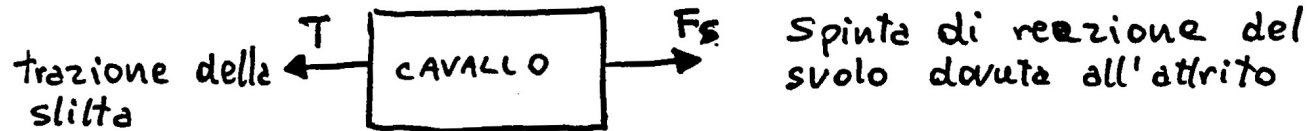
BISOGNA CONSIDERARE TUTTE E SOLO LE FORZE CHE AGISCONO SUL CORPO DI MASSA  $m$

- CONSIDERIAMO IL CAVALLO:  
CON LE ZAMPE SPINGE IL SUOLO ALL'INDIETRO.  
IL SUOLO REAGISCE SPINGENDO IL CAVALLO IN AVANTI

N.B. SE NON VI E' ATTRITO TRA GLI ZOCCOLI ED IL SUOLO, IL CAVALLO NON SI MUOVE

# Fisica ragionata: azione e reazione

- CAVALLO



- $|\vec{F}_s|$  = FORZA CON LA QUALE LE ZAMPE DEL CAVALLO SPINGONO IL SUOLO

(N.B. conta solo la componente orizzontale per il moto)

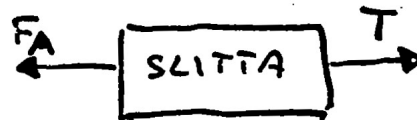
- SECONDA LEGGE DI NEWTON

$$F_s - T = m_c a \quad [m_c = \text{massa del cavallo}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_s = T \Rightarrow a = 0 & \text{IL CAVALLO SI MUOVE CON VELOCITA' COSTANTE} \\ F_s > T \Rightarrow a > 0 & \text{IL CAVALLO ACCELERA IN AVANTI} \\ F_s < T \Rightarrow a < 0 & \text{IL CAVALLO ACCELERA INDIETRO} \end{cases}$$

- SLITTA

Forza di  
attrito della  
slitta



trazione del cavallo

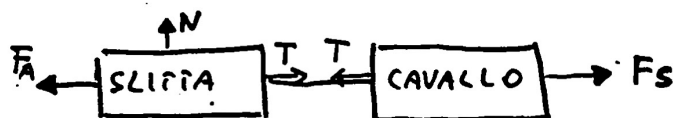
- SECONDA LEGGE DI NEWTON APPLICATA ALLA SLITTA

$$T - F_A = m_s a \quad [m_s = \text{massa della slitta}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T = F_A \Rightarrow a = 0 & \text{LA VELOCITA' DELLA SLITTA E' COSTANTE (OPPURE NULLA)} \\ T > F_A \Rightarrow a > 0 & \text{LA SLITTA ACCELERA IN AVANTI} \\ T < F_A \Rightarrow a < 0 & \text{LA SLITTA ACCELERA ALL'INDIETRO} \\ & \text{[TENDE A FERMARSI]} \end{cases}$$

# AZIONE E REAZIONE : ESEMPIO CAVALLO PIU' SLITTA

- $\mu_s$  = COEFFICIENTE ATTRITO STATICO SLITTA-SUOLO = 0.5
- $\mu_d$  = " " DINAMICO " " = 0.4
- $m_s$  = MASSA DELLA SLITTA = 100 kg
- $m_c$  = MASSA DEL CAVALLO = 500 kg
- $F_s$  = FORZA DEL CAVALLO = 800 N



- IPOTESI : FUNE PRIVA DI <sup>MASSA</sup> ~~ATTRITO~~  $\Rightarrow$  LA TENSIONE  
E' LA STESSA IN TUTTI I PUNTI DELLA FUNE
- IPOTESI : FUNE INESTENSIBILE  $\Rightarrow$  GLI SPOSTAMENTI DEL  
CAVALLO SONO UGUALI AGLI SPOSTAMENTI DELLA SLITTA  
 $\Rightarrow$  L'ACCELERAZIONE DEL CAVALLO E' UGUALE A QUELLA  
DELLA SLITTA

- FORZA DI ATTRITO DELLA SLITTA

$$\bar{F}_{As} = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot m_s \cdot g \quad [\text{forza di attrito statico}]$$

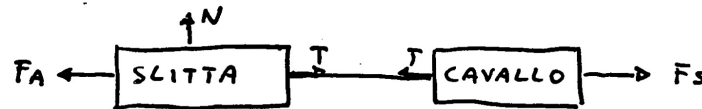
$$\bar{F}_{Ad} = \mu_d \cdot N = \mu_d \cdot m_s \cdot g \quad [\text{forza di attrito dinamico}]$$

- LEGGE DI NEWTON PER IL CAVALLO E LA SLITTA

$$\begin{cases} F_s - T = m_c \cdot a \\ T - \bar{F}_d = m_s \cdot a \end{cases}$$

- LE INCOGNITE SONO  $T$  E  $a$  (TENSIONE DELLA CORDA E ACCELERAZIONE DEL SISTEMA)

# AZIONE E REAZIONE : ESEMPIO



$$\begin{cases} F_S - T = m_c \cdot a \\ T - F_A = m_s \cdot a \end{cases}$$

- SOMMIAMO LE DUE EQUAZIONI PER ELIMINARE  $T$

$$F_S - \cancel{T} + \cancel{T} - F_A = m_c \cdot a + m_s \cdot a = (m_c + m_s) a$$

$$a = \frac{F_S - F_A}{m_c + m_s}$$

- LA SLITTA SI METTE IN MOTO SE  $F_S > F_{A_s}$

$$F_S > \mu_s \cdot m_s \cdot g = 0.5 \cdot 100 \cdot 9.8 = 490 \text{ N}$$

$$F_S = 800 \text{ N} \Rightarrow \text{LA SLITTA SI MUOVE.}$$

- PER TROVARE L'ACCELERAZIONE USIAMO L'ATTRITO DINAMICO

$$a = \frac{F_S - F_{A_d}}{m_c + m_s} = \frac{F_S - \mu_d \cdot m_s \cdot g}{m_c + m_s} = \frac{800 - 0.4 \cdot 100 \cdot 9.8}{500 + 100} = 0.68 \text{ m/s}^2$$

- TROVIAMO ORA LA TENSIONE DELLA FUNE USANDO, AD ESEMPIO, LA PRIMA EQUAZIONE

$$F_S - T = m_c \cdot a \Rightarrow T = F_S - m_c \cdot a =$$

$$= 800 - 500 \cdot 0.68 = 460 \text{ N}$$

# Equilibrio di forze

- AFFINCHÉ UN CORPO PUNTIFORME (NON CONSIDERIAMO LE ROTAZIONI) RIMANGA IN EQUILIBRIO (OVVERO IN QUIETE IN UN OPPORTUNO SISTEMA DI RIFERIMENTO) SI DEVE AVERE:

$$\sum_i^N \vec{F}_i = 0 \quad ; \quad \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_i + \dots + \vec{F}_N = 0$$

