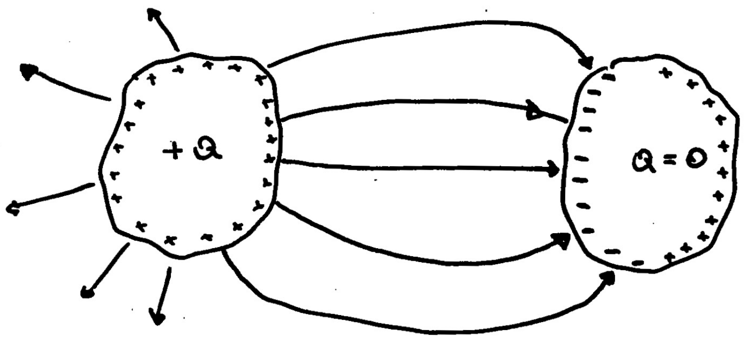
Lez 19 021215

Condensatore

- PRENDIAMO DUE CONDUTTORI QUALSIASI:



Supponiamo che uno possieda una carica Q

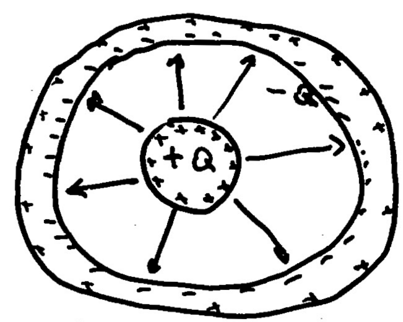
- UNA PARTE DELLE LINEE DI FORZA CHE ESCONO DAL PRIMO CONDUTTORE FINISCONO SUL SECONDO PROVOCANDO UNO SPOSTAMENTO DI CARICHE (INDUZIONE ELETTROSTATICA)

- NEL CASO IN CUI TUTTE LE LINEE DI FORZA CHE ESCONO DAL PRIMO CONDUTTORE FINISCONO SUL SECONDO, SI HA L'INDUZIONE COMPLETA.

- SI DICE ALLORA CHE I DUE CONDUTTORI COSTITUISCONO LE ARMATURE DI UN CONDENSATORE

- LE CARICHE PRESENTI SULLE DUE ARMATURE HANNO LO STESSO MODULO MA SEGNI DIVERSI

Esempio: condensatore sferico



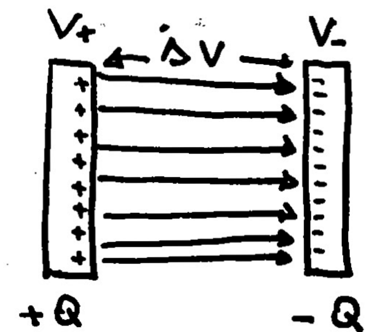
Capacita' del condensatore

- TRA LE DUE ARMATURE VI E' INDUZIONE COMPLETA
- LE CARICHE SULLE DUE ARMATURE SONO UGUALI (IN MODULO)
- IL CONDUTTORE CON CARICA +Q HA POTENZIALE V_+

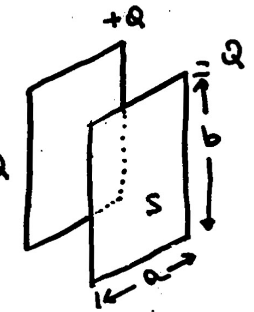
  " " " " $-Q$ " " V_-
- TRA LE DUE ARMATURE VI E' UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE $\Delta V = V_+ - V_-$
- SI DEFINISCE LA CAPACITA' DEL CONDENSATORE COME:

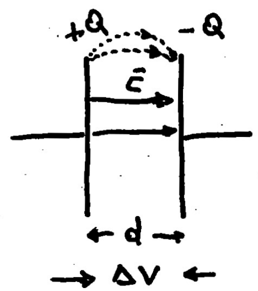
$$C = \frac{Q}{|\Delta V|}$$

- LA CAPACITA' C E' INDIPENDENTE DALLA CARICA E DALLA d.d.p., MA DIPENDE SOLO DALLA GEOMETRIA DELLE ARMATURE, DALLA POSIZIONE RECIPROCA E DAL MATERIALE TRA LE ARMATURE
- LA CAPACITA' SI MISURA IN COULOMB / VOLT = FARAD
- IL FARAD [F] E' UN'UNITA' DI MISURA MOLTO GRANDE



Condensatore piano





- CONSIDERIAMO DUE SUPERFICI PIANE DI AREA S DISTANTI d
- SU UN'ARMATURA ABBIAMO LA CARICA +Q E SULL'ALTRA −Q
- LA DENSITA' DI CARICA VALE $\sigma = \frac{Q}{S}$
- FACCIAMO L'APPROSSIMAZIONE DI PIANO INFINITO; E' VALIDA SE $d \ll a$; $d \ll b$
- IL CAMPO ELETTRICO VALE $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ TRA LE DUE ARMATURE E ZERO FUORI.
- TRASCURIAMO GLI EFFETTI AI BORDI (ASSUMIAMO $\vec{E}$ UNIFORME)

$$\Delta V = E \cdot d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot d = \frac{Q}{S} \frac{d}{\varepsilon_0}$$

- LA CAPACITA' DEL CONDENSATORE VALE:

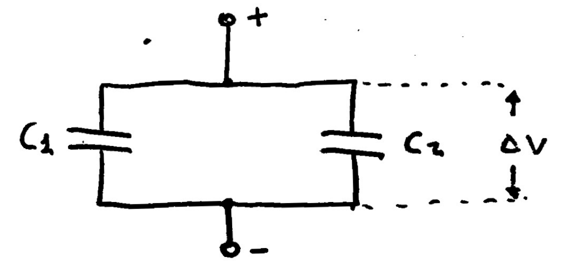
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Q \frac{d}{S\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$

dipende solo dalla geometria dei conduttori

Condensatori in parallello

- LA d.d.p. ΔV AI CAPI DI CIASCUN CONDENSATORE È LA STESSA
LE ARMATURE DEI DUE CONDENSATORI SONO COLLEGATE TRAMITE UN FILO CONDUTTORE, QUINDI DIVENTANO UN UNICO CONDUTTORE E DEVONO AVERE LO STESSO POTENZIALE.



- SIA Q_1 E Q_2 LA CARICA DI C_1 E C_2

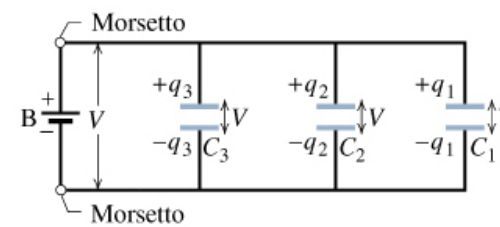
$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad ; \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

LA CARICA TOTALE CONTENUTA NEL SISTEMA DEI DUE CONDENSATORI:

$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V = (C_1 + C_2)\Delta V$$

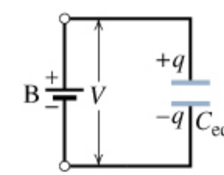
QUINDI I DUE CONDENSATORI EQUIVALGONO AD UN UNICO CONDENSATORE DI CAPACITÀ EQUIVALENTE:

$$C_{eq} = \frac{Q_{TOT}}{\Delta V} = \frac{(C_1+C_2)\Delta V}{\Delta V} = C_1 + C_2$$



(a)

LE CAPACITÀ DI CONDENSATORI IN PARALLELO SI SOMMANO.



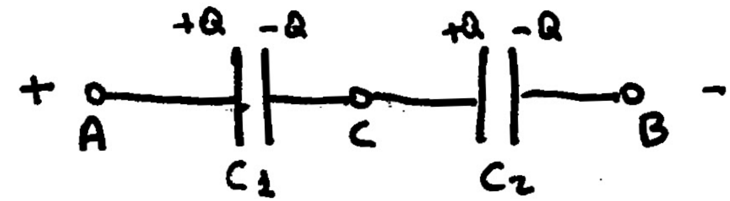
(b)

NEL CASO DI n CONDENSATORI IN PARALLELO SI HA:

$$C_{eq} = \sum_{i}^{n} C_i = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

Condensatori in serie

- NEL CASO DI CONDENSATORI IN SERIE LA CARICA SU CIASCUNA ARMATURA DEL CONDENSATORE (IN MODULO) È LA STESSA.



