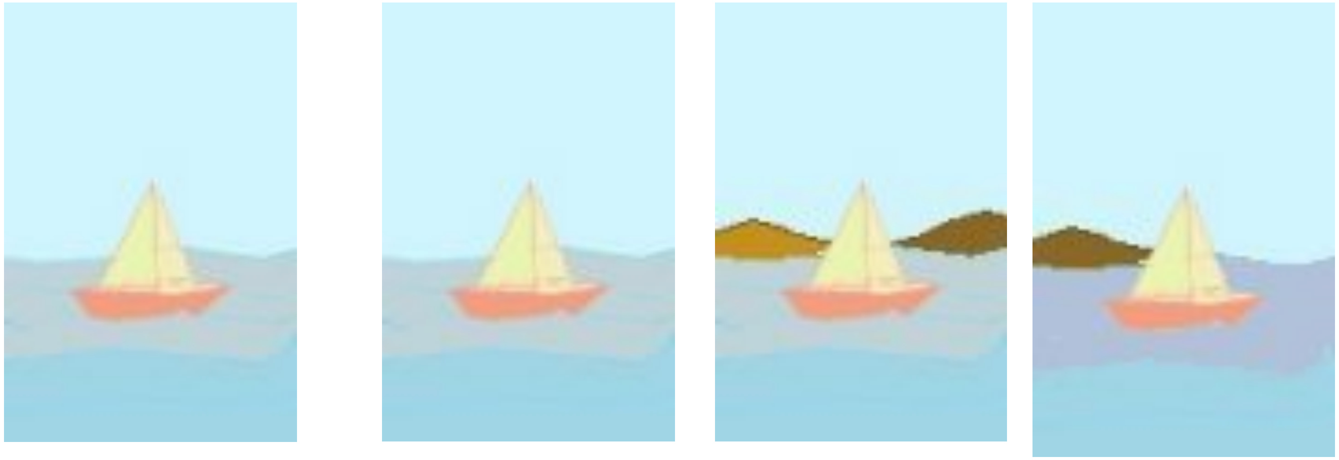
Lez 4 071015

- Per farlo abbiamo bisogno di:
  - Sistema di riferimento: oggetto rispetto a cui si misurano le posizioni di altri oggetti
  - Coordinate: insieme ordinato di numeri, ma non solo, che identifica la posizione rispetto all’oggetto di riferimento

Essere fermi o essere in movimento?



Osserviamo le figure

In quali casi le barche sono ferme?

Quando sono in movimento?

Perché ci accorgiamo di questo?

Riflettiamo sulla discussione e poniamoci questa domanda: siamo sicuri al 100% che nei primi due casi le barche sono ferme?

Dopo la discussione precedente possiamo dire chi si è mosso?

La risposta sembra ovvia: il cane
ma siamo sicuri al 100%?

Non posso dire nulla se non do prima delle definizioni

Definizione di moto

Siete in grado di dare una definizione di moto?

Quali grandezze debbono entrare in gioco per avere una chiara definizione di moto?

Vi ricordo che definiamo **grandezza fisica qualsiasi caratteristica che può essere misurata**

Pensate a cosa ha fatto il cane

Appare chiaro che le grandezze che dobbiamo utilizzare sono quelle di spazio e tempo

Un corpo si dice in moto se la sua posizione cambia nel tempo

E quando è in quiete?

Un corpo si dice in quiete se la sua posizione non cambia col passare del tempo

È tutto a posto? Basta così?

Ritorniamo alle nostre barchette

Sono in quiete o sono in moto?

Fra queste due coppie di immagini esiste una differenza fondamentale riuscite a vederla?