CIO È LA SOMMA VETTORIALE DI TUTTE LE FORZE AGENTI SUL CORPO DEVE ESSERE NULLA

- SE LUNGO UNA DATA DIREZIONE LA SOMMA VETTORIALE È DIVERSA DA ZERO, IL CORPO INIZIERÀ AD ACCELERARE LUNGO QUELLA DATA DIREZIONE:

$$\sum_i^N F_x^i = m a_x \Rightarrow a_x = \frac{1}{m} \left( \sum_i^N F_x^i \right)$$

(DALLA CONOSCENZA DI  $a$  SI RISALE ALLA LEGGE DEL MOTO)

N.B. LA RISOLUZIONE DI GRAN PARTE DEGLI ESERCIZI DI DINAMICA CONSISTE NELL'APPLICAZIONE DI QUESTO PRINCIPIO

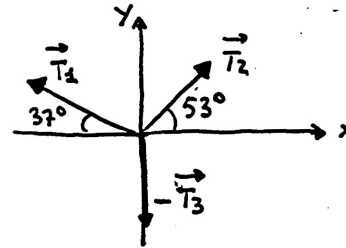
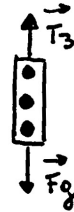
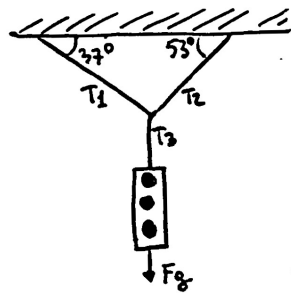
N.B. IL MOTO LUNGO I TRE ASSI CARTESIANI PUÒ ESSERE TRATTATO SEPARATAMENTE, CIOÈ IL CORPO PUÒ AVERE CONTEMPORANEAMENTE  $a_x \neq a_y \neq a_z$ .

LA SCELTA DEI TRE ASSI CARTESIANI È LIBERA E VA FATTA CERCANDO DI SEMPLIFICARE LA SOLUZIONE DEL PROBLEMA, AD ESEMPIO FACENDO IN MODO CHE

$$a_x \neq 0 \quad ; \quad a_y = 0 \quad ; \quad a_z = 0$$

## SENAFORDO SOSPESO

UN SENAFORDO DI PESO (25 N) PENDE DA UN CAVO LEGATO A DUE ALTRI CAVI TRATTENUTI DA UN SUPPORTO COME IN FIGURA. DETERMINARE LA TENSIONE DEI TRE CAVI



- AFFINCHÉ IL SENAFORDO NON CADA DOBBIAMO AVERE:

$$\vec{F}_g + \vec{T}_3 = 0 \Rightarrow \vec{T}_3 = -\vec{F}_g \Rightarrow |\vec{T}_3| = |\vec{F}_g| = \underline{125 \text{ N}}$$

- INOLTRE LA SOMMA VETTORIALE DELLE TRE TENSIONI DEVE ESSERE NULLA

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + (-\vec{T}_3) = 0$$

PROIETTIAMO SUI DUE ASSI:

$$\begin{cases} -|\vec{T}_1| \cos 37^\circ + |\vec{T}_2| \cos 53^\circ = 0 \\ |\vec{T}_1| \sin 37^\circ + |\vec{T}_2| \sin 53^\circ - |\vec{T}_3| = 0 \end{cases}$$

- DALLA PRIMA ABBIAMO:

$$|\vec{T}_2| = |\vec{T}_1| \frac{\cos 37^\circ}{\cos 53^\circ} = 1.33 \cdot |\vec{T}_1|$$

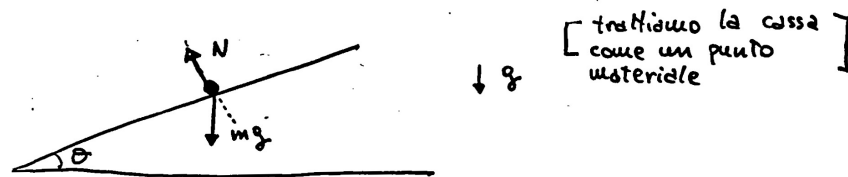
$$\Rightarrow |\vec{T}_1| \sin 37^\circ + (1.33 \cdot |\vec{T}_1|) \cdot \sin 53^\circ - 125 = 0$$

$$|\vec{T}_1| = \frac{125}{\sin 37^\circ + 1.33 \cdot \sin 53^\circ} = \underline{75.1 \text{ N}}$$

$$|\vec{T}_2| = 1.33 \cdot |\vec{T}_1| = 1.33 \cdot 75.1 = \underline{99.8 \text{ N}}$$

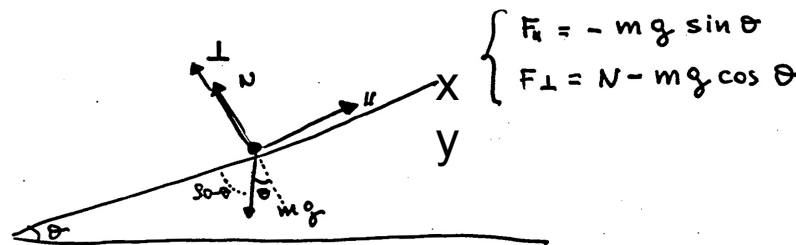
# CASSA SU UN PIANO INCLINATO LISCIO

UNA CASSA DI MASSA  $m$  È POSTA SU UN PIANO INCLINATO LISCIO FORMANTE UN ANGOLO  $\theta$  CON L'ORIZZONTALE.  
TROVARE L'ACCELERAZIONE DELLA CASSA DOPO CHE VIENE ABBANDONATA.



- SULLA CASSA AGISCONO SOLO DUE FORZE:
  - LA FORZA PESO  $m\vec{g}$  DIRETTA VERSO IL BASSO
  - LA REAZIONE  $\vec{N}$  DEL PIANO, ORTOGONALE AL PIANO STESSO, CHE IMPEDISCE AL CORPO DI SPORGERE NEL PIANO STESSO.
  - IL PIANO È LISCIO QUINDI NON VI È FORZA D'ATTRITO

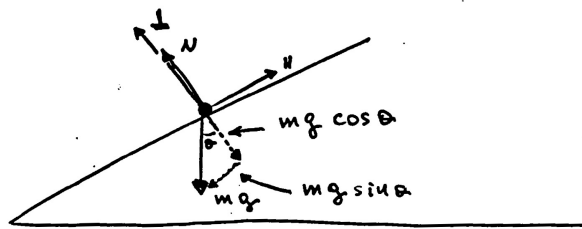
- PROIETTIAMO TUTTE LE FORZE LUNGO UN ASSE PARALLELO AL PIANO INCLINATO ED UNO ORTOGONALE AL PIANO



N.B. PER  $\theta = 0$  ABBIAMO  $F_{||} = 0$  E  $F_{\perp} = N - mg$

Tracciate il diagramma vettoriale delle forze agenti

NB: conviene scegliere un asse (p es x) parallelo al piano inclinato poiche' e' il piano lungo il quale avviene il moto



- LE PROIEZIONI DELLE FORZE SONO:

$$\begin{cases} F_{||} = -mg \sin \theta \\ F_{\perp} = N - mg \cos \theta \end{cases}$$

- POSSIAMO APPLICARE ORA LA LEGGE DI NEWTON  
 $\vec{F} = m \vec{a}$

$$\begin{cases} F_{||} = m a_{||} \Rightarrow -mg \sin \theta = m a_{||} \\ F_{\perp} = m a_{\perp} \Rightarrow N - mg \cos \theta = m a_{\perp} \end{cases}$$