- LA d.d.p. V_{AB} È UGUALE A:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \underbrace{V_A - V_C}_{\Delta V_1} + \underbrace{V_C - V_B}_{\Delta V_2}$$

- $\Delta V_1 = \dfrac{Q}{C_1}$; $\Delta V_2 = \dfrac{Q}{C_2}$

QUINDI:

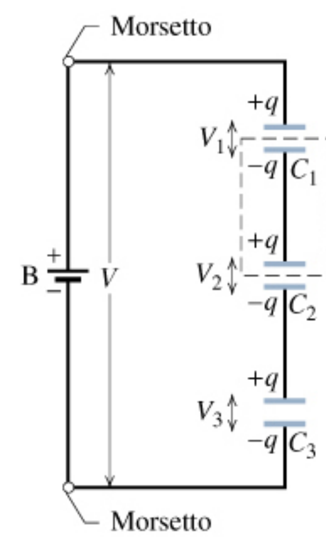
$$V_{AB} = \Delta V_{TOT} = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

IL SISTEMA DI DUE CONDENSATORI IN SERIE È EQUIVALENTE A:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{\Delta V_{TOT}}{Q} = \frac{Q}{Q}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

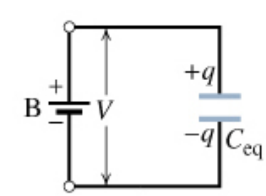
N.B. $C_{eq} < C_1$; $C_{eq} < C_2$



(a)

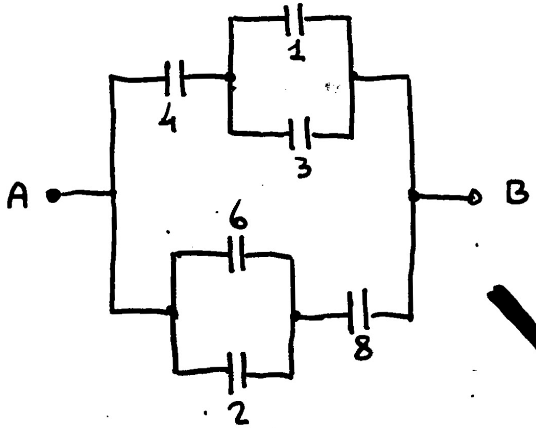
NEL CASO DI n CONDENSATORI IN SERIE SI HA:

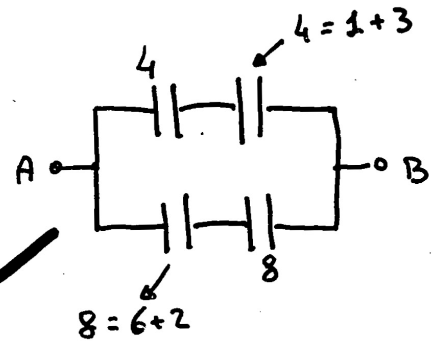
$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{1}^{n} i \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$



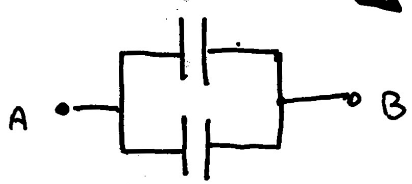
Circuiti equivalenti

• LE CAPACITA' SONO ESPRESSE IN μF

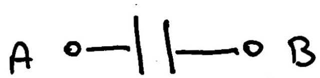




$2 = \frac{4 \cdot 4}{4+4} = \frac{4}{2}$



$4 = \frac{8 \cdot 8}{8+8} = \frac{8}{2}$

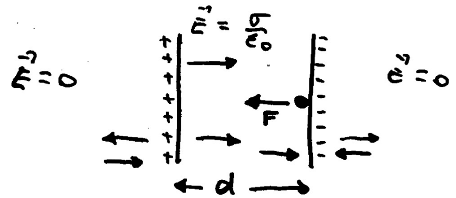


$C_{eq} = 4+2 = 6\ \mu F$

IL CIRCUITO DI 6 CONDENSATORI E' EQUIVALENTE AD UN UNICO CONDENSATORE DI CAPACITA' EQUIVALENTE PARI A 6 μF

E.

DUE LASTRE DI METALLO AFFACCIATE, POSTE ALLA DISTANZA DI 10 cm, SONO CARICATE CON UNA DENSITA' DI CARICA UNIFORME ED OPPOSTA, PARI (IN MODULO) A $10^{-8}\ C/m^2$. UN ELETTRONE (DI CARICA $e = -1.6\cdot 10^{-19}\ C$ E MASSA $m = 9.1\cdot 10^{-31}\ Kg$) SI TROVA IN QUIETE IN PROSSIMITA' DELLA LASTRA CARICA NEGATIVAMENTE. CON QUALE VELOCITA' COLPIRA' LA LASTRA A CARICA POSITIVA? DOPO QUANTO TEMPO?



ipotesi di lastre infinite
(condensatore piano)

- OGNI LASTRA PRODUCE NELLO SPAZIO IL CAMPO $\vec{E} = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$
  IL CAMPO E' NULLO FUORI DALLE ARMATURE E VALE $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ TRA LE ARMATURE DIRETTO DALLA LASTRA POSITIVA A QUELLA NEGATIVA.

- LA FORZA SULL'ELETTRONE VALE $\vec{F} = -e\vec{E}$ DIRETTA IN VERSO OPPOST.

$$L = \vec{F}\cdot\vec{s} = eEd = \Delta K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2eEd}{m}} = \sqrt{\frac{2*1.6*10^{-19}*10^{-8}*0.1}{9.1*10^{-31}*8.85*10^{-12}}} = \sqrt{\frac{2*1.6*0.1}{9.1*8.85}\cdot 10^{-19-8+31+1}}$$

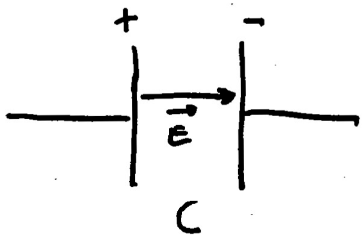
$$v = 0.063\cdot 10^{8} = 6.3\cdot 10^{6}\ m/s \quad < \quad c = 3.10^{8}\ m/s$$

- IL MOTO E' UNIFORMEMENTE ACCELERATO, QUINDI

$$s = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \quad ; \quad a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{e\sigma}{m\varepsilon_0} = \frac{1.6*10^{-19}*10^{-8}}{9.1*10^{-31}*8.85\cdot 10^{-12}} = \frac{1.6}{9.1*8.85}\cdot 10^{-19-8+31+12} = 1.99\cdot 10^{14}\ m/s^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0.1}{1.99\cdot 10^{14}}} = 3.2\cdot 10^{-8}\ s = \underline{32\ ns}$$



Energia immagazzinata in un condensatore

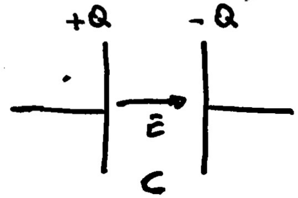
- PRENDIAMO UN CONDENSATORE DI CAPACITA' C
- PRENDIAMO UNA CARICA ELEMENTARE dQ E SPOSTIAMOLA DA UN'ARMATURA ALL'ALTRA
- SE LA d.d.p. TRA LE ARMATURE È V, LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE DELLA CARICA dq VALE:

$$dU = V \cdot dq$$

- LA VARIAZIONE DELL'ENERGIA POTENZIALE È PARI AD UN LAVORO FATTO SUL SISTEMA

$$dL = dU = V\,dq$$

- LE CARICHE GIA PRESENTI SULL'ARMATURA CREANO UN CAMPO CHE SI OPPONE ALL'ACCUMULO DI ALTRA CARICA, QUINDI IL LAVORO CHE FACCIAMO PER "CARICARE" IL CONDENSATORE AUMENTA ALL'AUMENTARE DELLA CARICA



Energia del condensatore

- LAVORO ELEMENTARE PER SPOSTARE LA CARICA dq DA UN'ARMATURA ALL'ALTRA

$$dL = V\,dq$$

- MA DATO CHE $V = \frac{q}{C}$ [q = carica già presente sul condensatore]

$$dL = V\,dq = \frac{q}{C}\,dq$$

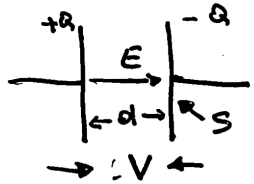
- PER CALCOLARE IL LAVORO TOTALE PER SPOSTARE L'INTERA CARICA Q DA UN'ARMATURA ALL'ALTRA SI FA:

$$L = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{1}{C}\,\frac{q^2}{2}\Big|_0^Q = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C}$$

- IL LAVORO FATTO VIENE IMMAGAZZINATO COME ENERGIA ELETTROSTATICA DAL CONDENSATORE E VIENE "RESTITUITO" IN FASE DI SCARICA

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\,C V^2}$$

Dov'e' immagazzinata E?



$$C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$$

$$V = E \cdot d$$

- $U = \frac{1}{2} C V^2 =$

$$= \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \frac{S}{d}\right)\left(E \cdot d\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot S \cdot d \cdot E^2$$

- $S \cdot d$ E' IL VOLUME CONTENUTO ALL'INTERNO DEL CONDENSATORE NELLE NOSTRE APPROSSIMAZIONI E' L'UNICA REGIONE DELLO SPAZIO IN CUI E' PRESENTE IL CAMPO ELETTRICO.

- DIVIDIAMO L'ENERGIA DEL CONDENSATORE PER IL SUO VOLUME

$$\boxed{u = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

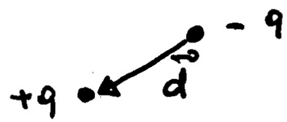
- $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ E' LA DENSITA' DI ENERGIA ELETTROSTATICA.