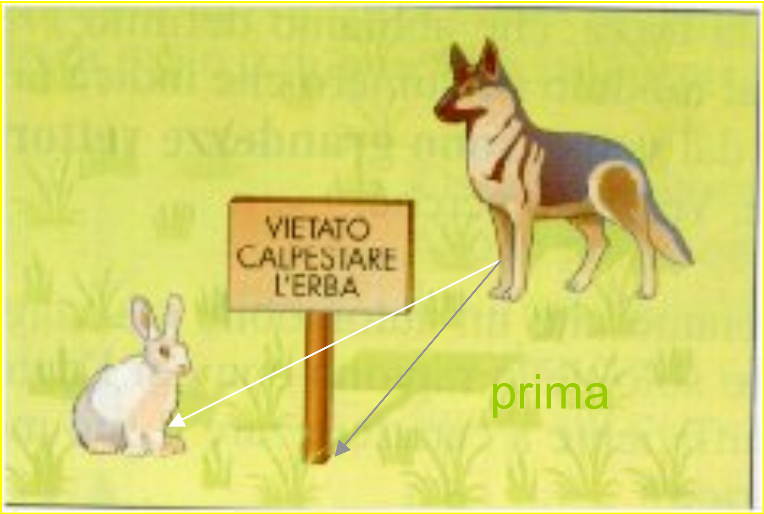
Perché il cane è in moto?

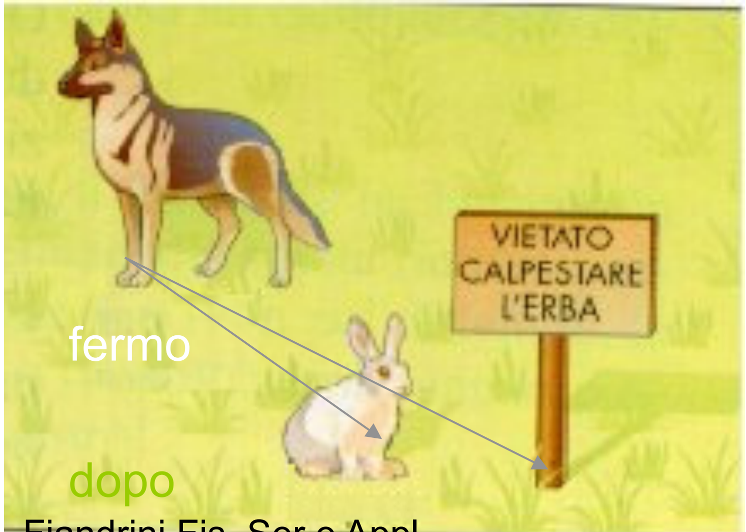
Esiste qualcosa di simile nella prima coppia?

Perché il coniglio è in quiete?

Quali conclusioni debbo trarre da queste osservazioni?

Quello che mi serve per stabilire se un corpo è in quiete o è in movimento è qualcosa che io considero fermo





