

Lez 17 251115

Gas ideale

- Il numero delle particelle e' molto grande:
 $N' N_A = 6.02 \times 10^{23}$
- Le particelle non interagiscono a distanza, lo fanno solo durante gli urti. Gli urti sono elastici
- Le dimensioni delle particelle sono trascurabili rispetto al volume occupato (ma non sono puntiformi)
- Le particelle sono in moto completamente casuale

Teoria cinetica dei gas

- Boltzmann dimostrò che nel caso di un gas perfetto monoatomico, la pressione p esercitata dal gas è riconducibile agli urti elasticici delle N particelle con le pareti del contenitore di volume V secondo la formula

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m \langle v^2 \rangle$$

- dove $\langle v^2 \rangle$ è la velocità quadratica media delle particelle di massa m , cioè il valor medio del quadrato delle velocità delle particelle. Da questa relazione segue che:

$$pV = \frac{1}{3} Nm \langle v^2 \rangle = \frac{1}{3} nN_A m \langle v^2 \rangle$$

- dove n è il numero di moli ed $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$ è il numero di Avogadro.

Teoria cinetica dei gas

- L'equazione di stato del gas perfetto è $pV=nRT$. Utilizzando l'espressione della pressione p trovata da Boltzmann si ha

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} K_B T$$

- dove $K_B=R/N_A=1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/}^\circ\text{K}$ è la cosiddetta costante di Boltzmann.
- Si trova cioè che per un gas perfetto la temperatura è una misura macroscopica della energia cinetica media delle particelle del gas.
- Inoltre, dato che l'energia interna E di un gas perfetto è solo energia cinetica, essa risulta legata alla temperatura T dalle seguenti relazioni:

$$E = \frac{1}{2} N m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} N K_B T = \frac{3}{2} n R T$$

- L'ultima espressione conferma che l'energia interna E di un gas perfetto è una funzione di stato e che essa dipende solo dalla temperatura T .

Secondo principio della termodinamica

Può essere espresso in molti modi equivalenti:

Non è possibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia la conversione integrale di calore assorbito in lavoro (enunciato di Kelvin).

Non è possibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia il trasferimento di calore da una sorgente a temperatura più bassa ad una sorgente a temperatura più alta (enunciato di Clausius).

Non è possibile realizzare una macchina termica con rendimento $\eta = 100\%$.

Non è possibile realizzare una macchina frigorifera che non assorba lavoro.

Entropia

- In tutti i **processi irreversibili** la variazione di entropia è positiva...
- Nei **processi reversibili** (è un'astrazione) la variazione di entropia dell'universo (ambiente+sistema) è nulla
- La formulazione *matematica* del secondo principio della termodinamica è:

Ogni processo conduce ad una variazione positiva o nulla dell'entropia dell'universo. La variazione è nulla solo per processi reversibili
→ In ogni sistema isolato $dS>0$

Entropia

- L' **Entropia** puo' essere vista come una funzione che descrive il **numero di arrangiamenti possibili** (dell' energia e della materia) che sono disponibili
- La Natura procede **spontaneamente** verso gli stati che hanno **maggior probabilita'** di esistenza.
- Queste osservazioni sono le basi della Termodinamica Statistica

Secondo principio e dadi

- Supponiamo di gettare due dadi e di ottenere un totale di nove. Questo risultato può essere ottenuto in quattro modi diversi come mostrato nella tabella seguente

Primo dado	Secondo dado
6	3
3	6
5	4
4	5

- Ognuna di queste quattro possibilità viene chiamata *stato microscopico*, mentre il totale di 9 viene chiamato *stato macroscopico*. Il numero di stati microscopici che corrispondono ad ogni stato macroscopico viene indicato con il simbolo W . Nel nostro caso W_9 è uguale a 4

- Se con i dadi abbiamo un 12, ciò può accadere in un solo modo, con un 6 su ciascun dado, per cui avremo che W_{12} è uguale ad 1. Quindi ottenere un 9 è 4 volte più probabile che ottenere un dodici per il semplice fatto che allo stato macroscopico 9 corrispondono 4 stati microscopici, mentre allo stato macroscopico 12 ne corrisponde uno solo.
- Possiamo ora applicare queste idee al nostro modello di gas. Noi certamente considereremo la possibilità che tutte le particelle calde rimangano confinate nella parte sinistra della scatola come assai eccezionale, uno stato macroscopico molto improbabile per un gas. Ci apparirà invece più probabile lo stato con le particelle distribuite anche nella parte sinistra occupando tutto il volume a disposizione; infatti, come per i dadi, ad essa corrisponde un numero estremamente grande di stati microscopici. Si passa cioè sempre da uno stato con meno microstati cioè meno disordinato, ad uno stato con più microstati , cioè più disordinato, ma più probabile. Quindi.