- IL RISULTATO HA VALIDITA' GENERALE. OGNI QUALVOLTA NELLO SPAZIO E' PRESENTE UN CAMPO ELETTRICO, VI E' ASSOCIATA UN'ENERGIA ELETTROSTATICA LA CUI DENSITA' DI ENERGIA VALE:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

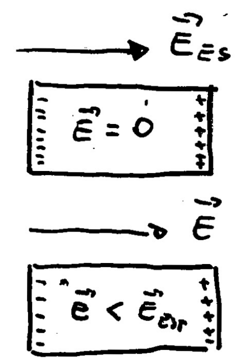
Dielettrici

- IL DIELETTRICO È UN MATERIALE NON CONDUTTORE, OVVERO È UN ISOLANTE.
- LE CARICHE NON POSSONO MUOVERSI LIBERAMENTE
- I DIELETTRICI POSTI IN UN CAMPO ELETTRICO POSSONO, SEBBENE SIANO DEGLI ISOLANTI, MODIFICARE IL CAMPO $\vec{E}$
- IL CAMPO $\vec{E}$ ESTERNO PROVOCA UNA DEFORMAZIONE DELLE MOLECOLE ED UN'ORIENTAMENTO, IN MODO TALE CHE A LIVELLO MACROSCOPICO IL MATERIALE ACQUISTA UN MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO



$$\vec{p} = q\vec{d}$$

- IL DIPOLO ELETTRICO INDOTTO GENERA UN CAMPO ELETTRICO IN VERSO OPPOSTO AL CAMPO $\vec{E}$ ESTERNO CHE HA "CREATO" IL DIPOLO.

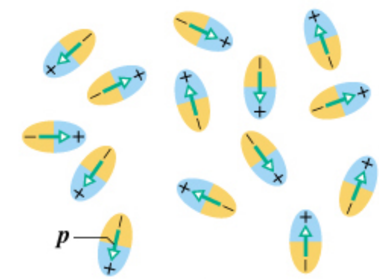


CONDUTTORE

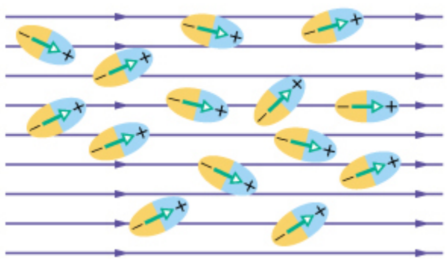
DIELETTRICO

Polarizzazione nei Dielettrici

- Nei dielettrici perfetti non si hanno cariche in movimento. Questo perché i legami atomici sono così forti da impedire il moto degli elettroni e quindi si dice che hanno conducibilità nulla e rigidità dielettrica infinita. Molte sostanze reali (ceramiche, vetri,…) hanno conducibilità molto prossima allo zero.
- Se poniamo un dielettrico in un campo elettrico, le cariche elettriche positive vengono “spinte” nella direzione del campo e quelle negative nella direzione opposta. Le forze di legame nel dielettrico contrastano questa azione fino la raggiungimento di uno stato di equilibrio. Cioè nasce un momento di dipolo globale del corpo. Il momento di dipolo risultante per unità di volume è detto polarizzazione *P*.



(a)

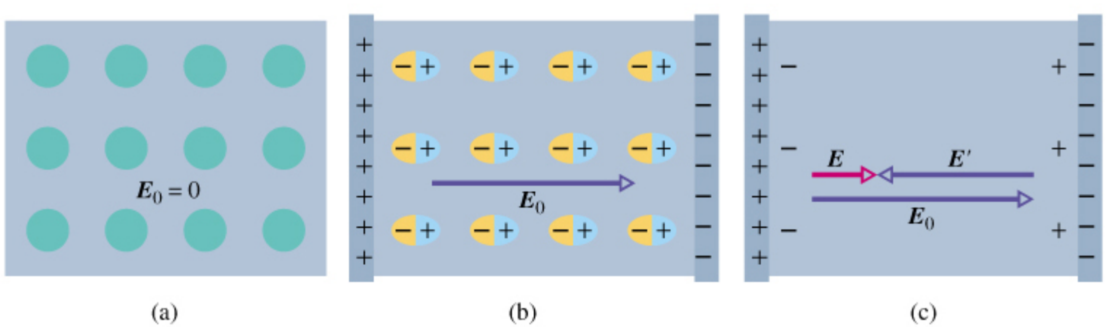


(b)

- Il dipolo totale genera un campo elettrico non nullo che si oppone al campo esterno ***E***. Per questo motivo la costante dielettrica e del mezzo è maggiore di quella ε_0 del vuoto.
- Se il dielettrico è formato da molecole polari, queste tendono ad orientarsi nel verso del campo elettrico producendo ancora un momento di dipolo elettrico non nullo che porta ancora alla formazione di un fenomeno di polarizzazione.

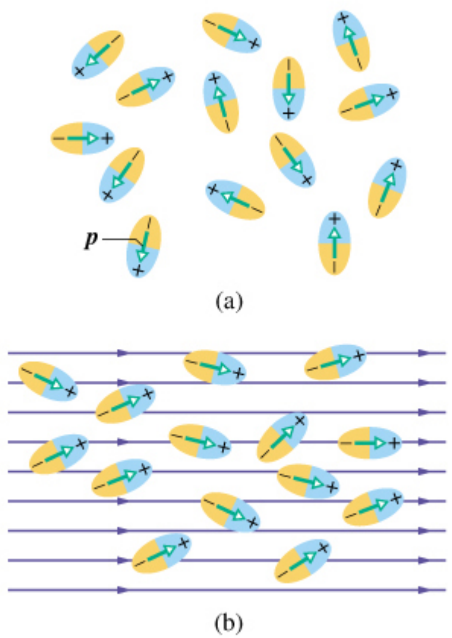
Polarizzazione di dielettrici apolari

- In assenza di campo elettrico esterno ***E*** le molecole della sostanza hanno simmetria di carica (vedi figura *a*): siamo in assenza di dipoli
- Imponendo un campo elettrico esterno ***E***, la distribuzione di carica a livello atomico viene deformata generando nel dielettrico dei dipoli elettrici (detti dipoli indotti)
- La relazione fra la polarizzazione P (momento di dipolo per unità di volume) e il campo elettrico $\boldsymbol{E}_0$ è: $P=n\boldsymbol{p}_a=n\alpha\varepsilon_0\boldsymbol{E}_0$ dove n è il numero di atomi (o molecole) per unità di volume, $\boldsymbol{p}_a$ è il momento di dipolo atomico (o molecolare) indotto ed α è detta polarizzabilità del dielettrico.
- La polarizzazione a sua volte produce un campo elettrico ***E'*** che si oppone al campo $\boldsymbol{E}_0$. La risultante ***E*** è il campo elettrico effettivo presente all'interno del dielettrico



Polarizzazione di dielettrici polari

- I dipoli elementari, presenti in un dielettrico polare, in assenza di campo elettrico esterno ***E*** sono orientati caoticamente, determinando un campo elettrico interno totale nullo e un momento di dipolo totale nullo
- La polarizzazione di un dielettrico in presenza di campo elettrico esterno ha comportamento diverso con la temperatura a seconda se la sostanza sia polare o meno.
- Se la sostanza è polare, un aumento di temperatura causa un maggior moto di agitazione termica delle molecole e quindi l'orientamento relativo dei singoli dipoli è meno ordinato e quindi il momento di dipolo totale risultante è minore



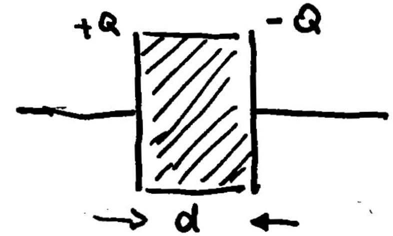
- Per le molecole apolari (polarizzazione per deformazione), la temperatura ha un ruolo marginale
- Come abbiamo visto in precedenza, per il singolo dipolo elettrico, l'imposizione di un campo esterno ***E*** causa l'orientazione comune dei dipoli,

Cond in presenza di un dielettrico

- L'EFFETTO DEL DIELETTRICO È DI AUMENTARE LA CAPACITÀ DEL CONDENSATORE
- $E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ [campo E nel vuoto in assenza di dielettrico]
- $E_p = -\alpha E_0$; $0 < \alpha < 1$ [campo generato dal dipolo elettrico indotto dal campo E_0]

$E = E_0 + E_p = E_0 - \alpha E_0 = E_0 (1-\alpha)$ [campo E totale presente nel dielettrico]

COSTANTE DIELETTRICA RELATIVA ε_r (K SUL SERWAY)



$$\varepsilon_r = \frac{1}{1-\alpha} > 1$$

$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$ [il campo E in presenza del dielettrico è minore del campo E_0 che si aveva nel vuoto]

$V = E d = \frac{E_0}{\varepsilon_r} d = \frac{V_0}{\varepsilon_r}$ [$V_0 = E_0 d$]

$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{V_0} \varepsilon_r = \varepsilon_r C_0$ [C_0 = capacità in assenza di dielettrico]

$$\boxed{C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d}}$$

LA CAPACITÀ È AUMENTATA DI UN FATTORE ε_r

Rigidita' elettrica

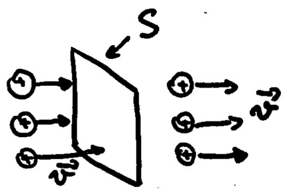
- I dielettrici sono isolanti e pertanto non conducono corrente.
- Tuttavia, se la differenza di tensione ai suoi estremi supera un certo valore critico, V_{max} (detto potenziale disruptivo), il dielettrico cede bruscamente, liberando una grande quantita' di carica, che da luogo a cammini conduttivi attraverso cui avviene una scarica elettrica (come nei fulmini, in cui il dielettrico e' l'aria, le nubi e il terreno le armature di un condensatore carico: la scarica avviene quando la ddp tra nube e suolo eccede il la rigita' elettrica dell'aria).
- Da un punto di vista microscopico, cio' accade perche' il campo elettrico associato alla ddp diventa cosi' intenso da strappare gli elettroni esterni degli atomi e molecole del dielettrico che diventano percio' liberi di muoversi nel volume del mezzo, lasciando regioni di carica spaziale (ioni positivi fissi o poco mobili perche' molto piu' pesanti) che costituiscono cammini conduttivi per le cariche libere...il mezzo diventa bruscamente conduttivo

Materiale	Cost dielettrica	Rigidita' elettrica (kV/mm)
Aria	1.0054	3
Polistirene	2.6	24
Carta	3.5	16
Vetro pyrex	4.7	14

Corrente elettrica

- UN MOVIMENTO CONCORDE DI CARICHE ELETTRICHE DELLO STESSO SEGNO DA ORIGINE ALLA CORRENTE ELETTRICA.