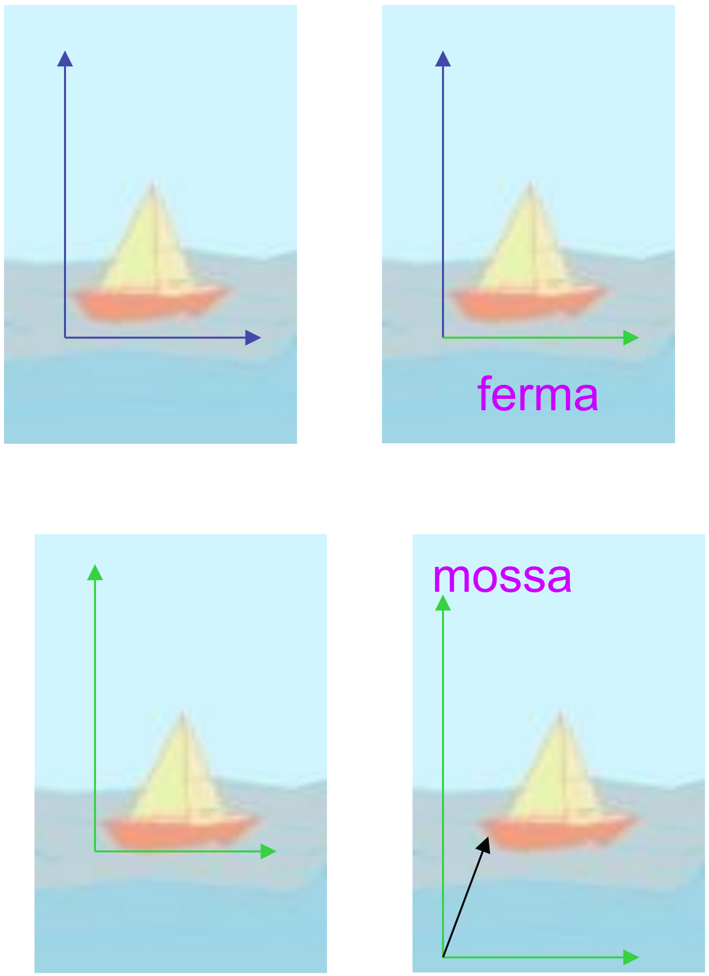
Consideriamo fermo il cane

Come dobbiamo considerare il coniglio e il cartello?

La loro posizione rispetto al cane è cambiata si o no?

Se tutto ciò che è stato detto prima è vero debbo concludere che si sono spostati rispetto alla posizione del cane

Il sistema di riferimento



Cosa manca qui?

Manca il sistema di riferimento per stabilire se le barche sono ferme o si sono mosse

È fondamentale, nel moto, stabilire un sistema di riferimento che io considero come fisso

Sistema di riferimento

- Quando studiamo il moto di un corpo dobbiamo dire rispetto a che cosa andiamo a studiare il moto.
- Infatti un corpo può essere fermo rispetto ad un osservatore ma in movimento rispetto ad un altro osservatore.

Sistemi di riferimento

Dal "De Rerum Natura" di Lucrezio:

La nave da cui siamo trasportati, si muove, mentre sembra star ferma;
quella che rimane immobile all'ormeggio, si crede che proceda oltre.
E sembra che a poppa fuggano colline e pianure
oltre le quali conduciamo la nave e con le vele voliamo.
Gli astri sembrano tutti restare immobili, fissi
alle eteree cavità, e tuttavia son tutti in assiduo movimento,
giacché, dopo esser sorti, rivedono i lontani tramonti,
quando hanno percorso il cielo col loro corpo lucente.
E il sole e la luna parimenti sembra che rimangano
immobili, essi che il fatto stesso mostra in movimento.

La descrizione del moto dipende dal sistema di riferimento scelto !!!

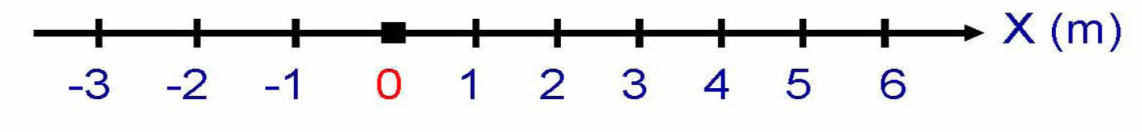
Un sistema di riferimento è costituito da un insieme di corpi posti a distanze relative fisse

Una descrizione matematica del sistema di riferimento si ottiene introducendo un sistema di coordinate che permettono di esprimere la posizione dei punti dello spazio rispetto agli oggetti di riferimento

Sistema di riferimento

- Per descrivere il moto di un punto materiale bisogna sempre assegnare un **sistema di riferimento** cioè indicare l'insieme degli oggetti rispetto ai quali si osserva il movimento.
- Il sistema di riferimento viene rappresentato con un sistema di **assi cartesiani ortogonali** sui quali è fissato l'unità di misura delle lunghezze e al quale è collegato un orologio per misurare gli intervalli di tempo.
- Il numero degli assi cartesiani necessari per descrivere il moto dipende dal particolare problema in esame: per il moto di un treno sule rotaie serve un asse, per il moto di una barca sulla superficie dell'acqua ne servono due, per quellodi un aereo in aria tre