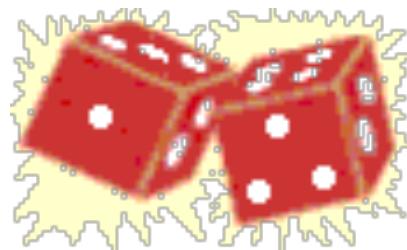
Microstati e Macrostati

- La Termodinamica Classica classifica gli stati in base alle caratteristiche macroscopiche
- La Termodinamica Statistica utilizza i microstati (stati microscopici)
 - Microstato: posizione e momento di ogni molecola
 - Macrostate: (p, V, T)
- Molteplicita': il numero di microstati corrispondenti ad un unico macrostato

Ipotesi fondamentale

Ogni microstato ha la stessa probabilità di esistere

Come nel lancio dei dadi



Ordine, Disordine e caso

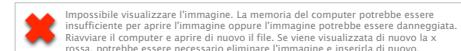


Analogia: lanciando I Dadi

- Lanciando un dado: 1/2/3/4/5/6 sono egualmente probabili
- Lanciando due dadi:
 - Per ognuno 1/2/3/4/5/6 egualmente probabili
 - La somma 7 e' piu' probabile rispetto a 6 o 8
- Perche'? 6 combinazioni (microstati) danno 7 (il macrostato): 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1. Ci sono 5 combinazioni che danno 6 o 8, etc.

Entropia e Statistica

- Un sistema termodinamico è costituito da un numero molto grande di particelle.
- Analizziamo da un punto di vista statistico tale sistema
- Il numero di particelle non può essere un parametro fondamentale... scegliamo un sistema con 6 particelle indistinguibili contenute in una scatola...
- Ad ogni istante ogni molecola può trovarsi nella metà a sinistra o destra indifferentemente (la probabilità è la stessa)
- Quante sono le possibili combinazioni (microstati) che si possono formare?



Numero identificativo	Configurazione		Molteplicità W (numero dei microstati)	Calcolo di W (eq. 21.18)	Entropia 10^{-23} J/K (eq. 21.19)
	n_1	n_2			
I	6	0	1	$6!/(6! 0!) = 1$	0
II	5	1	6	$6!/(5! 1!) = 6$	2.47
III	4	2	15	$6!/(4! 2!) = 15$	3.74
IV	3	3	20	$6!/(3! 3!) = 20$	4.13
Numero totale dei microstati = 64					

Entropia e Statistica...

- In effetti poiché le 6 particelle sono indistinguibili ci sono 7 macrostati che corrispondono ad un totale di $2^6=64$ microstati *diversi* (in realtà non sono diversi perché le particelle sono indistinguibili)
- Tutti i microstati sono ugualmente probabili (le particelle sono indistinguibili)
- Ma ad ogni macrostato corrisponde un numero diverso di microstati...
- Quindi la probabilità di avere un particolare macrostato è diversa da un altro (vedi tabella precedente) perché il numero di microstati (**molteplicità W**) è diverso per ciascuno macrostato

Entropia e Statistica...

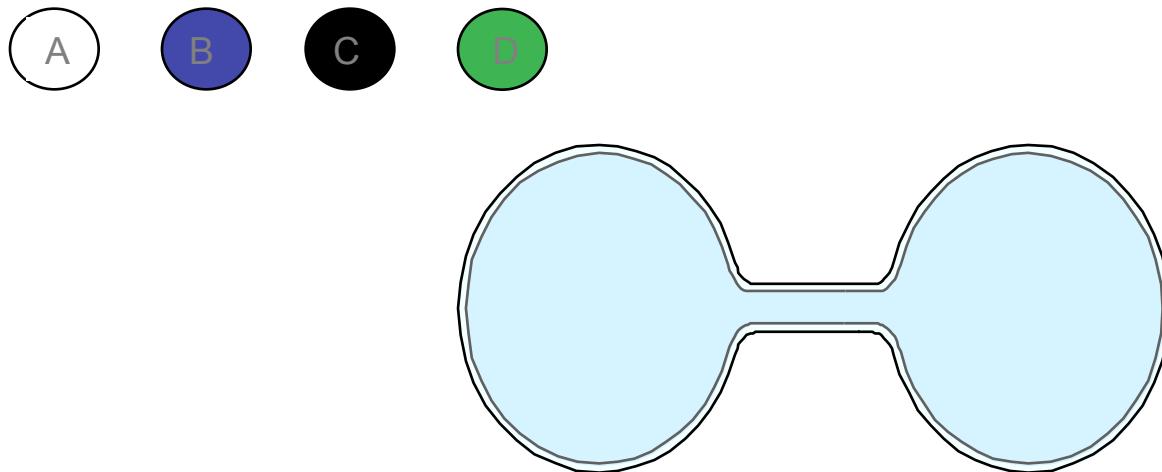
- Esiste quindi un particolare macrostato che è il più probabile (nell'esempio precedente è lo stato con 3-3 e 20 microstati che ha una probabilità $p=20/64=0.3125=31.25\%$)
- Per un numero di particelle elevato il numero di microstati è enorme ma la quasi totalità di questi è comunque molto vicino allo stato con probabilità massima
- Lo stato di probabilità massima è lo stato verso cui il sistema tende...
- ...è lo stato di equilibrio!
- Boltzmann nel 1877 propose una relazione molto elegante tra la molteplicità di un macrostato e l'entropia:

$$S = k \ln W$$

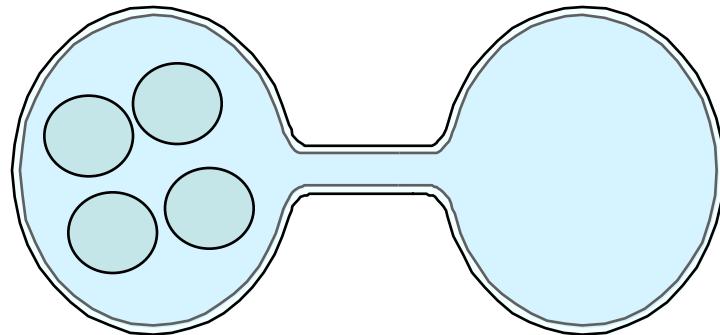
- È naturale che S e W siano legati dalla funzione logaritmo: l'entropia totale di 2 sistemi è infatti data dalla somma delle singole entropie; mentre la probabilità di avere 2 sistemi indipendenti è data dal prodotto delle singole probabilità (ricordare che $\ln ab = \ln a + \ln b$)

Microstati e Probabilità

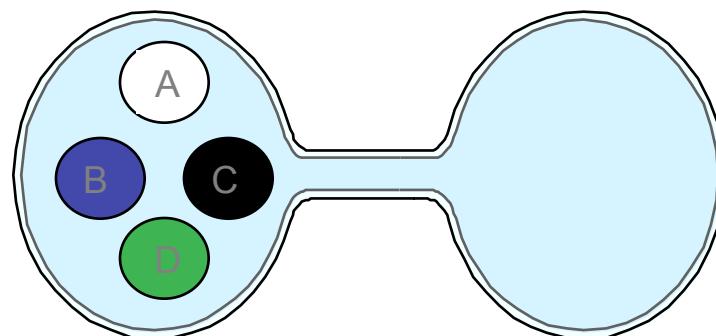
- Consideriamo 4 molecole da distribuire in due recipienti collegati



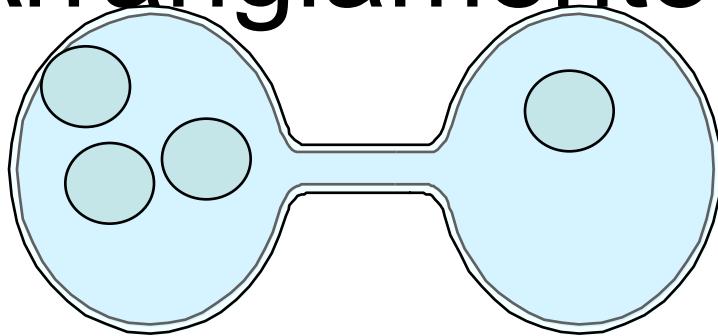
Arrangiamento 1



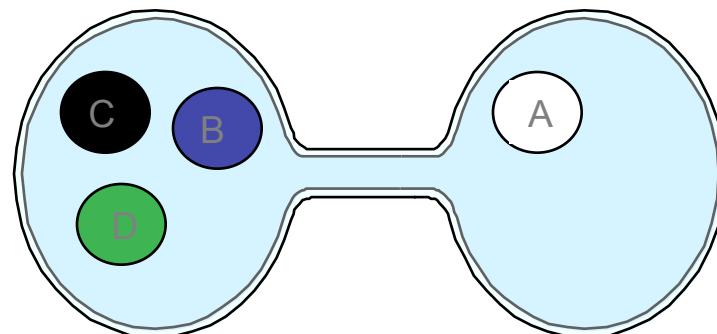
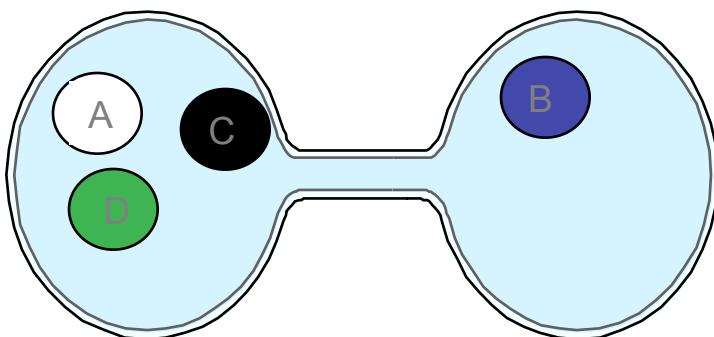
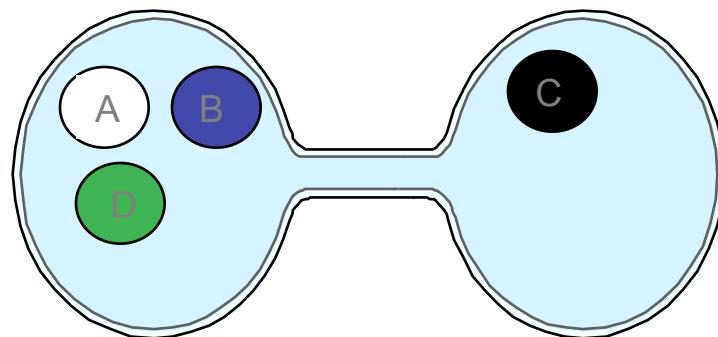
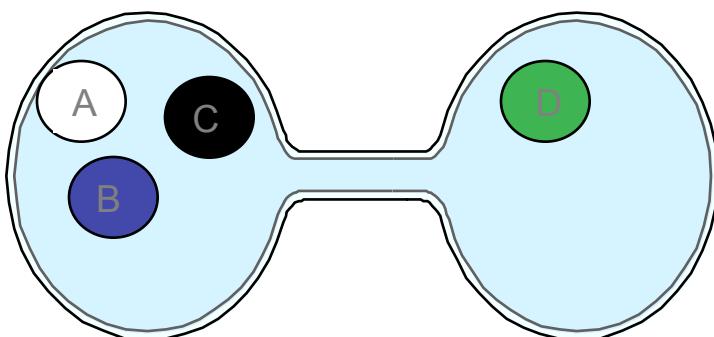
Solo un modo per ottenerlo:



Arrangiamento 2



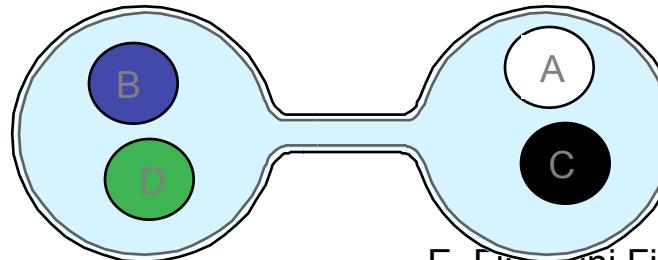
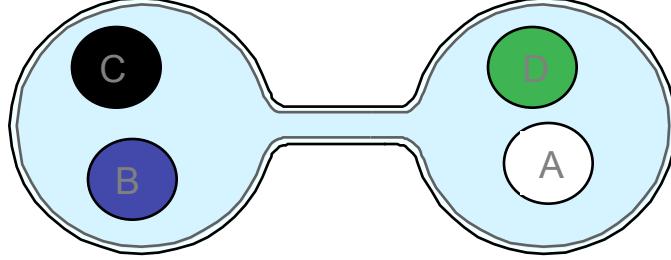
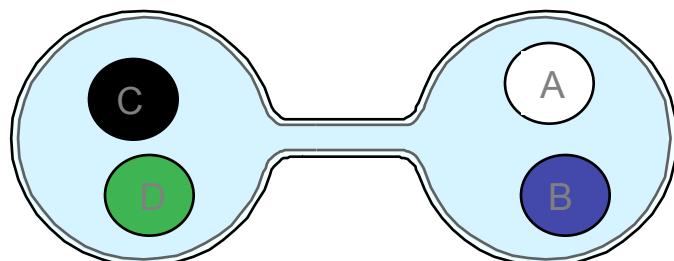
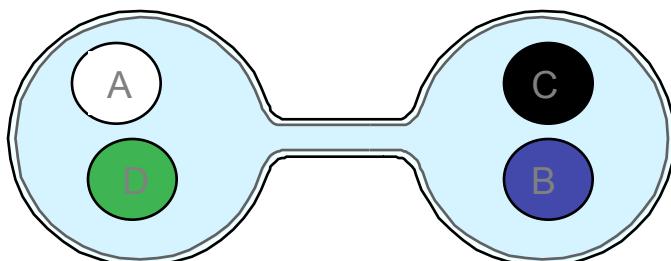
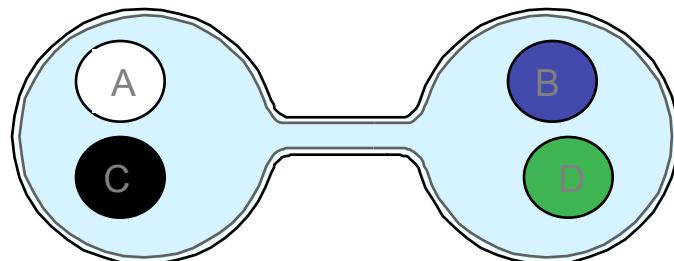
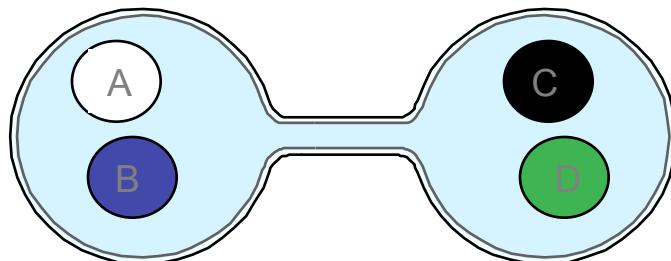
Puo' essere ottenuto in 4 modi diversi:



Arrangiamento 3



Può essere ottenuto in 6 modi diversi:



Entropia

- Boltzmann definì una grandezza che misura la probabilità di un macrostato:
I' Entropia.
- Le sostanze tendono a raggiungere lo stato più probabile.
- Lo stato più probabile spesso (ma non sempre) è il '**più casuale**'
- È necessario calcolare il numero di arrangiamenti possibili (**si utilizza la statistica**)

$$S = k \log W$$

- Boltzmann ha collegato calore, temperatura, molteplicità e probabilità
- *Entropia* definita da $S = k \ln W$
- W : molteplicità; k : costante di Boltzmann



Epitaffio di Boltzmann:
 $S = k \ln W$

Probabilità dei Macrostati

Le probabilità relative degli
arrangiamenti 1, 2 e 3 sono:

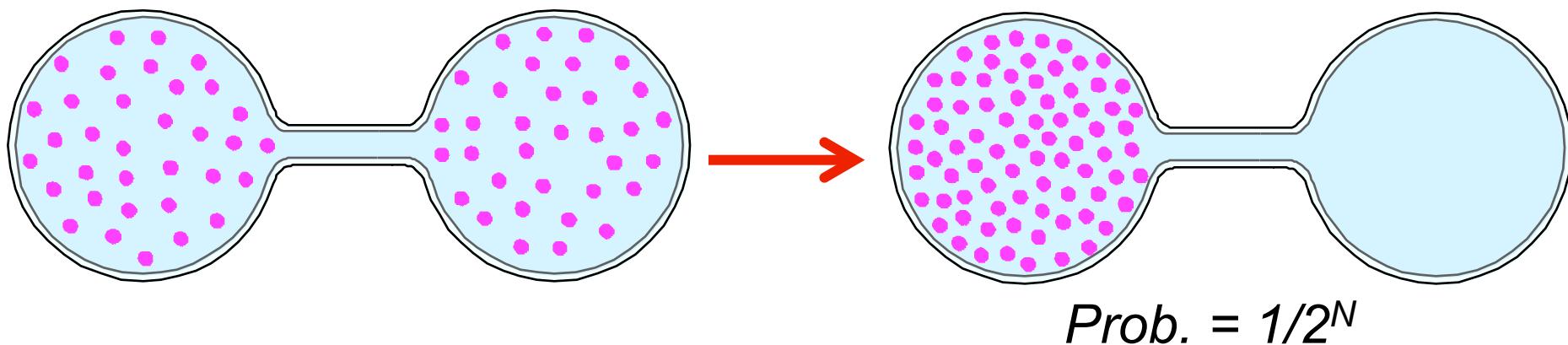
1:4:6

Quindi

$S_3 > S_2 > S_1$

Espansione libera di un Gas

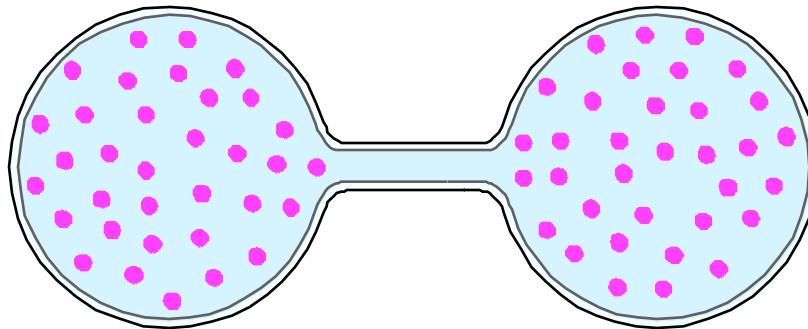
- Un gas si espande nel vuoto perché lo stato macroscopico finale ha un maggior numero di stati microscopici a sua disposizione
 - La materia e l'energia hanno più modi per essere distribuite



Estremamente improbabile!

Probabilita' ed Equilibrio

- Le molecole si muovono casualmente nei due recipienti
- Dopo un certo tempo, ogni molecola ha probabilita' $\frac{1}{2}$ di trovarsi in uno dei due
- La distribuzione piu' probabile e' quella con circa il 50% delle molecole in ogni recipiente



Estremamente probabile!

Seconda Legge della Termodinamica

- Versione microscopica:
 - Un sistema isolato con molte particelle evolve verso il macrostato con la molteplicita' piu' grande e rimarrà in tale stato se non intervengono fattori esterni

Seconda Legge della Termodinamica

- Versione macroscopica:

Esiste una funzione di stato chiamata Entropia (simbolo S) che descrive i processi spontanei

Un sistema isolato evolve per raggiungere uno stato di massima entropia

9. Il terzo principio della termodinamica

- Negli ultimi due secoli si sono ottenute in laboratorio temperature sempre più basse:
 - nel 1834 Thilorier raggiunge **163 K** (CO_2 solida);
 - nel 1898 Dewar liquefà l'ossigeno a **23 K**;
 - nel 1908 Onnes liquefà l'elio a **5 K**;
 - nel 1960 si raggiungono i **10^{-6} K**;
 - nel 1995 il condensato di Bose-Einstein arriva a **$0,17 \times 10^{-6}$ K**;
 - nel 2003 si raggiungono sperimentalmente i **$4,5 \times 10^{-10}$ K**.