- CONSIDERIAMO DELLE CARICHE CHE ATTRAVERSANO UNA DATA SUPERFICIE S



- SI DEFINISCE CORRENTE LA QUANTITA' DI CARICA CHE ATTRAVERSA LA SUPERFICIE PER UNITA' DI TEMPO

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- LA DEFINIZIONE RIGOROSA E':

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

- LA CORRENTE SI MISURA IN COULOMB/SECONDO = AMPERE [A

- L'AMPERE (A) E' L'UNITA' DI MISURA FONDAMENTALE DEI FENOMENI ELETTRICI

- SI SCEGLIE PER CONVENZIONE COME VERSO DI SCORRIMENTO DELLA CORRENTE QUELLO DEL MOTO DELLE CARICHE POSITIVE

Corrente elettrica

- La corrente elettrica è un flusso netto e ordinato di cariche elettriche all'interno di un conduttore. La sua intensità è definita dalla legge:

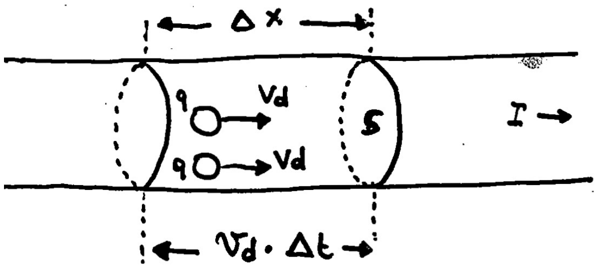
$$\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$$

- In base alla dipendenza temporale di i:
  - $i(t)$ = cost → è detta stazionaria
  - $i = i(t)$ → è detta variabile
  - $i = i_0 \cdot \sin(\omega t)$ → è detta alternata
- L'unità di misura della corrente è l'Ampere (simbolo A). Dalla definizione di i potremmo dire che in un conduttore passa una corrente di un Ampere quando in un secondo transita una carica di un Coulomb.
- Ma in realtà nel S.I. la corrente elettrica è presa come grandezza fondamentale (e l'Ampere come sua unità di misura) e il coulomb può essere di conseguenza definito dalla: $q = \int i(t)\, dt$
- Essendo la corrente elettrica un flusso di cariche elettriche in un conduttore occorre definire il verso di tale flusso. Per convenzione si prende il verso di i concorde con il moto delle cariche positive.
- In un metallo i portatori liberi di carica sono gli elettroni, e quindi la corrente avrà verso opposto al moto effettivo dei portatori di carica

Densita' di corrente

- CONSIDERIAMO UN FILO CONDUTTORE DI SEZIONE S ATTRAVERSATO DALLA CORRENTE I

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



- ΔQ E' LA QUANTITA' DI CARICA CHE ATTRAVERSA LA SEZIONE S NEL TEMPO Δt
- ΔQ E' LA CARICA CONTENUTA NEL CILINDRO DI BASE S ED ALTEZZA $\Delta x = v_d \cdot \Delta t$
- v_d E' LA VELOCITA' DI DERIVA CON LA QUALE SI MUOVONO LE CARICHE NEL LORO INSIEME
- n = NUMERO DI PORTATORI DI CARICA PER UNITA' DI VOLUME

$$\Delta Q = n \cdot \text{Volume} \cdot q = n \cdot S \cdot \Delta x \cdot q = n \cdot S\, v_d \cdot \Delta t \cdot q$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n\, q\, v_d \cdot S$$

- DENSITA' DI CORRENTE J = CORRENTE PER UNITA' DI SUPERFICIE

$$J = \frac{I}{S} = n\, q\, v_d \quad \rightarrow \quad \vec{J} = n\, q\, \vec{v}_d$$

- VEDREMO CHE LA DENSITA' DI CORRENTE $\vec{J}$ E' UN VETTORE PROPORZIONALE AL CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$

Esempio

UN FILO DI RAME CON SEZIONE DI AREA $3.0 \cdot 10^{-6}\ m^2$ E' PERCORSO DA UNA CORRENTE DI 10.0 A. TROVARE LA VELOCITA' DI DERIVA DEGLI ELETTRONI IN QUESTO FILO. LA DENSITA' DEL RAME E' 8.95 g/cm³.

- PESO MOLECOLARE DEL RAME = 63.5 g/mole

- RICAVIAMO IL VOLUME OCCUPATO DA UNA MOLE DI RAME
  (1 mole di rame = $6.02 \cdot 10^{23}$ atomi)

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5\ g}{8.95\ g/cm^3} = 7.09\ cm^3$$

- OGNI ATOMO DI RAME FORNISCE UN ELETTRONE CHE PARTECIPA ALLA CONDUZIONE

$$n = \frac{6.02 \cdot 10^{23}\ \text{elettroni}}{7.09\ cm^3} = 8.48 \cdot 10^{22}\ \frac{\text{elettroni}}{cm^3} = 8.48 \cdot 10^{28}\ \frac{\text{elet.}}{m^3}$$

- $$I = n q v_d \cdot S \quad \Rightarrow \quad v_d = \frac{I}{nqS} =$$

$$= \frac{10.0\ C/s}{\left(8.48 \cdot 10^{28}\ m^{-3}\right)\left(1.6 \cdot 10^{-19}\ C\right)\left(3.0 \cdot 10^{-6}\ m^2\right)} = 2.46 \cdot 10^{-4}\ m/s$$

- LA VELOCITA' DI DERIVA E' MOLTO MINORE DELLA VELOCITA' DEL SINGOLO ELETTRONE

Resistenza elettrica

- NORMALMENTE IN UN FILO DI RAME NON CIRCOLA CORRENTE
- AFFINCHE' VI SIA UN PASSAGGIO DI CORRENTE OCCORRE CHE TRA I PUNTI A E B VI SIA UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE
- MISURANDO LA d.d.p. TRA DUE PUNTI A E B ΔV
E LA CORRENTE CHE PASSA TRA QUESTI DUE PUNTI I
SI DEFINISCE:

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

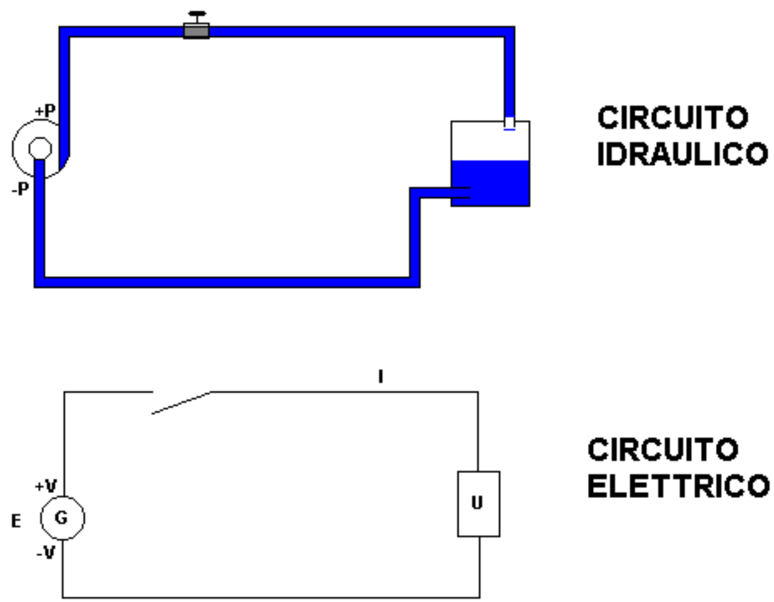
R È LA RESISTENZA TRA I DUE PUNTI A E B.