- SAPPIAMO CHE LA CASSA NON SPROFONDA DENTRO IL PIANO INCLINATO, QUINDI  $a_{\perp} = 0$

[ LA CASSA ERA FERMA E CONTINUA A RIMANERE FERMA ]  
 LUNGO L'ASSE  $\perp$

$$a_{\perp} = 0 \Rightarrow N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow \boxed{N = mg \cos \theta}$$

- LA REAZIONE NORMALE DEL PIANO VALE:

$$\boxed{N = mg \cos \theta}$$

- LUNGO L'ASSE PARALLELO AL PIANO LA CASSA SI MUOVE ED HA ACCELERAZIONE PARI A:

$$-mg \sin \theta = m a_{||} \quad [\text{le masse si semplificano}]$$

$$\boxed{a_{||} = -g \sin \theta}$$

N.B. IL SEGNO - DIPENDE  
 DALL'ORIENTAZIONE SCELTA  
 DEL L'ASSE  $||$

# Piano inclinato

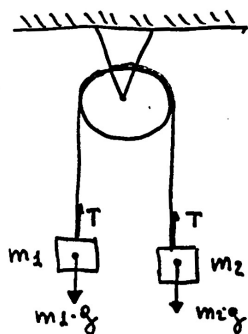
- Usare profili in alluminio o canaline (sezione a forma di U) e una pila di sostegni
- Verificare con un dinamometro (o con un elastico) che maggiore inclinazione implica maggiore forza agente sul corpo.
- Far scivolare vari oggetti (palline, macchinine, ecc.)
- Sapone o cera per ridurre l'attrito
- Prendere i tempi di caduta
- Misurare la distanza percorsa sul piano orizzontale (moto uniformemente decelerato)
- Costruire istogrammi

# Ridurre l'attrito

Situazioni con attrito trascurabile:

- Ghiaccio
- Cuscino a gas
- Rotaie a cuscino d'aria

# LA MACCHINA DI ATWOOD (CARRUCOLA)

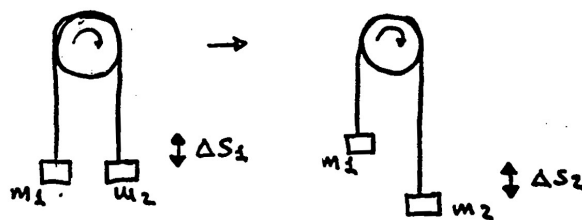


- IPOTESI: LA CORDA È INESTENSIBILE ED HA MASSA TRASCURABILE (RISPETTO A  $m_1$  E  $m_2$ )

⇒ LA TENSIONE  $T$  È LA STESSA LUNGO TUTTA LA CORDA

- IPOTESI: ANCHE LA CARRUCOLA È PRIVA DI MASSA (altrimenti dovremmo introdurre il momento d'inerzia)

- I DUE CORPI SONO COLLEGATI DALLA FUNE (INESTENSIBILE) QUINDI GLI SPOSTAMENTI SONO UGUALI



$$|\Delta s_1| = |\Delta s_2|$$



$$|v_1| = |v_2|$$

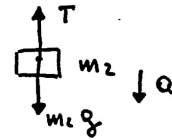
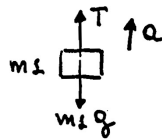
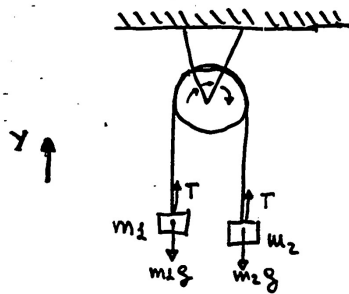


$$|a_1| = |a_2| = a$$

I DUE CORPI HANNO LA STESSA  
ACCELERAZIONE  $a$  DIRETTA IN VERSO OPPOSTO

$$a_1 = -a \text{ e } a_2 = a$$

# MACCHINA DI ATWOOD [...CONTINUA]



- SCRIVIAMO LA LEGGE DI NEWTON SEPARATAMENTE PER I DUE CORPI

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a_1 = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a_2 = -m_2 a \end{cases} \quad [a_1 = a ; a_2 = -a]$$

- SOTTRAIAMO LA SECONDA EQUAZIONE DALLA PRIMA PER TROVARE L'ACCELERAZIONE

$$(T - m_1 g) - (T - m_2 g) = m_1 a - (-m_2 a)$$

$$m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a$$

$$g(m_2 - m_1) = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

- $m_2 = m_1 \Rightarrow a = 0$  I DUE CORPI RIMANGONO IN EQUILIBRIO. NON SI MUOVONO
- $m_2 > m_1 \Rightarrow a > 0$   $m_1$  VA VERSO L'ALTO E  $m_2$  SI ABBASSA
- $m_2 < m_1 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a_1 < 0$  IL CORPO  $m_1$  SI ABBASSA E  $m_2$  SI ALZA

## MACCHINA DI ATWOOD [... CONTINUA]

- CALCOLIAMO LA TENSIONE DELLA CORDA

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases} \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

INSERIAMO  $a$  NELLA PRIMA EQUAZIONE

$$T = m_1 g + m_1 a = m_1 g + m_1 \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g =$$

$$= m_1 g + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g - \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} g =$$

$$= g \left[ \frac{m_1 (m_1 + m_2) + m_1 m_2 - m_1^2}{m_1 + m_2} \right] =$$

$$= g \left[ \frac{\cancel{m_1^2} + m_1 m_2 + m_1 m_2 - \cancel{m_1^2}}{m_1 + m_2} \right] =$$

$$= \boxed{\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

- SE LE DUE MASSE SONO UGUALI SI HA:

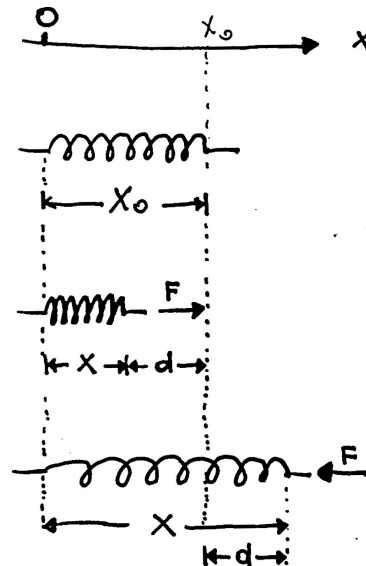
$$T = \frac{2 m^2}{m + m} g = \frac{2 m^2}{2 m} g = \underline{m g}$$