Il terzo principio della termodinamica

- Tuttavia, più la temperatura di un corpo si avvicina allo zero assoluto, più è difficile raffreddarlo ulteriormente,
- secondo il



- Terzo principio della termodinamica:
- è *impossibile raffreddare un corpo fino allo zero assoluto mediante un numero finito di trasformazioni. (Legge di Nernst)*

Il terzo principio della termodinamica

- Riepilogo di tutti i principi della termodinamica.

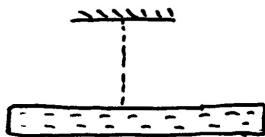
PRINCIPI DELLA TERMODINAMICA

Princípio	Enunciato
Zero	Se il corpo A è in equilibrio termico con un corpo C e anche un altro corpo B è in equilibrio termico con C , allora A e B risultano in equilibrio termico tra loro.
Primo	L'energia totale di un sistema si conserva ($\Delta U = Q - W$).
Secondo	Enunciato 1 (Lord Kelvin). È impossibile realizzare una trasformazione il cui <i>unico</i> risultato sia quello di assorbire una determinata quantità di calore da un' <i>unica</i> sorgente e trasformarla <i>integralmente</i> in lavoro. Enunciato 2 (Clausius). È impossibile realizzare una trasformazione il cui <i>unico</i> risultato sia quello di fare passare calore da un corpo più freddo a uno più caldo. Enunciato 3. È impossibile realizzare una macchina termica con rendimento uguale a 1. Enunciato 4. L'evoluzione spontanea di un sistema isolato lo porta a uno stato di equilibrio a cui corrisponde il massimo aumento dell'entropia (compatibile con il rispetto del primo principio della termodinamica).
Terzo	È impossibile raffreddare un corpo fino allo zero assoluto mediante una procedura che contiene un numero finito di trasformazioni.

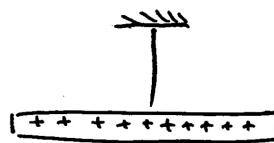
Elettrostatica

TALETE DI MILETO SCOPRI' CHE QUANDO UN PEZZO
DI AMBRA VENIVA STROFINATO ERA IN GRANDO DI
ATTRARRE PEZZETTI DI CARTA

AMBRA = ELEKTRON



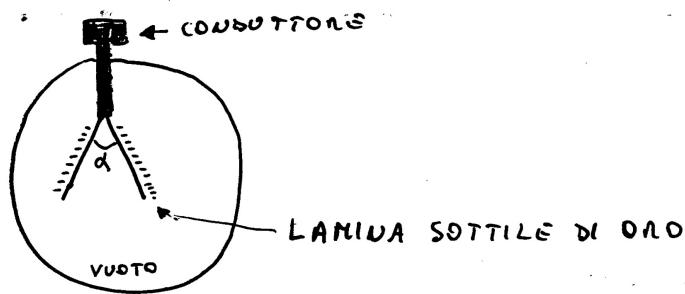
BACCHETTA DI PLASTICA STROFINATA CON
UNA PELLE



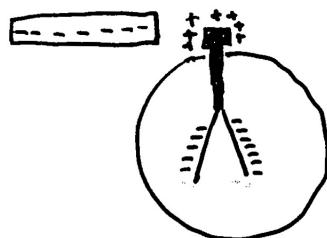
BACCHETTA DI VETRO STROFINATA CON
DELLA SETA

- DUE BACCHETTE DI VETRO SI RESPINGONO
- DUE BACCHETTE DI PLASTICA SI RESPINGONO
- UNA BACCHETTA DI VETRO ED UNA DI PLASTICA SI ATTACCONO
- SE UNA BACCHETTA "SCARICA" SI METTE A CONTATTO CON UNA "CARICA", SI CARICA ANC'ESSA.
- B. FRANKLIN (~1750) IPOTIZZO' CHE VI FOSSE UN FLUIDO ELETTRICO CHE SI TRASMETTEVA DA UN CORPO AD UN ALTRO E CHE SI CONSERVAVA

Fenomeni elettrici



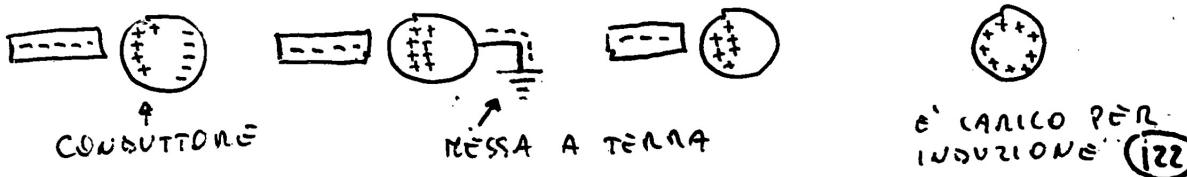
- ERA POSSIBILE MISURARE LA QUANTITÀ DI CARICA POSSESSATA DA UN OGGETTO CON UNO STRUMENTO CHIARATO ELETTROSCOPIO.