NEL S.I. SI MISURA IN OHM (Ω)

La corrente elettrica

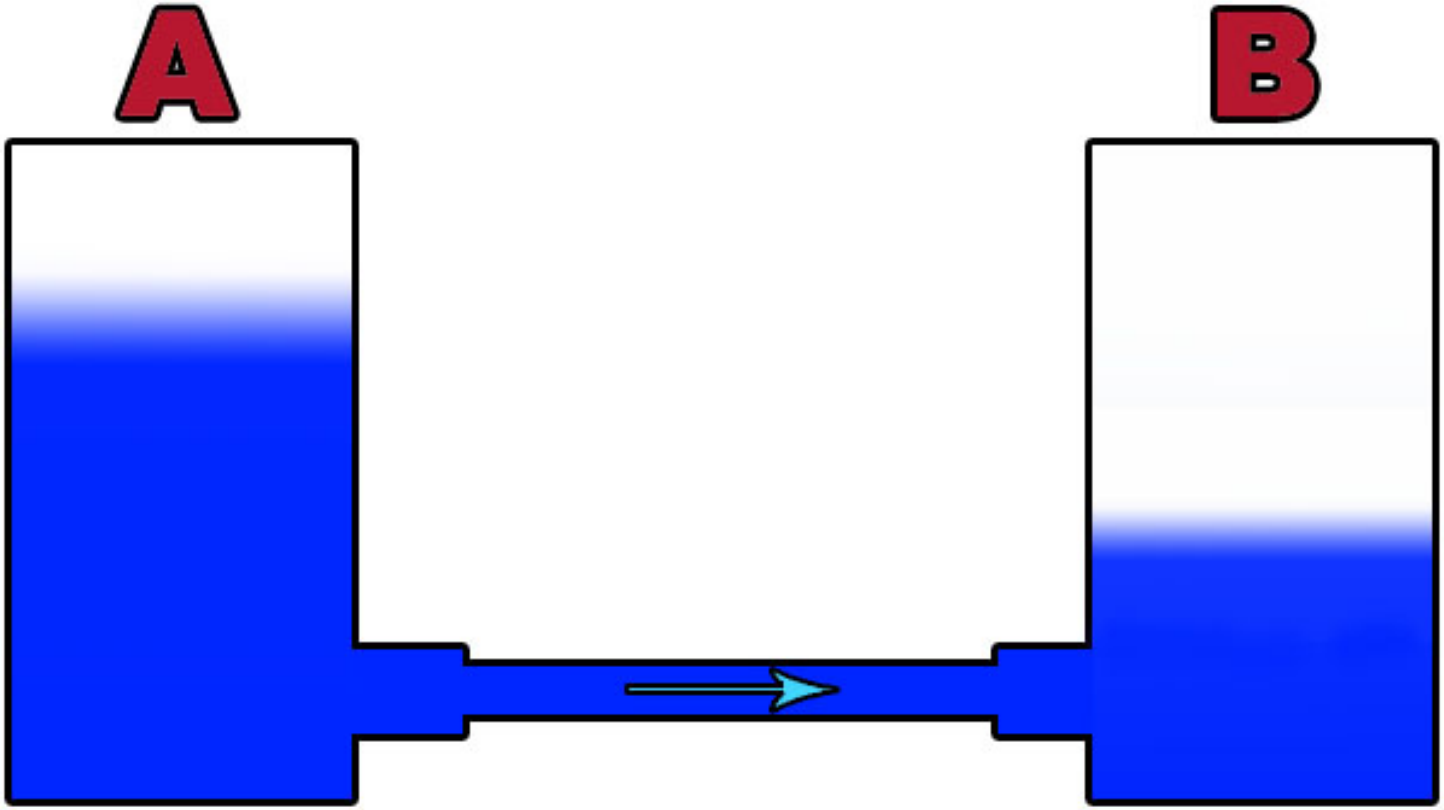
La corrente elettrica è determinata da cariche elettriche (elettroni) in movimento.

La corrente elettrica è per molti versi simile ha un liquido che attraversa un condotto idraulico:



Nel circuito idrico il liquido scorre spontaneamente verso il basso, ma per poter tornare nel recipiente c'è bisogno di una pompa che mantenga costante la differenza di livello tra il liquido nel recipiente e il tubo.

Nel circuito elettrico c'è bisogno di un **potenziale elettrico**, ossia di un numero tanto maggiore di cariche elettriche che si accumulano in un estremo del circuito, per generare una corrente elettrica.


A
B

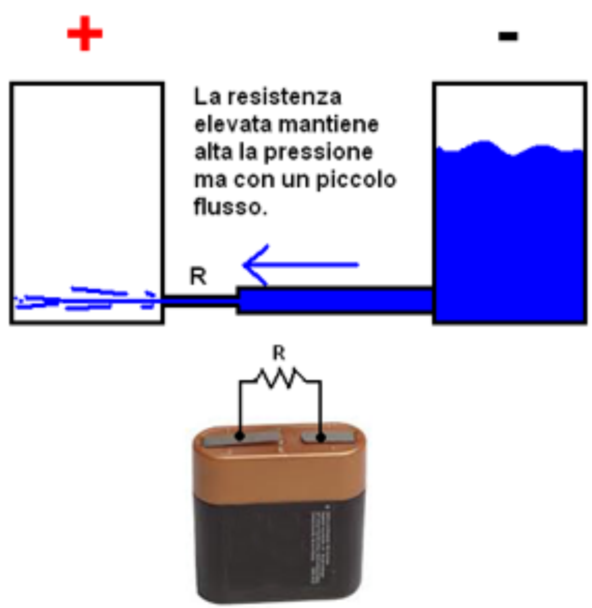
Così come nel circuito idrico è necessaria una pompa per mantenere il dislivello tra i due recipienti, nel circuito elettrico per mantenere la differenza di potenziale elettrico c'è bisogno di un **generatore** (es. pila).

La differenza di potenziale o tensione viene misurata in Volt (V);

La quantità di cariche che in un certo intervallo di tempo attraversa la sezione di un conduttore rappresenta l'intensità della corrente e si misura in ampere (I)

La resistenza elettrica e le leggi di Ohm

Ogni conduttore oppone una certa **resistenza** al passaggio della corrente elettrica. Questa resistenza è dovuta all'attrito tra gli elettroni e gli atomi del reticolo cristallino del conduttore.



Leggi di Ohm

- Applichiamo agli estremi di un conduttore metallico una *ddp* ΔV tramite un generatore di *fem*. All'interno del conduttore fluirà una corrente *i*.
- La prima legge di Ohm afferma che, mantenendo costanti le condizioni fisiche del conduttore (essenzialmente la temperatura), il rapporto fra la *ddp* imposta e la corrente che fluisce è costante:

$$R = \frac{\Delta V}{i}$$

- Tale costante è detta Resistenza del conduttore e si misura in ohm (simbolo Ω). Un conduttore ha resistenza di 1Ω quando è percorso da una corrente di un Ampere se ai suoi estremi è imposta una ddp di un Volt.
- Ovviamente la resistenza di un conduttore dipende anche dalle sue dimensioni fisiche (lunghezza, sezione). La seconda legge di Ohm esplicita la dipendenza della resistenza dalle caratteristiche geometriche del conduttore nella formula:

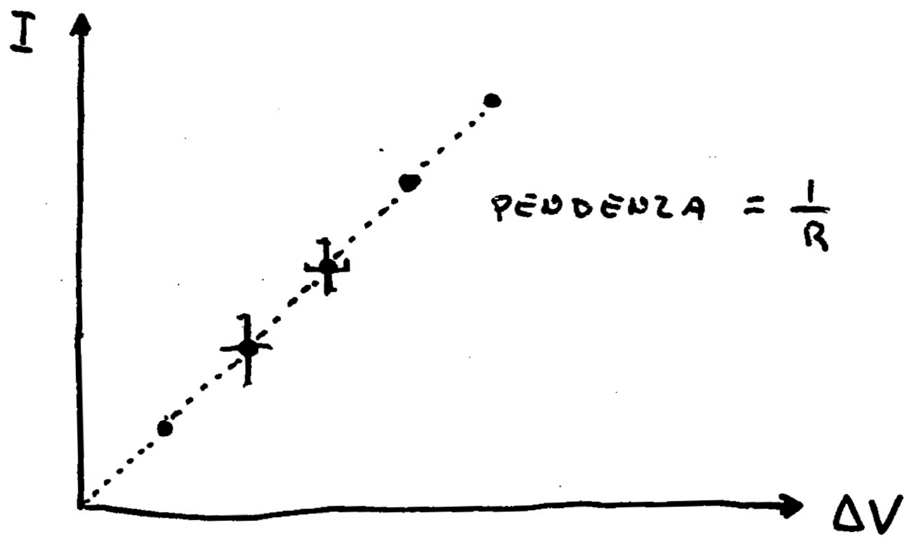
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- dove *l* è la lunghezza del conduttore, *S* la sua sezione e ρ è detta resistività, cioè la resistenza di un conduttore di sezione e lunghezza unitaria. ρ dipende dal materiale di cui è fatto il conduttore e dalla temperatura.

Legge di Ohm

$$\Delta V = R \cdot I$$

- I MATERIALI CHE SODDISFANO QUESTA RELAZIONE SI DEFINISCONO OHMICI
- NEI CIRCUITI ELETTRICI SI INSERISCONO ELEMENTI AVENTI UNA RESISTENZA DEFINITA (RESISTORI): SIMBOLO =



Seconda legge di Ohm

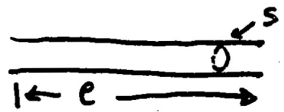
La seconda legge di Ohm afferma che la resistenza (R) di un conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza L e inversamente proporzionale alla sua sezione s.

$$R = \rho\, L/s$$

La resistenza dipende anche dal materiale di cui è fatto il conduttore e questa caratteristica è espressa dal simbolo ρ (rho).