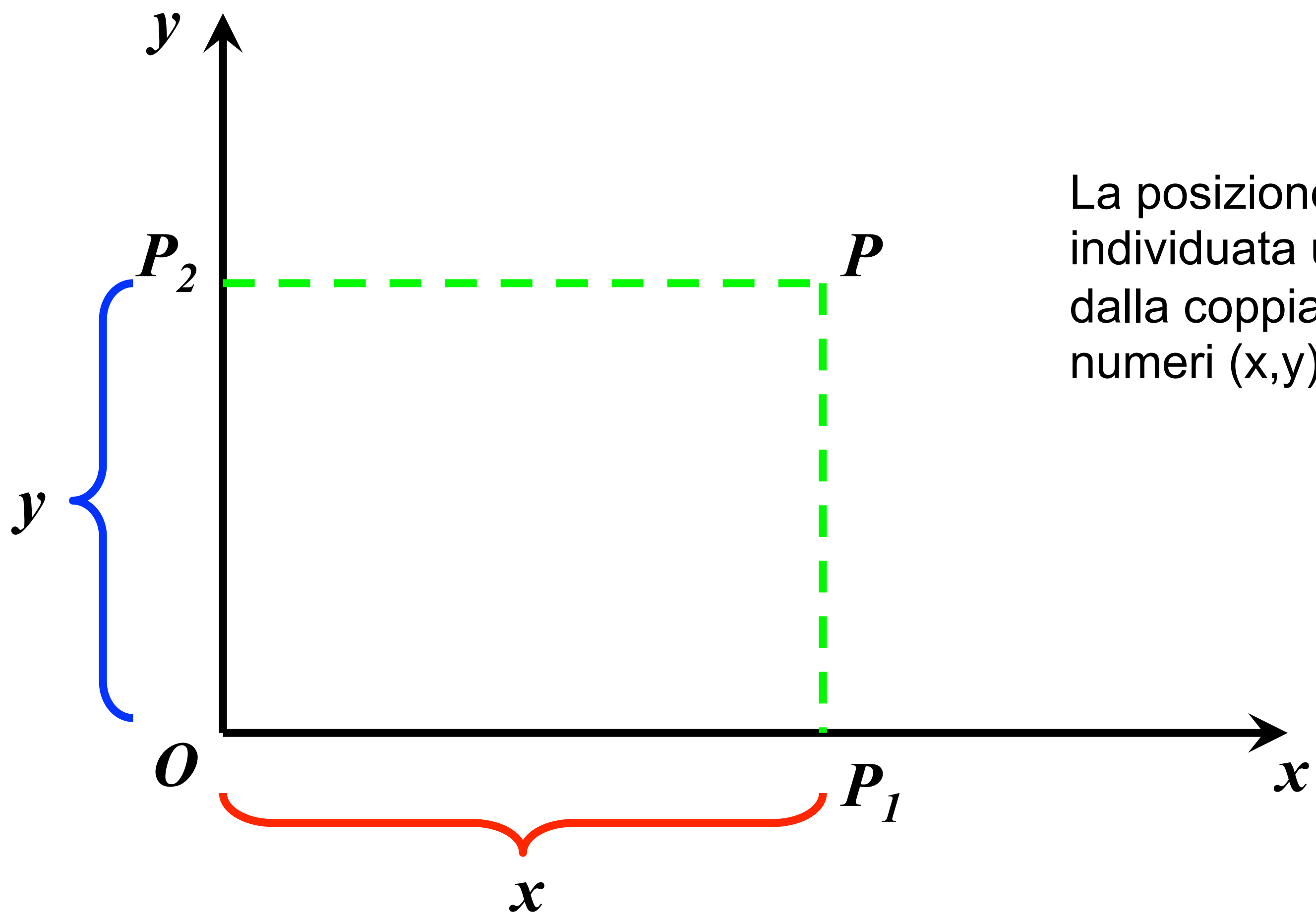
Asse cartesiano di riferimento



Serve a identificare i punti su una retta.
La procedura e':