- METTENDO A CONTATTO UN CORPO CARICO CON L'ELETTROSCOPIO, PARTE DELLA CARICA SI TRASFERIVA SULLE LAMINE D'ORO CHE SI RESPINGEVANO.
L'ANGOLÒ d È PROPORTIONALE ALLA CARICA Q.

- INDUZIONE ELETROSTATICA

SE SI AVVICINA UN CORPO CARICO ALL'ELETTROSCOPIO
SI OSSERVA CHE LE LAMINE REGISTRANO UNA PRESENZA
DI CARICA

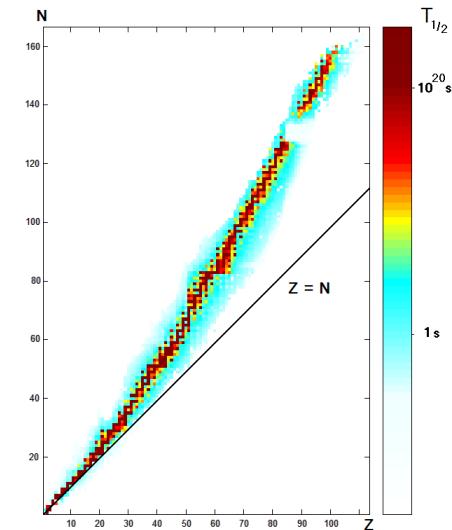
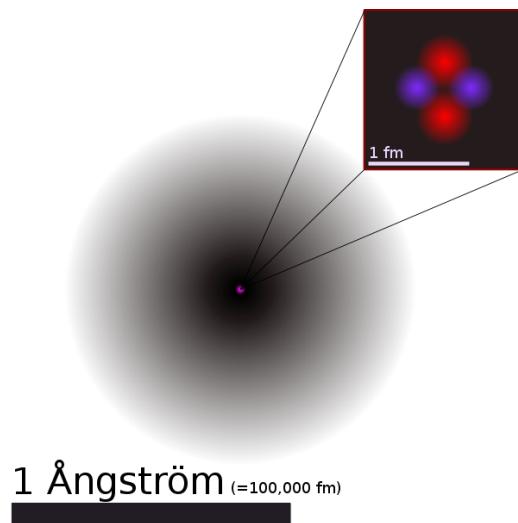
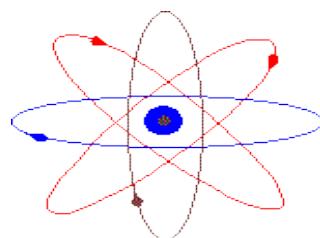


Carica elettrica

- John Dalton (1776-1844) avvalendosi delle della legge della conservazione della massa e legge delle proporzioni definite formulò la sua teoria atomica:
 - gli atomi di uno stesso elemento sono tutti uguali tra loro
 - la materia è formata da particelle chiamate atomi
 - gli atomi non sono ulteriormente scomponibili
- Geiger e Marsden (1909) studiando la deviazione di particelle alfa (nuclei di elio) emesse da sostanze radioattive (e sparate contro un foglio sottile di oro), hanno stabilito il cosiddetto “modello planetario” dell’atomo:
 - La massa è concentrata nel nucleo dell’atomo (protoni e neutroni)
 - particelle “leggere” (elettroni) “ruotano” attorno al nucleo come fanno i pianeti attorno al sole.
- La forza che trattiene gli elettroni attorno al nucleo è la forza di Coulomb tra elettroni e nucleo

Carica elettrica 2

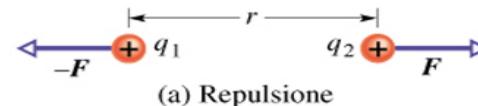
Modello atomico:



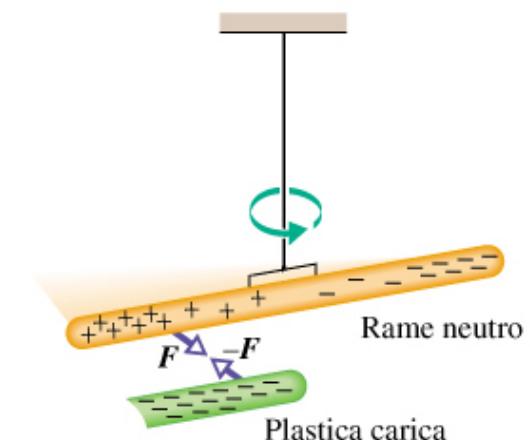
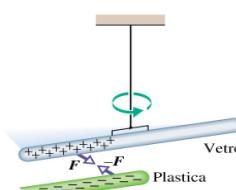
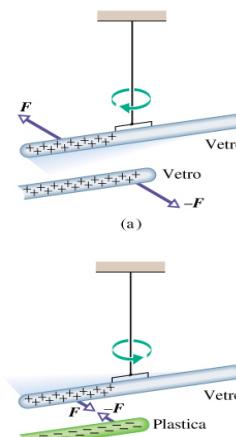
- Il nucleo è costituito da protoni e neutroni (massa $m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg)
- Il numero di elettroni (massa $1/1836$ della massa del protone) è pari al numero di protoni (l'atomo è elettricamente neutro)
- Protoni ed elettroni hanno una caratteristica (analogia alla massa) detta carica elettrica. Mentre esiste un solo tipo di massa esistono due tipi di cariche elettriche (per convenzione positiva quella dei protoni, negativa quella degli elettroni).
- Cariche di segno opposto si attraggono, dello stesso segno si respingono.