# La molla

- LA MOLLA È UN OGGETTO IDEALE, CHE RISPONDE AD UNA SOLLECITAZIONE ESTERNA CON UNA FORZA DEL TIPO:

$$\vec{F} = -k \vec{d} \quad [\text{legge di Hooke}]$$

- $\vec{d}$  È LA DEFORMAZIONE DELLA MOLLA (ALLUNGAMENTO O ACCORCIAMENTO RISPETTO AD UNA POSIZIONE DI RIPOSO)
- $k$  È UNA COSTANTE CARATTERISTICA DI OGNI MOLLA, (COSTANTE ELASTICA)  $[k] = [F][L]^{-1}$



molla in posizione di riposo

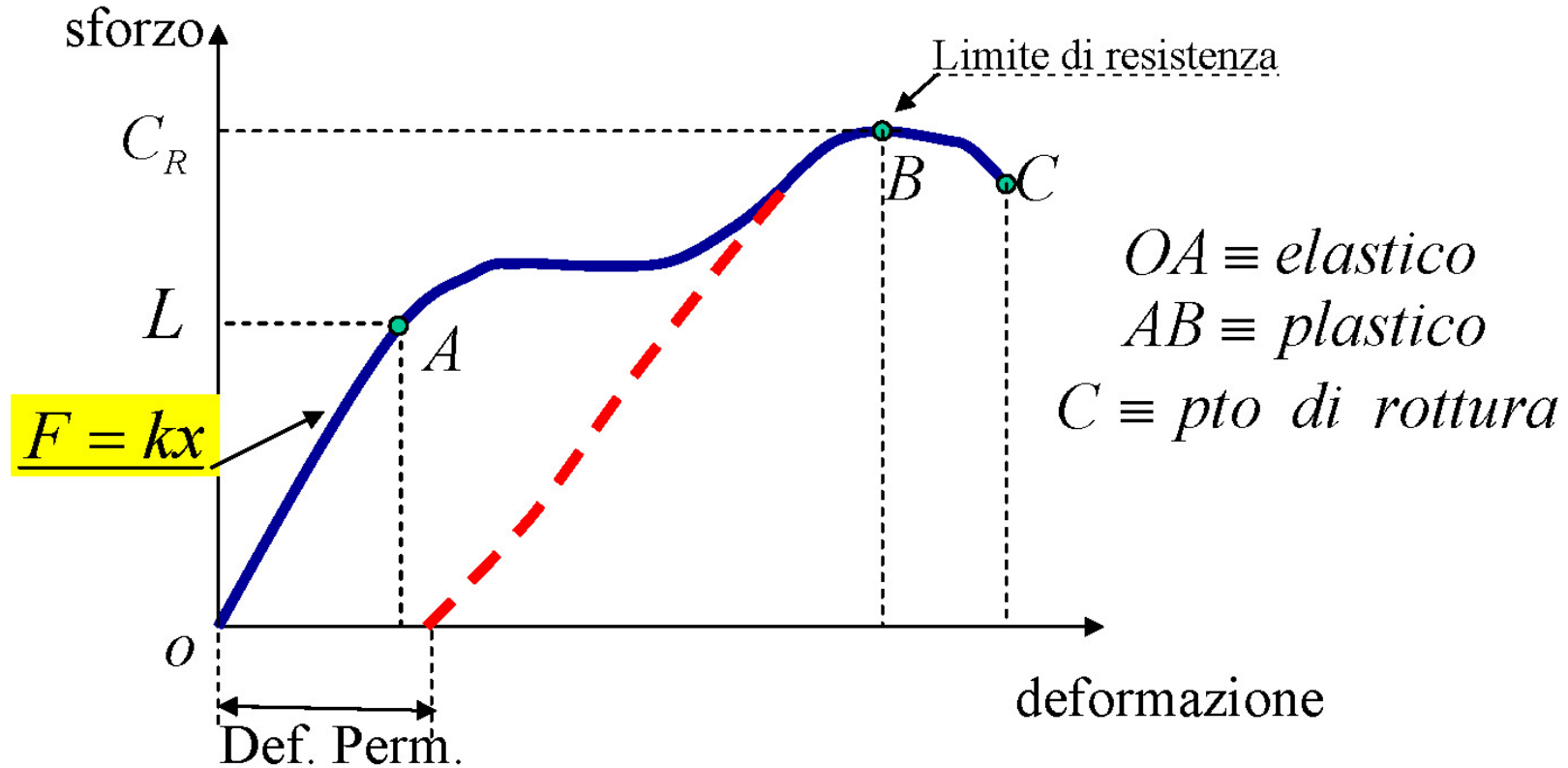
molla compressa  
 $F = -kd = -k(x - x_0) > 0$   
 $< 0$

molla allungata  
 $F = -kd = -k(x - x_0) < 0$   
 $> 0$

# La molla

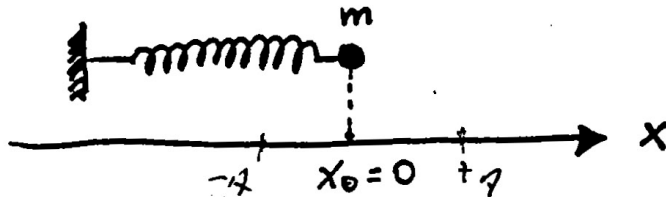
- Tutti i corpi entro certi limiti si comportano come molle: sottoposti a sollecitazioni, si deformano
- Se la deformazione e' piccola, essi tendono a tornare alla config iniziale, cioe' nasce una forza che si oppone alla deformazione
- Se la deformazione e' piccola, la forza e' proporzionale all deformazione → puo' essere rappresentata dalla legge di Hooke

- vale fino a che  $F/S$  non supera un valore massimo  $L$  (limite di elasticità A);
- il superamento del limite di elasticità induce *deformazioni permanenti*.
- aumentando la forza per unità di superficie si raggiunge il *carico di rottura* ( $C_R$ ) : unità ( $\text{Nm}^{-2}$ )



# Eq. DEL MOTO DELLA MOLLA

- FORZA DELLA MOLLA :  $F = -kx$
- APPLICHIAMO UNA MASSA  $m$  AD UN'ESTREMITÀ DELLA MOLLA



- SE SPOSTIAMO LA MASSA DALLA SUA POSIZIONE DI RIPOSO E LA LASCIAMO ANDARE, QUESTA COMINCERÀ A MUOVERSI
- $F = ma \Rightarrow -kx = ma$

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad [\text{equazione differenziale}]$$

Devo trovare una funzione  $x(t)$  che soddisfi l'uguaglianza qualunque sia  $t \rightarrow$  la soluzione dell'equazione è una funzione...non un numero!

- E' un'equazione differenziale lineare del II ordine
- Esistono soluzioni generali (ie nello stesso modo in cui esiste la soluzione generale di equ di II grado)
- Il metodo piu' semplice e' trovare delle "funzioni di prova" da sostituire nell'equ.



PROVIAMO UNA SOLUZIONE DEL TIPO:

$$X = A \sin(\omega t + \varphi)$$

-  $A$  = ampiezza massima ;  $\varphi$  = fase iniziale

-  $\omega$  = pulsazione  $[\omega = \frac{2\pi}{T}]$

VERIFICHIAMO SE È UNA SOLUZIONE

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$$

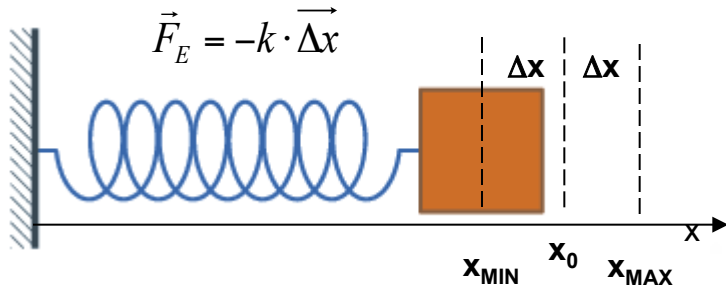
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi)$$

SOSTITUIAMO NELL'EQUAZIONE  $-kx = ma$

$$-k \cancel{A \sin}(\omega t + \varphi) = -m \omega^2 \cancel{A \sin}(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [\text{pulsazione angolare}]$$

# L' Oscillatore Armonico



Consideriamo un corpo di massa  $m$  fissato ad una molla (con costante elastica  $k$ ) che può muoversi su un piano senza attrito. Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio nella posizione  $x_0$ .