- fissiamo un punto O che prendiamo come origine (l'oggetto di riferimento sulla retta)
- Definiamo una unita' di misura delle lunghezze, p.es. il metro
- Definiamo un verso di percorrenza "positivo" sulla retta, p. es. verso destra e assegnamo valori positivi ai punti a dx e negativi a quelli a sx di O.
- In questo modo possiamo assegnare a ciascun punto un numero = alla distanza del punto dall'origine O, presa con il segno: la coordinata

Coordinate cartesiane nel piano

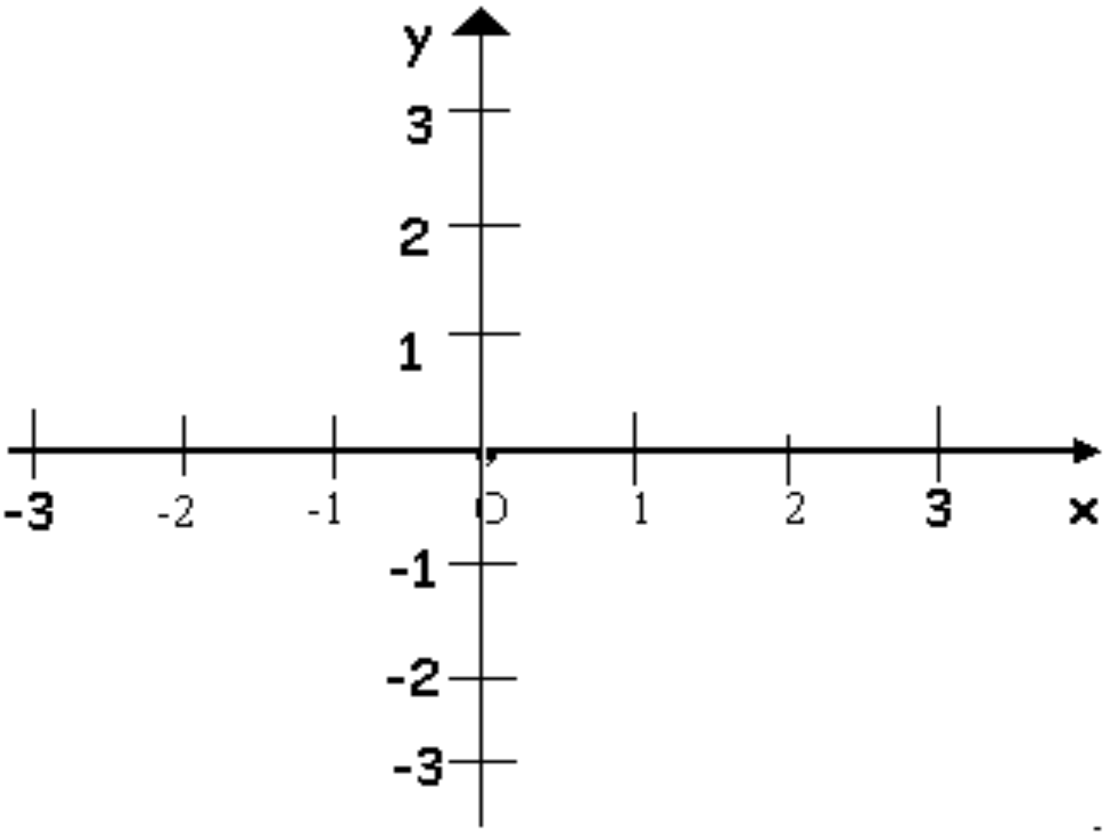


La posizione del punto P e' individuata univocamente dalla coppia ordinata di numeri (x,y)

- ***Si fissa un'origine e si introduce una coppia di assi cartesiani ortogonali x e y***
- ***Le coordinate (x,y) del punto P sono date dai segmenti OP_1 e OP_2***

Sistema di riferimento

Per studiare il moto, o in generale i fenomeni fisici, un sistema di riferimento e' "dotato" di un orologio o cronometro con cui misurare il tempo