Cariche elettriche – Isolanti e Conduttori

- La struttura dell'atomo fornisce l'interpretazione dei fenomeni elettrici noti già ai greci.
- Strofinando tra loro (anche mettendo in contatto sostanze diverse) un certo numero di elettroni passa da una sostanza all'altra, una sostanza avrà cariche elettriche in eccesso, l'altra in difetto. Se gli elettroni in eccesso non sono liberi di muoversi (sostanze isolanti) i due corpi si attraggono.
- In alcune sostanze (conduttori come l'acqua con sali disiolati, metalli, il corpo umano – altissima percentuale di acqua) gli elettroni si muovono quasi liberamente e tendono ad allontanarsi disperdendosi.
- Con questo processo i corpi isolanti si caricano elettricamente.



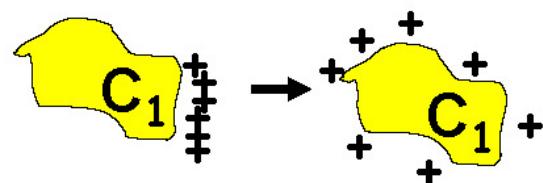
$q_1 + \rightarrow \leftarrow q_2 -$



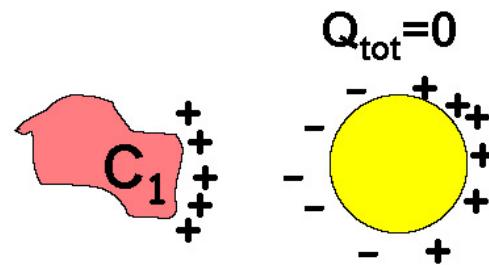
Il comportamento di un materiale è legato alla sua struttura atomica:

→ **isolanti**: gli elettroni sono ben vincolati al nucleo. Se aggiungiamo della carica in una zona non si muove verso altre parti del corpo (vetro, plastica)

→ **conduttori**: gli elettroni esterni sono debolemente legati e quindi si muovono " facilmente " sotto l'azione di una forza esterna. Se aggiungiamo della carica in una zona tende a disperdersi. (metalli)



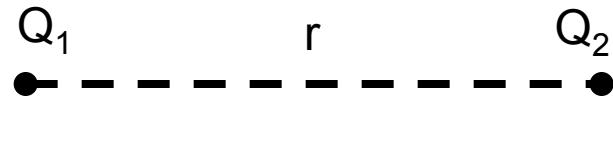
Se avviciniamo un corpo isolante carico ad un conduttore isolato la carica sul conduttore si ridistribuisce: abbiamo il fenomeno dell'**induzione elettrostatica**.



Legge di Coulomb

La forza che si esercita fra due cariche puntiformi in quiete vale

$$\vec{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{u}_r$$



- NEL VUOTO, NELL' S. I., SI HA:

$$k = 8.9876 \cdot 10^9 \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2} \approx 9.0 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

- PER SEMPLIFICARE LE LEGGI DELL'ELETTRORAGNETISMO SI PONE:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

- $\epsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$ [costante dielettrica del vuoto (permittività)]

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{1}{r}$$

- LA FORZA E' DIRETTA LUNGO LA RETTA CONGIUNGENTE LE DUE CARICHE
- PUO' ESSERE ATTRATTIVA O REPULSIVA

Unita' di misura della carica: il Coulomb



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \hat{r}$$

- NEL S.I. LA QUANTITA' DI CARICA SI MISURA IN COULOMB C
- DUE CARICHE DI 1C POSTE ALLA DISTANZA DI 1 m ESERCITANO UNA SULL'ALTRA UNA FORZA PARI A $9 \cdot 10^9 N$
- IL COULOMB È UNA QUANTITA' DI CARICA MOLTO GRANDE
- L'UNITA' DI MISURA FONDAMENTALE NEL S. I. NON È IL COULOMB MA L'AMPERE A, CHE È L'UNITA' DI MISURA DELLA CORRENTE ELETTRICA
- CARICA DI UN ELETTRONE

$$Q_e = -1.60 \cdot 10^{-19} C$$

$$\Rightarrow 1 C = \frac{1}{|Q_e|} = 6.25 \cdot 10^{18} \text{ elettroni}$$

N.B. IN UN cm^3 DI RAME CI SONO CIRCA 10^{23} ELETTRONI