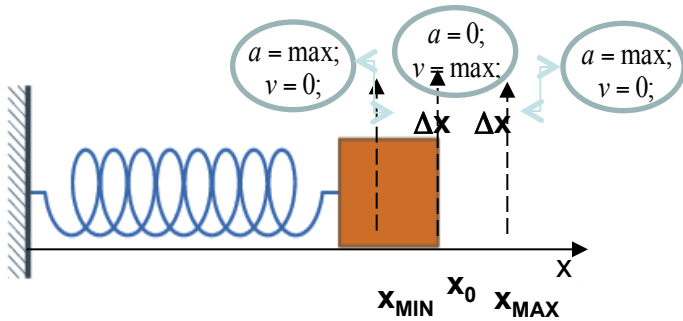
Applicando una forza sul corpo, ad esempio tirandolo sino alla posizione  $x_{\text{MAX}}$ , provochiamo un allungamento della molla  $\Delta x$  al quale la molla “reagisce” con la **Forza Elastica Di Richiamo**, data dalla legge di Hooke, che si oppone allo spostamento e fa sì che il corpo ritorni verso la posizione di equilibrio.

Il corpo, quindi, “ripassa” per la posizione di equilibrio con una **velocità non nulla**, diretta in verso opposto allo spostamento iniziale, supera la posizione di equilibrio ( $x_0$ ) e si porta sino alla posizione  $x_{\text{MIN}}$ .

A questo punto la molla reagisce alla compressione ancora con la forza elastica, diretta nel verso opposto rispetto allo spostamento, per cui il moto cambia verso ed il corpo tende di nuovo alla posizione di equilibrio, superandolo e portandosi sino alla posizione  $x_{\text{MAX}}$ .

In sintesi il corpo inizia ad oscillare indefinitamente fra le due posizioni, realizzando così un **MOTO OSCILLATORIO ARMONICO** di ampiezza  $2\Delta x$  e periodo  $T$ .

# L' Oscillatore Armonico



**Accelerazione:** Quando il corpo si trova agli estremi dell'intervallo di oscillazione ( $x_{MAX}$  o  $x_{MIN}$ ), lo spostamento è massimo quindi, per la legge di Hooke, la forza elastica è massima e di conseguenza lo è anche l'accelerazione; mentre nella posizione di equilibrio ( $x_0$ ) l'accelerazione è nulla in quanto è nullo lo spostamento.

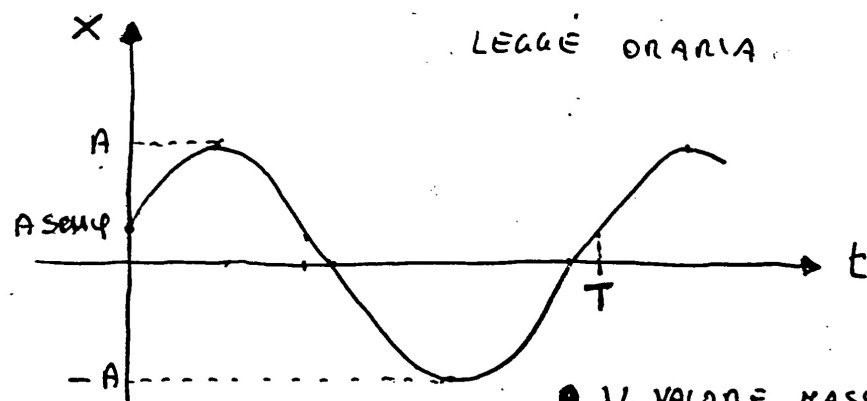
**Velocità:** La velocità è nulla agli estremi dell'intervallo di oscillazione, dove si inverte il moto, ed è massima nel punto centrale di equilibrio.

$$\begin{cases} a = \frac{F}{m} = \frac{-ks}{m} = -\frac{k}{m}s; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow -\frac{k}{m}s = -\omega^2 s \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \quad \text{PULSAZIONE OSCILLATORE ARMONICO}$$

Poiché l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un oscillatore è un **MOTO ARMONICO**, cioè periodico.

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{k/m}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \\ f &= \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \end{aligned}} \quad \text{PERIODO E FREQUENZA OSCILLATORE ARMONICO}$$

UN MOTO DEL TIPO  $X = A \sin(\omega t + \varphi)$  SI CHIAMA  
MOTO ARMONICO



# Moto armonico

NB: qualunque sistema fisico segue una traiettoria del genere ovvero soddisfa un'equazione di tipo  $d^2x/dt^2 = -\omega^2 x$  si chiama OSCILLATORE ARMONICO

$\omega^2$  dipende dalle proprietà del sistema-nel caso della molla  $\omega = k/m$

• IL VALORE MASSIMO DELLA FUNZIONE SI HA QUANDO

$$\sin(\omega t + \varphi) = 1, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n=0,1,2,$$

• IL MINIMO SI HA PER

$$\sin(\omega t + \varphi) = -1, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = \frac{3}{2}\pi + 2\pi n, n=0,1,2,...$$

• LA FUNZIONE VALE ZERO QUANDO

$$\sin(\omega t + \varphi) = 0, \text{ ovvero } (\omega t + \varphi) = 0 + n\pi, n=0,1,2,...$$

• IL PERIODO  $T$  DELLA FUNZIONE VALE

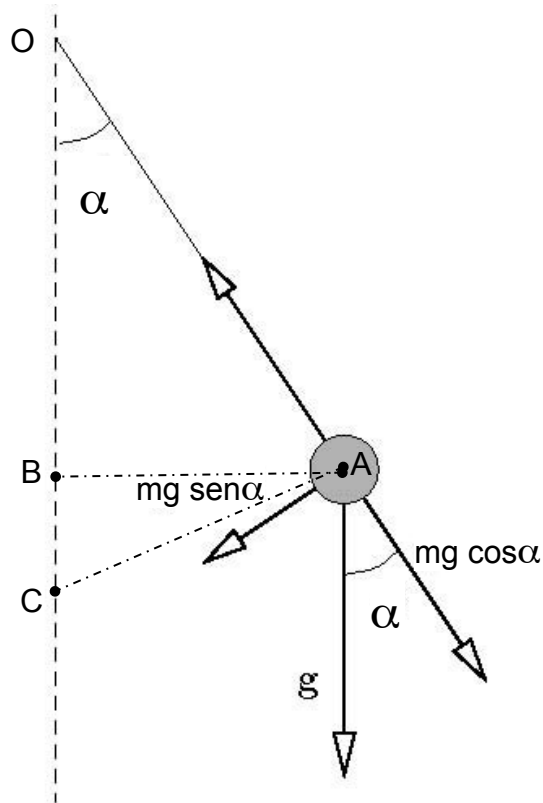
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

• NEL CASO DELLA MOLLA  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

• LE DUE COSTANTI  $A$  e  $\varphi$  CHE COMPaiono NELLA LEGGE ORARIA DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI

# Il Pendolo Semplice

• 1/3



Consideriamo un corpo di massa  $m$  sospeso mediante un filo inestensibile di lunghezza  $l$ .