Legge di Ohm

- SECONDA LEGGE DI OHM



$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

- ρ = RESISTIVITA', E' UNA CARATTERISTICA DEL MATERIALE
- $\sigma = 1/\rho$ = CONDUTTIVITA' ELETTRICA
- $$\Delta V = E \cdot \ell = R \cdot I = \rho \frac{\ell}{S} I = \rho \frac{\ell}{S} \cdot J \cdot S$$

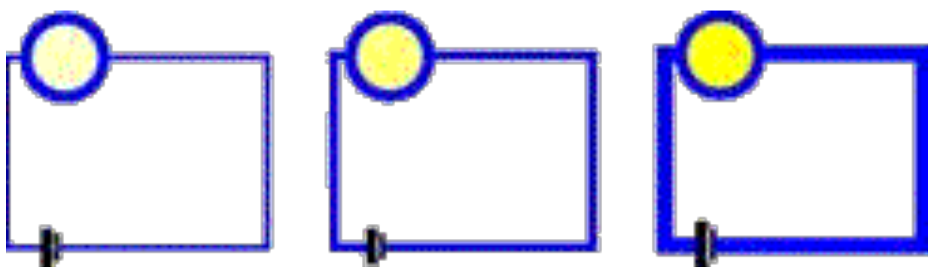
$$\boxed{\vec{E} = \rho \vec{J}}$$

- LA RESISTIVITA' E' UNA FUNZIONE DELLA TEMPERATURA

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) \right]$$

$$\Rightarrow \quad R = R_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) \right]$$

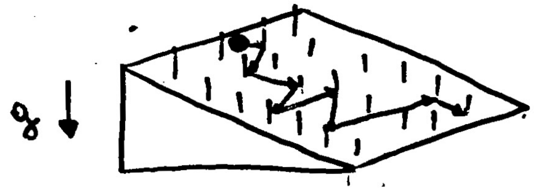
Aumentando la lunghezza del conduttore la resistenza aumenta, di conseguenza l'intensità della corrente diminuisce.



Aumentando la sezione del conduttore (lo spessore) la resistenza Diminuisce, di conseguenza l'intensità della corrente aumenta.

Modello di conduzione

- La corrente elettrica e' dovuta la moto ordinato di particelle cariche (elettroni nei materiali ohmici comuni) all'interno del conduttore.
- In assenza di campi elettrici (cioe' di diff di pot fra due punti del conduttore), il moto delle cariche elettriche e' completamente casuale in tutte le direzioni: esse urtano continuamente gli ioni del reticolo cristallino del conduttore, come le palline di un flipper rimbalzano fra i "funghetti" del flipper, a causa dell'agitazione termica. Esse cioe' possiedono una velocita' che varia casualmente nel tempo, v_o
- Questo significa che se prendiamo una qualsiasi sezione all'interno del conduttore, il numero di cariche l'attraversa in un verso per unita' di tempo e' uguale al quello che l'attraversa nel verso opposto → la carica netta che attraversa la sezione per unita' di tempo e' nulla → $i=0$.
- Quando applichiamo un campo E, le cariche vengono accelerate nel Δt fra due urti lungo la direzione del campo→ acquistano quindi una velocita' di deriva nella direzione del campo (nell'esempio del flipper, se incliniamo il piano, la gravita' tende a far scendere la pallina verso il fondo dove ci sono le pinne mobili (cfr. flippers in inglese)) → il numero di cariche per unita' di tempo attraverso una sezione nel verso del campo e' PIU' grande di quello nel verso opposto→ c'e' una corrente netta.



modellino meccanico

- SE UN CONDUTTORE E' SOTTOPOSTO AD UNA d.d.p. ALL'INTERNO SARA' PRESENTE UN CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ (N.B. NON SIAMO IN ELETTROSTATICA)

- UN ELETTRONE DI CARICA q E MASSA m SUBISCE L'ACCELERAZIONE

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

- L'ACCELERAZIONE AVVIENE TRA DUE URTI CON I NUCLEI (PIOLI NELL'ESEMPIO MECCANICO)

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t = \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{m}\,t$$

L'elettrone di conduzione si muove nel reticolo cristallino del conduttore e urta continuamente gli atomi nei siti reticolari perdendo energia per poi essere riaccelerato nella dir del campo fino all'urto successivo

Il moto non e' uniformemente accelerato, come sarebbe in assenza degli ioni del reticolo, ma a velocita' costante: i continui urti "dissipano" l'energia che la carica acquista fra due urti (come un corpo in un mezzo viscoso o che scivola su un piano inclinato con attrito)

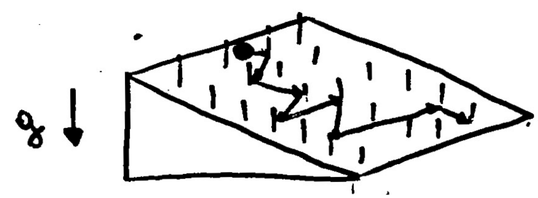
Per ottenere la corrente bisogna calcolare la velocita' media di deriva lungo la direzione del campo.

La componente casuale ha ovviamente valore medio nullo (il numero di particelle che ha una data direzione e' lo stesso in tutte le direzioni)

La componente dovuta al campo ha invece valore medio non nullo. Il parametro fondamentale e' il tempo medio fra due urti, che dipende dalle caratteristiche del materiale da una parte e dall'altra dall'agitazione termica dei portatori di carica, cioe' dalla temperatura del materiale

- τ = TEMPO MEDIO TRA DUE URTI (DIPENDE DA T)

$$\vec{V}_d = \frac{q\vec{E}}{m}\tau \quad \text{(velocità di deriva)}$$



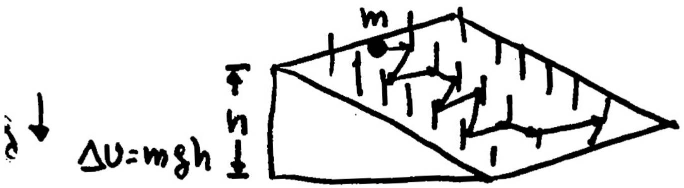
$$J = n q v_d = \frac{n q^2 E}{m}\tau$$

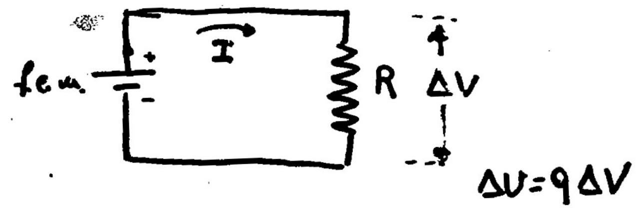
DATO CHE $J = \sigma E \Rightarrow \sigma = \frac{n q^2 \tau}{m}$; $\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m}{n q^2 \tau}$

N.B. LA VELOCITA' DI DERIVA DIPENDE DALLA MASSA.

E' IMPORTANTE NEI CASI IN CUI VI SIANO DIVERSI PORTATORI DI CARICA (SOLUZIONI ELETTROLITICHE)

Energia nei conduttori





- LA RESISTENZA IN UN conduttore "FRENA" IL PASSAGGIO DEGLI ELETTRONI

- UNA CARICA q CHE ATTRAVERSA UNA d.d.p. ΔV DIMINUISCE LA SUA ENERGIA POTENZIALE

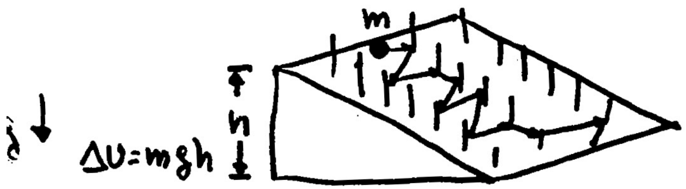
$$\Delta U = q\,\Delta V$$

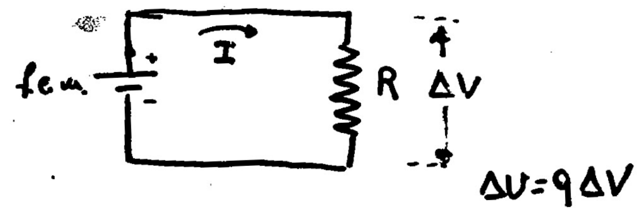
LA CARICA q CHE PASSA ATTRAVERSO UNA SEZIONE DEL CIRCUITO NEL TEMPO Δt VALE

$$q = I\,\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta U = I\,\Delta t \cdot \Delta V$$

Energia nei conduttori





LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE PER UNITA' DI TEMPO:

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{I\Delta t \cdot \Delta V}{\Delta t} = I \cdot \Delta V$$

SE CONSIDERIAMO UN RESISTORE DOVE $\Delta V = R \cdot I$:

$$P = I\Delta V = I \cdot RI = RI^2 \quad ; \quad \Delta V \cdot \frac{\Delta V}{R} = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

QUESTA E' LA POTENZA DISSIPATA DAL RESISTORE (EFFETTO JOULE)
E PROVOCA UN RISCALDAMENTO DEL RESISTORE (Ex: SCALDABAGNO)