Supponiamo che inizialmente il corpo sia in equilibrio, cioè che la massa si trovi in posizione verticale, in modo che la forza peso sia completamente equilibrata dalla reazione vincolare del filo.

Se spostiamo di poco la massa dalla posizione verticale le forze non sono più equilibrate ed il corpo inizia ad oscillare intorno alla posizione di equilibrio.

Considerando piccole oscillazioni otteniamo:

$$\overline{OA} = l; \quad \overline{AC} = s; \quad \overline{AB} \approx \overline{AC};$$

$$\overline{AB} = \overline{OA} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \overline{AC} = \overline{OA} \cdot \sin \alpha \Rightarrow s = l \cdot \sin \alpha$$

Da cui segue che: 
$$a = \frac{F}{m} = \frac{-mg \sin \alpha}{m} \approx -g \frac{s}{l};$$

Poiché l'accelerazione è direttamente proporzionale allo spostamento dalla posizione di equilibrio ed è diretta nel verso opposto, possiamo dedurre che il moto di un pendolo semplice è un **MOTO ARMONICO**.

# Il Pendolo Semplice

$$\begin{cases} a = \frac{F}{m} \approx -g \frac{s}{l}; \\ a = -\omega^2 s; \end{cases} \Rightarrow -g \frac{s}{l} = -\omega^2 s \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}} \quad \begin{array}{l} \text{PULSAZIONE} \\ \text{PENDOLO} \\ \text{SEMPLICE} \end{array}$$

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{g/l}; \\ \omega = 2\pi/T; \\ f = 1/T; \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \\ f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}} \end{array}} \quad \begin{array}{l} \text{PERIODO E FREQUENZA} \\ \text{PENDOLO SEMPLICE} \end{array}$$

## Osservazioni

- ❑ il periodo del pendolo, per piccole oscillazioni, non dipende dall'ampiezza dell'oscillazione. Questa legge, detta **legge dell'isocronismo delle oscillazioni**, è dovuta a Galileo;
- ❑ il periodo non dipende dalla massa appesa al pendolo;
- ❑ il periodo di un pendolo dipende dal pianeta su cui esso oscilla.

# Il Pendolo Semplice

## DETERMINAZIONE DEL VALORE DELL'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ

Dalla relazione che esprime il periodo di oscillazione del pendolo semplice possiamo dedurre un metodo per determinare il valore dell'accelerazione di gravità:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Quindi, effettuando delle misure della lunghezza e del periodo del pendolo possiamo determinare il valore dell'accelerazione.

# Il pendolo

- Pesetto legato ad un filo di seta o di nylon
- “Uovo” per il tè con dei pesetti
- Misura del periodo e della sua costanza
- Dipendenza del periodo dalla lunghezza del pendolo
- Indipendenza del periodo dal peso
- Altri fenomeni periodici: molle, altalene
- Modi per forzare il moto (risonanza)

# Molla verticale

- PRENDIAMO UNA MASSA  $m$  APPESA AD UNA MOLLA IN UN PIANO VERTICALE
- LA MASSA È SOGGETTA ALLA FORZA ELASTICA E ALLA FORZA PESO
- NELLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO SI HA:

$$m g = k d \Rightarrow d = \frac{m g}{k}$$

- SPOSTIAMO ORA LA MASSA RISPETTO AL PUNTO  $d$

$$(x + u) g = m d$$

$$= x' + d \quad [\text{cambiamo l'origine del sistema di riferimento}]$$

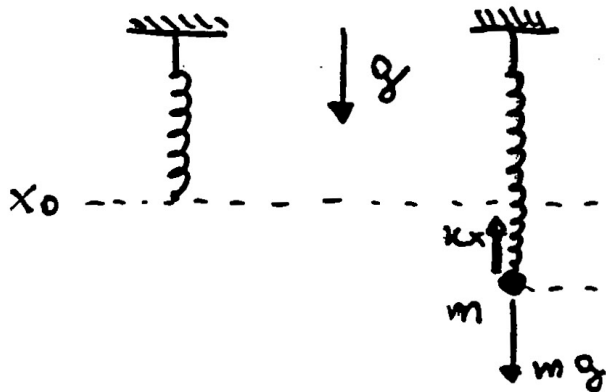
$$(x' + d) + u g = m d$$

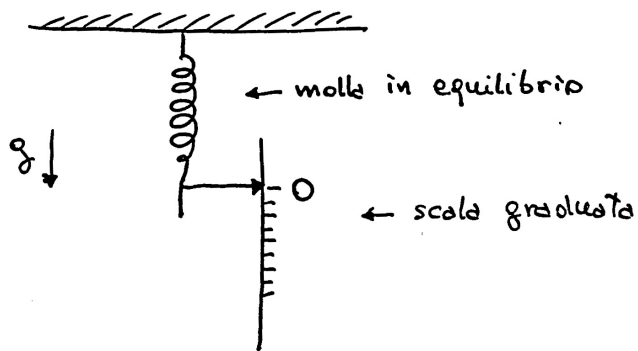
$$-k d + u g = m d$$

$$= 0$$

$$x' = m d$$

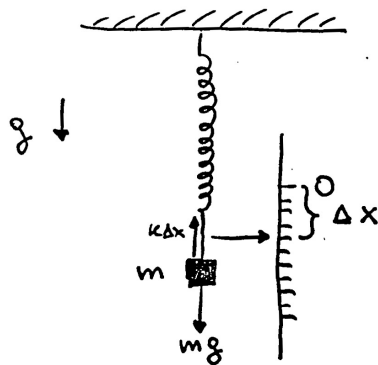
- ABBIAMO UN MOTO ARMONICO INTORNO AL NUOVO PUNTO DI EQUILIBRIO  $d$





# Dinamometro

APPENDIAMO UNA MASSA  $m$  ALLA MOLLA



- SUL CORPO IN EQUILIBRIO AGISCONO DUE FORZE: LA FORZA PESO E LA FORZA DI RICHIAMO ELASTICA DELLA MOLLA

$$mg - k\Delta x = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = k\Delta x$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{m = \frac{k}{g} \Delta x}$$

- LA MASSA  $m$  E' DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLO SPOSTAMENTO  $\Delta x$  DELL'AGO.

LA SCALA GRADUATA PUO' ESSERE TARATA IN KG ANZICHE IN N

# Moto circolare uniforme

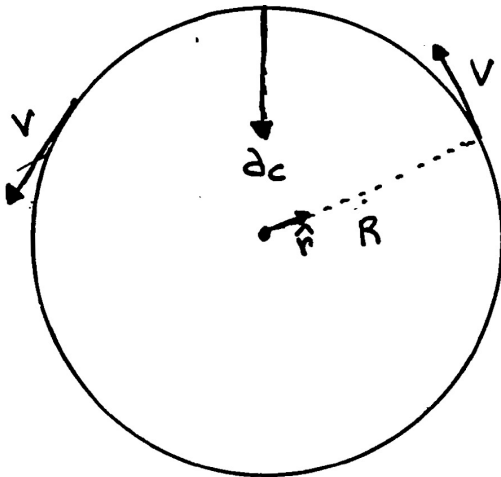
- L'ACCELERAZIONE È DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA (ACCELERAZIONE CENTRIPETA)

$\underline{v}$  è costante in modulo, ma cambia direzione ad ogni istante

$$\vec{a}_c = -\frac{v^2}{R} \hat{r} = -\omega^2 R \hat{r} \quad (\omega = \frac{v}{R} \text{ velocità angolare})$$

- SE VI È UN'ACCELERAZIONE DEVE ESISTERE ANCHE UNA FORZA RESPONSABILE DELLA STESSA, CHE SI CHIAMA FORZA CENTRIPETA

$$\vec{F}_c = m \vec{a}_c = -m \frac{v^2}{R} \hat{r} = -m \omega^2 R \hat{r}$$



ESEMPI: SASSO LEGATO AD UNA CORDA  $\Rightarrow$  TENSIONE DELLA CORDA

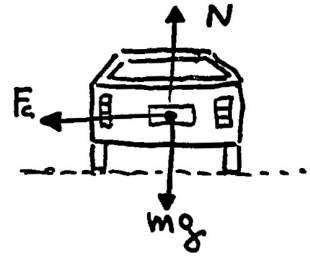
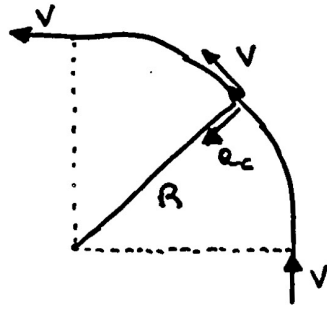
TERRA CHE RUOTA INTORNO AL SOLE  $\Rightarrow$  FORZA GRAVITAZIONALE

AUTOMOBILE IN CURVA  $\Rightarrow$  ATTRITO DELLE RUOTE CON L'ASFALTO

N.B. OGNI QUAL VOLTA UN CORPO CAMBIA DIREZIONE DELLA VELOCITÀ È PRESENTE UNA FORZA CENTRIPETA PARI A:

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad (R = \text{raggio di curvatura della traiettoria})$$

# AUTOMOBILE IN CURVA SU STRADA ORIZZONTALE SCABRA



- L'AUTOMOBILE FA UNA CURVA  $\Rightarrow$  ACCELERAZIONE CENTRIPETA  $\Rightarrow$  FORZA CENTRIPETA
- LA FORZA CENTRIPETA E' FORNITA DALLA FORZA DI ATTRITO STATICO TRA LE RUOTE E L'ASFALTO

$$a_c = m \frac{v^2}{R} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = \text{raggio di curvatura della "curva"} \\ v = \text{velocità dell'automobile} \end{array} \right.$$

$$F_c = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot m g \quad (\text{N.B. } \mu_s \text{ è sempre } < 1)$$

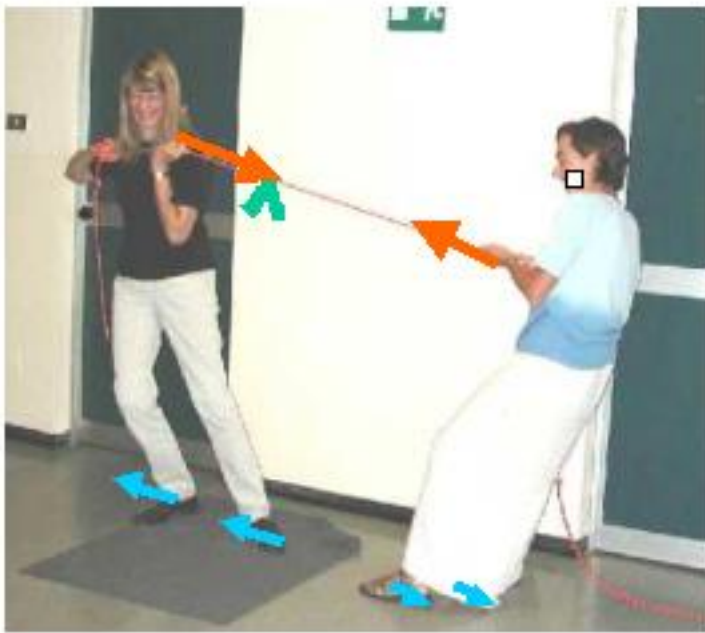
$$\Rightarrow F_c = m \cdot a_c \Rightarrow \cancel{\mu_s} \cdot \cancel{m} g = \cancel{m} \frac{v^2}{R}$$

# Continua...

- POSSIAMO RICAVALRE IL VALORE MASSIMO PER  $V$  AL DI LA' DEL QUALI L'ATTRITO NON RIESCE A FORMARE LA FORZA CENTRIFUGA NECESSARIA E L'AUTOMOBILE PARTE PER LA TANGENTE :-C !

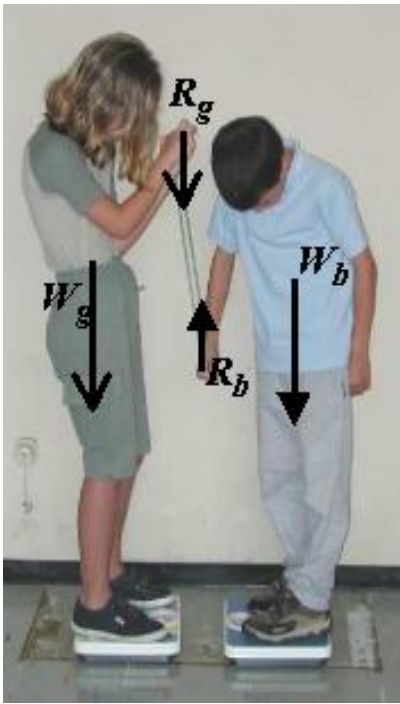
$$V_{\max}^2 \leq R \cdot \mu_s \cdot g \Rightarrow \boxed{V_{\max} \leq \sqrt{\mu_s R g}}$$

- COSA SUCCEDERE NEL CASO DI STRADE GHIACCIALE QUANDO  $\mu_s \approx 0$ ? A COSA SERVONO LE CATENE?



fissare la bandierina a metà della fune. Chiedere a due studenti di afferrare le due estremità della fune, poi di allungarla e tirarla in direzioni opposte stando in posizioni fisse sul pavimento. Ciascun studente deve provare a trascinare l'altro verso la sua posizione avanzando con la sua presa sulla fune fino a raggiungere la bandierina. In un primo tempo lasciare che tirino la fune stando su un pavimento liscio, poi chieder loro di ripetere l'esercizio dopo aver messo la stuoia antiscivolo sotto i piedi di uno dei due studenti, preferibilmente il "più debole".

- *forza e interazione*: le forze "visibili" sono le forze muscolari applicate dagli studenti alla fune, ma ci sono molte altre forze (la forza elastica, le forze applicate dagli studenti al pavimento e dal pavimento ai piedi, le forze di gravità, ecc.)
- ogni forza agisce lungo una data *direzione*,
- quando lo studente tira la fune, la fune applica a lui/lei una forza opposta (freccia rossa), per il principio di *azione e reazione*,
- poiché lo studente spinge sul pavimento, il pavimento applica a lui/lei una forza opposta (frecce blu), per il principio di *azione e reazione*,
- la *composizione* delle frecce blu e rosse dà come risultante la forza applicata allo studente,
- poiché la fune applica forze uguali alle due estremità, le frecce rosse sono uguali e opposte, le forze che sono differenti sono quelle applicate dal pavimento (frecce blu) e "vince" lo studente che riesce ad applicare la forza maggiore al pavimento,



- misurare prima con le bilance i pesi dei due bambini, poi far tirare verso il basso un elastico robusto da uno dei due bambini, mentre l'altro tira l'elastico verso l'alto: il peso del bambino che spinge in giù diminuirà, mentre il peso dell'altro aumenterà della stessa quantità. Con la riga pieghevole, misurare la lunghezza dell'elastico e verificare che la forza applicata è uguale alla variazione della forza-peso di ciascun bambino.