PER FAR CONTINUARE A CIRCOLARE LA CORRENTE, OCCORRE
RIDARE ENERGIA POTENZIALE AGLI ELETTRONI

Circuiti Elettrici

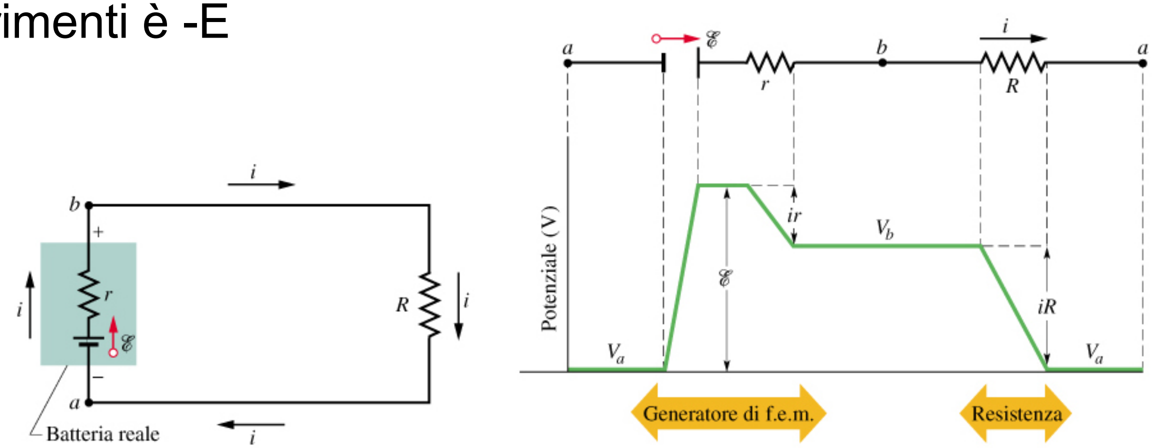
- La legge di Ohm è il punto di partenza per stabilire il comportamento di sistemi complessi di conduttori connessi tra di loro. Oltre alla legge di Ohm va impiegato il fatto che le cariche non si creano e non si distruggono.
- Questo fatto conduce alla conclusione che la corrente è costante in un conduttore.
- I primi circuiti che si studiano sono quelli in cui incontriamo componenti di tipo lineare e passivo.
- Studieremo circuiti in cui sono presenti generatori (di fem), resistenze e condensatori.
- Tutti questi componenti sono del tipo suddetto. Componenti non lineari sono ad esempio i diodi e i transistor. Lo studio di questi componenti viene fatto in elettronica.

Soluzione di Circuiti Elementari

- Un circuito elementare è composto da generatori (batterie) e resistenze
- Per risolvere un circuito (cioè calcolare per ogni tratto del circuito il valore della corrente che vi passa) è sufficiente applicare i 2 principi che conosciamo: conservazione della carica e dell’energia.
- Il primo si traduce nella legge delle maglie: la somma algebrica delle differenze di potenziale rilevate su un circuito chiuso in un giro completo è nulla. Convenzioni:
  - se si passa attraverso una resistenza nel verso della corrente la *ddp* è $-iR$, altrimenti è $+iR$.
  - se si passa attraverso un generatore di *fem* nella direzione della freccia la variazione è +E, altrimenti è -E

$$E - ir - iR = 0 \Rightarrow$$

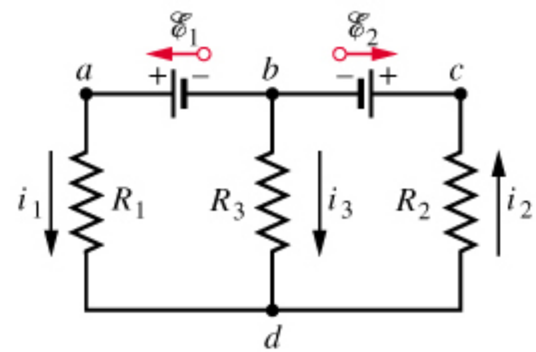
$$i = \frac{E}{r + R}$$



(a) (b)

Soluzione di Circuiti Elementari

- Il principio della conservazione di carica si applica invece ai nodi di un circuito con la…
  - Legge dei nodi: La somma della correnti che entrano in un nodo deve essere uguale alla somma delle correnti che escono dal nodo stesso
  - Ad esempio, applicando la legge dei nodi al nodo *d* della figura risulta essere $i_1+i_3=i_2$



- Dalle due leggi appena esposte (note anche come rispettivamente secondo e primo principio di Kirchhoff) si deducono immediatamente le leggi per le resistenze equivalenti
- Le resistenze possono infatti essere combinate in serie (la stessa corrente passa attraverso le resistenze) o in parallelo (la stessa *ddp* viene applicata ai capi delle resistenze)

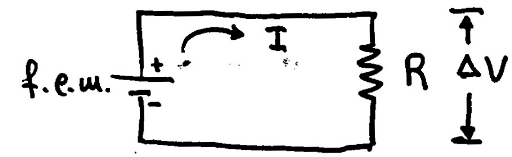
Generatori di f.e.m

- Ci sono dispositivi, come le pile e gli accumulatori che mantengono, tramite reazioni chimiche, una costante differenza di potenziale fra i propri elettrodi. Sono detti sorgenti o generatori di forza elettromotrice.
- Essenzialmente, a spese della loro energia chimica, trasportano al loro interno cariche positive verso potenziali maggiori e cariche negative verso potenziali inferiori, cioè al contrario del moto spontaneo di tali cariche
- Se colleghiamo un conduttore all'esterno della pila, fra l'elettrodo a potenziale maggiore (polo +) e quello a potenziale inferiore (polo -) si ha un flusso di cariche che cerca di riportare le cariche positive verso l'elettrodo negativo e cariche negative verso il polo positivo. Se il conduttore esterno è un metallo sono solo gli elettroni a muoversi.
- L'energia chimica, spesa per accumulare le cariche sugli elettrodi, o, equivalentemente, l'energia potenziale elettrostatica delle cariche sugli elettrodi, in cosa si trasforma?
  - Se applichiamo solo un conduttore, si trasforma in energia termica (effetto Joule) del conduttore stesso (file elettrici, stufette,…)
  - Se applichiamo un motore elettrico si trasforma anche in lavoro

F.e.m.

- LE CARICHE CHE ATTRAVERSANO LA RESISTENZA R DIMINUISCONO LA LORO ENERGIA POTENZIALE DELLA QUANTITA':

$$\Delta U = q \Delta V$$



- AFFINCHÈ CONTINUI A SCORRERE CORRENTE NEL CIRCUITO, LE CARICHE DEVONO TORNARE NEL PUNTO DI PARTENZA RIACQUISTANDO L'ENERGIA POTENZIALE PERDUTA.

- LA FORZA CHE RIPORTA LE CARICHE NELLA POSIZIONE ORIGINARIA NON PUO' ESSERE LA FORZA ELETTROSTATICA (CHE FA MUOVERE LE CARICHE NEL VERSO OPPOSTO), COSÌ COME PER AUMENTARE LA QUOTA DI UN OGGETTO NON SI PUO' RICORRERE ALLA FORZA GRAVITAZIONALE.

- IL DISPOSITIVO CHE RIFORNISCE LE CARICHE DI ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA SI CHIAMA GENERATORE DI FORZA ELETTROMOTRICE (f.e.m.)

SI DEFINISCE f.e.m. LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE (LAVORO) PER UNITA' DI CARICA

$$f.e.m. = \frac{\Delta U}{q} \quad [\text{la f.e.m. si misura in V}]$$

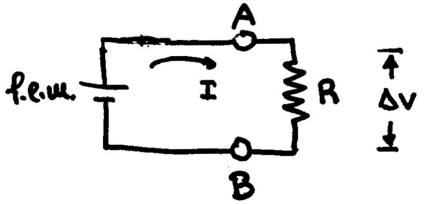
PILA : ENERGIA CHIMICA → ENERGIA ELETTRICA

ALTERNATORE : ENERGIA MECCANICA → " "

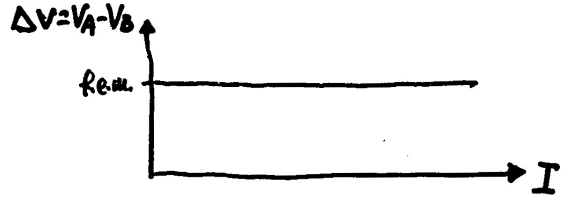
CELLA FOTOVOLTAICA : ENERGIA SOLARE → " "

Generatore reale

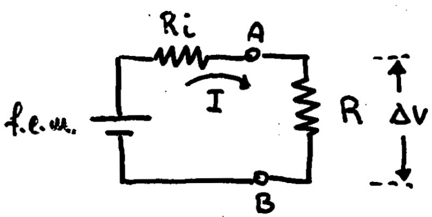
- UN GENERATORE IDEALE DI f.e.m. MANTIENE INALTERATA LA d.d.p. AI SUOI CAPI QUALUNQUE SIA LA CORRENTE CHE CIRCOLA ATTRAVERSO DI ESSO.