*forza e interazione*: nella pesata iniziale, le bilance misurano i pesi dei due bambini, cioè le *forze di gravità*  $W_b$  e  $W_g$ ,

la forza di gravità ha la *direzione* della verticale,

quando il bambino tira l'elastico verso il basso, applica all'elastico una forza diretta verso il basso, ma l'elastico gli applica a sua volta una *forza*  $R_b$  diretta verso l'alto (*azione e reazione*),

la *composizione* delle due forze opposte dà come risultato una forza più piccola di  $W_b$ , quando la bambina tira verso l'alto l'elastico, applica all'elastico una forza verso l'alto, ma l'elastico le applica a sua volta una *forza*  $R_g$  diretta verso il basso (*azione e reazione*), la *composizione* delle due forze dà come risultato una forza più grande di  $W_g$ .

NB: mettere in direzione orizzontale l'elastico e tirare: la forza elastica è orizzontale → la forza verticale non cambia (attenzione alla direzione)

# Schemi mentali sul moto

- Esperienza comune: le forze sono causa di moto
- **Sembra che** le forze servano ad imprimere una certa velocità e cessata l'azione della forza il corpo tenda a restare fermo (fisica di Aristotele)
- Normalmente presente in età prescolare poiché necessaria ma anche sufficiente per l'organizzazione mentale del bambino
  - Questo schema sussiste, se non corretto, anche in età adulta
- Solo Galilei ha mostrato che non è vero che per tenere un corpo a velocità costante occorre un'azione esterna.
- Agire su questi schemi con domande:
  - Cosa succede quando si va in bicicletta in pianura e si smette di pedalare?
  - Quale distanza si percorre prima di fermarsi?
  - Ciò dipende dal terreno?
  - Lanciare una moneta lungo un tavolo di legno? Di plastica?
  - Ci si ferma prima se si va ad una certa velocità in bicicletta, sugli sci, sui pattini?
  - Perché è difficile fermarsi sul ghiaccio? Su una macchia d'olio?
  - Quanta forza bisogna esercitare per spostare una scatola pesante su un marciapiede? Su piastrelle? Questa forza dipende dal peso della scatola?

# Forze e moto

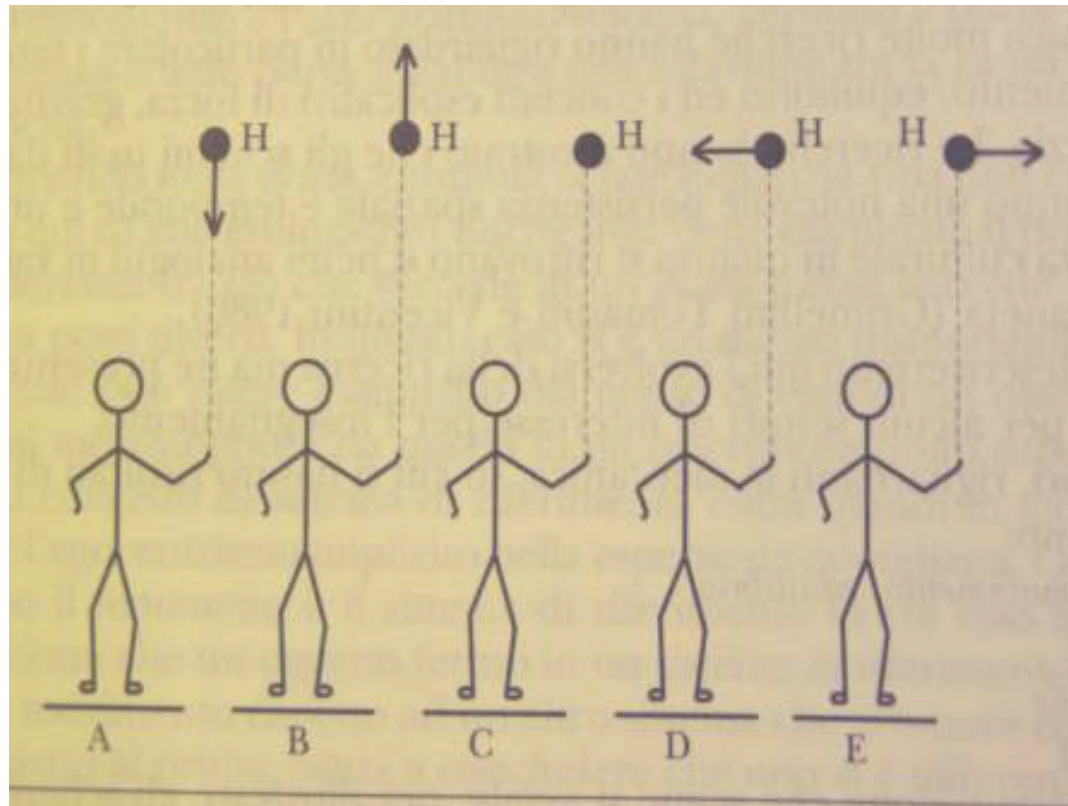
- Un oggetto fatto scivolare su una strada **sterrata**, sull'**asfalto** ed infine sul **ghiaccio**.
- Emerge l'idea che **la forza non serve per mantenere il moto ma per cambiarlo!**
- Una forza (p.es. la forza d'attrito) serve per cambiare la velocità dell'oggetto.
- Un oggetto che si muove su una superficie senza attrito tende a continuare a muoversi con la stessa velocità.
- UNA FORZA FA VARIARE LA VELOCITÀ AUMENTANDOLA O DIMINUENDOLA. **NON È QUINDI LEGATA ALLA VELOCITÀ MA ALLA SUA VARIAZIONE, CIOÈ ALL'ACCELERAZIONE.**
- Prima legge di Newton (**Principio d'inerzia**): un corpo non soggetto a forze esterne, persiste nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.  
(quando si trova in stato di quiete, rimane in stato di quiete, e quando si trova in movimento continua a muoversi in moto uniforme rettilineo)

# Concezioni erranee

- Ragionamento spontaneo: spiegare il movimento con una forza dello stesso senso e l'“arresto” con un'assenza di forza.
- Percepire i moti come se ci fosse un “**capitale di forza**” che si estingue progressivamente con lo svolgersi del movimento.
- Se esiste una velocità in una data direzione, allora esiste una forza nella stessa direzione.
- Se la velocità di un mobile è nulla, la forza esercitata su di esso è anch'essa nulla.
- Se le velocità sono diverse per direzione e/o modulo, o più in generale se i movimenti di due mobili sono diversi, allora le forze esercitate su di essi sono diverse.

# Il giocoliere

- Un sasso viene lanciato in alto.
- Quale figura rappresenta meglio la **forza** sul sasso nel punto più alto?



# Il giocoliere

Sei palle lanciate da un giocoliere si trovano alla stessa quota, ma con velocità diverse.

Dire se le forze sono

- A) tutte uguali
- B) tutte diverse
- C) alcune uguali altre diverse
- D) i dati forniti sono insufficienti