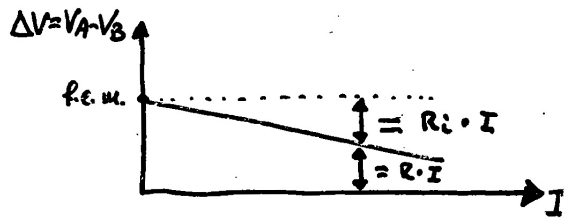
$$I = \frac{\Delta V}{R}$$



- IN REALTA', QUALUNQUE SIA IL MECCANISMO FISICO USATO PER GENERARE LA f.e.m., AD ESSO SONO SEMPRE ASSOCIATI DEI FENOMENI DISSIPATIVI DI ENERGIA, CHE SONO SCHEMATIZZATI IPOTIZZANDO UNA RESISTENZA INTERNA AL GENERATORE.



$$I = \frac{\Delta V}{R}$$



- LA RESISTENZA INTERNA FA SI CHE LA d.d.p. AI CAPI DEL GENERATORE (MORSETTI REALI) NON SIA PIU' UGUALE ALLA f.e.m., MA DIMINUISCE LINEARMENTE ALL'AUMENTARE DELLA CORRENTE EROGATA

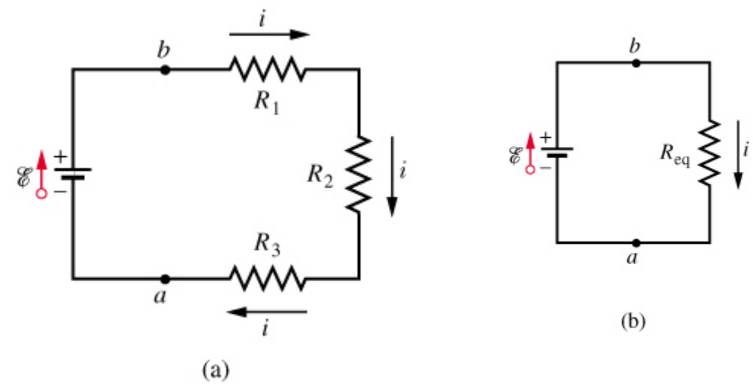
$$\Delta V = V_A - V_B = f.e.m. - R_i \cdot I$$

NB: la linea piu' lunga indica il punto a potenziale maggiore

- VI E' UNA CADUTA DI TENSIONE AI CAPI DELLA R_i

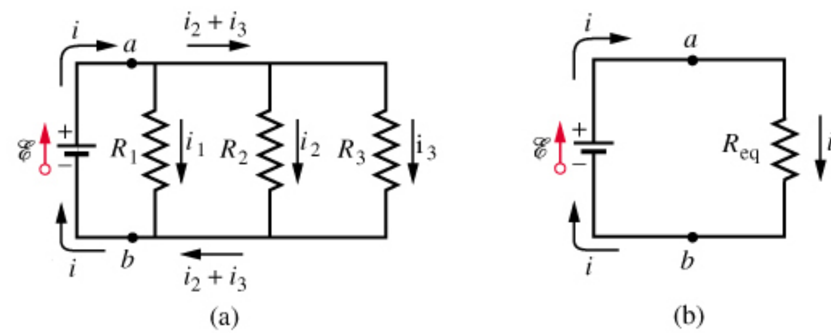
Resistenze in Serie e Parallelo

- Per le resistenze in serie si calcola facilmente la resistenza equivalente osservando che la corrente che passa attraverso il circuito è la stessa. Quindi dalla legge delle maglie risulta



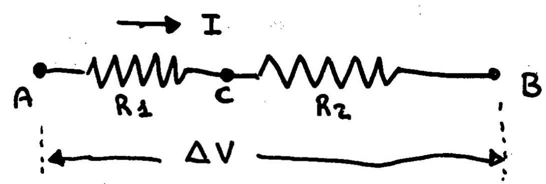
$$\mathrm{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \Rightarrow i = \frac{\mathrm{E}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{\mathrm{E}}{R_{eq}} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3}$$

- Per le resistenze in parallelo la *ddp* è la stessa ai capi del circuito; quindi anche in questo caso applicando la legge di Ohm e la legge dei nodi si ha:



$$i = i_1 + i_2 + i_3 \Rightarrow \frac{\mathrm{E}}{R_{eq}} = \frac{\mathrm{E}}{R_1} + \frac{\mathrm{E}}{R_2} + \frac{\mathrm{E}}{R_3} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

RESISTENZE IN SERIE



- DUE RESISTENZE SI DICONO IN SERIE QUANDO SONO ATTRAVERSATE DALLA STESSA CORRENTE

- LA d.d.p. TRA I DUE PUNTI A E B VALE:

$$\Delta V = V_A - V_B = \underbrace{V_A - V_C}_{V_{R_1}} + \underbrace{V_C - V_B}_{V_{R_2}}$$

$$\Delta V = V_{R_1} + V_{R_2} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

- SI PUÒ DEFINIRE UNA RESISTENZA EQUIVALENTE PARI A:

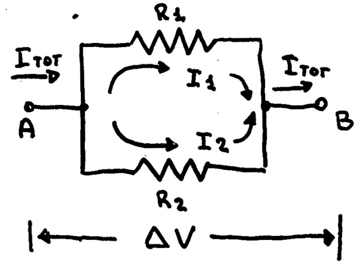
$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{I} = \frac{I \cdot (R_1 + R_2)}{I} = R_1 + R_2$$

- LE RESISTENZE IN SERIE SI SOMMANO

- SE ABBIAMO n RESISTENZE IN SERIE SI HA:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_1^n R_i$$

RESISTENZE IN PARALLELO



- DUE RESISTENZE, CONNESSE TRA DI LORO, SI DICONO IN PARALLELO QUANDO SONO SOTTOPOSTE ALLA STESSA DIFFERENZA DI POTENZIALE

LA CORRENTE I_{TOT} CHE ENTRA NEL SISTEMA DI DUE RESISTENZE SI DIVIDE IN DUE PARTI

$$I_{TOT} = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \Delta V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

- DEFINIAMO ORA LA RESISTENZA EQUIVALENTE

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{I_{TOT}}{\Delta V} = \frac{\Delta V}{\Delta V}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

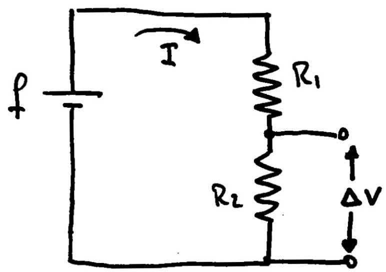
L'INVERSO DELLA RESISTENZA EQUIVALENTE È UGUALE ALLA SOMMA DEGLI INVERSI

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad R_{eq} < R_1 \;;\; R_{eq} < R_2$$

- NEL CASO DI n RESISTENZE IN PARALLELO SI HA:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

PARTITORE DI TENSIONE

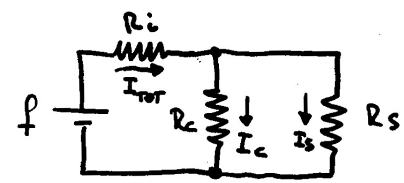


- DATO UN GENERATORE DI f.e.m. f, SI PUÒ RIDURRE IL VALORE DELLA TENSIONE CHE SI VUOLE UTILIZZARE TRAMITE DUE RESISTENZE IN SERIE

$$I = \frac{f}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta V = R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} f$$

RESISTENZA DI SHUNT



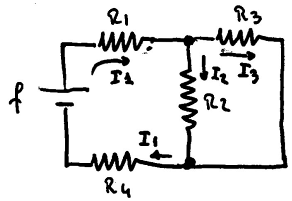
- SI PUÒ RIDURRE LA CORRENTE CHE PASSA ATTRAVERSO UNA RESISTENZA DI CARICO R_c, METTENDO IN PARALLELO UNA RESISTENZA DI SHUNT R_s

$$I_c \cdot R_c = I_s R_s \quad ; \quad I_c + I_s = I_{TOT} \quad \Rightarrow \quad I_s = I_{TOT} - I_c$$

$$I_c R_c = (I_{TOT} - I_c) R_s = I_{TOT} R_s - I_c R_s \; ;$$

$$I_c R_c + I_c R_s = I_{TOT} \cdot R_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_c = \frac{R_s}{R_c + R_s} I_{TOT}}$$

PROBLEMA 28-3 (Halliday)



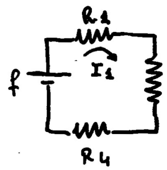
$f = 12\,V$; $R_1 = 20\,\Omega$

$R_2 = 20\,\Omega$; $R_3 = 30\,\Omega$; $R_4 = 8\,\Omega$

- TROVARE LA CORRENTE I_1 E LA CORRENTE I_2

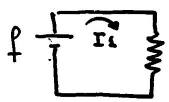
- VI È UN SOLO GENERATORE, IL PROBLEMA SI PUÒ RISOLVERE USANDO SOLO LA LEGGE DI OHM

$R_2 // R_3 \Rightarrow$



$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\,\Omega$$

- LE TRE RESISTENZE SONO IN SERIE



$$R_{eq} = R_1 + R_5 + R_4 = 20 + 12 + 8 = 40\,\Omega$$

- $I_1 = \dfrac{f}{R_{eq}} = \dfrac{12}{40} = 0.30\ A$

- TROVIAMO ORA LA CORRENTE I_2 CHE CIRCOLA IN R_2

$V_{R_2} = V_{R_5}$ (la d.d.p. sul parallelo $R_2 // R_3$)

$V_{R_5} = I_1 \cdot R_5 = 0.30 \cdot 12 = 3.6\ V$

$I_2 = \dfrac{V_{R_5}}{R_2} = \dfrac{3.6}{20} = 0.18\ A$

N.B. $I_3 = \dfrac{V_{R_5}}{R_3} = \dfrac{3.6}{30} = 0.12\ A$

$\Rightarrow I_2 + I_3 = I_1 \quad 0.18 + 0.12 = 0.30\ A$