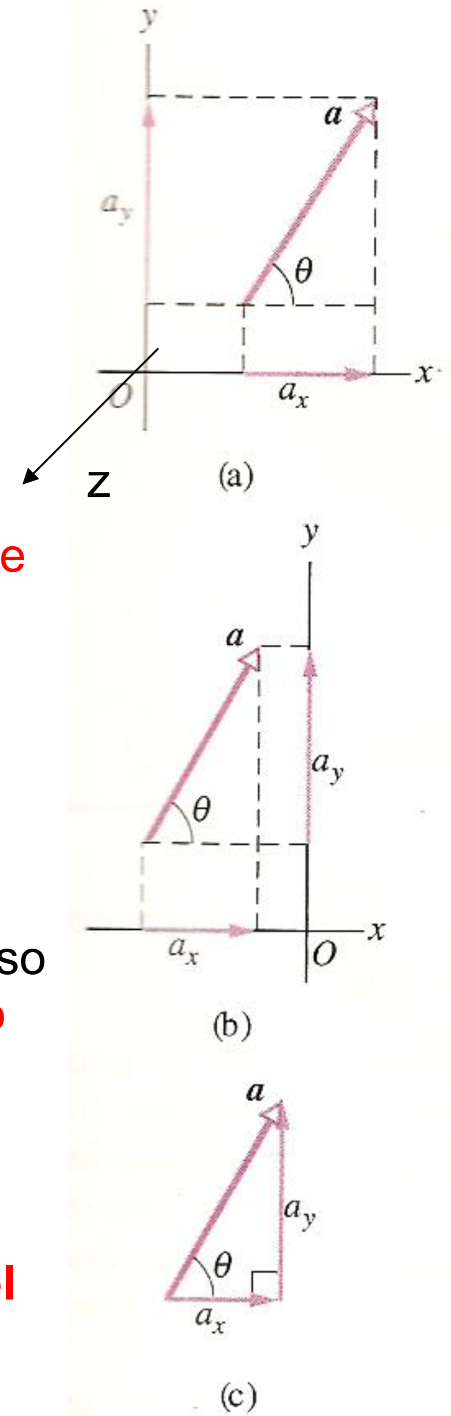


Sistemi di riferimento

- Per determinare dove e quando un fenomeno avviene occorre un sistema di riferimento (assi, strumenti: cronometro e metro campione)
- Lo stesso movimento risulta diverso in sistemi di riferimento diversi (ascensore)
- Gioco della battaglia navale - introduzione all'uso di sistemi di coordinate
- Orientarsi sulle mappe:
  - Trova le coordinate del Municipio della tua città.
- Sistemi coordinate polari:
  - In quale direzione e a quale distanza dal Municipio si trovano il Duomo e la stazione?
  - Quali sono le coordinate polari delle principali città italiane, se poniamo Roma al centro della griglia?

Scomposizione di vettori

- ❑ Fare operazioni sui vettori con il metodo grafico non e' il modo migliore, una tecnica migliore coinvolge l'algebra ma richiede l'uso di sistemi di coordinate cartesiane ortogonali
- ❑ Di solito gli assi x e y sono tracciati nel piano del foglio, l'asse z fuoriesce dalla pagina e per il momento lo ignoriamo (ie trattiamo solo casi bidimensionali)



- ❑ La componente di un vettore e' la sua proiezione ortogonale su un asse (o piu' generale su una retta).
- ❑ Per trovare la componente lungo un asse si traccia la perpendicolare a uno degli assi dai due estremi del vettore: si ottiene un segmento orientato sull'asse (dalla proiezione del piede a quella della punta), come p es in (a) a_x e' la componente di a sull'asse x (o lungo l'asse x)
- ❑ la componente ha verso concorde a quello del vettore stesso e puo' essere positiva o negativa, a seconda se e' concorde o discorde al verso dell'asse
- ❑ NB: la componente e' un NUMERO (dotato di segno algebrico che indica il verso rispetto all'asse)

Il procedimento prende il nome di scomposizione del vettore in componenti

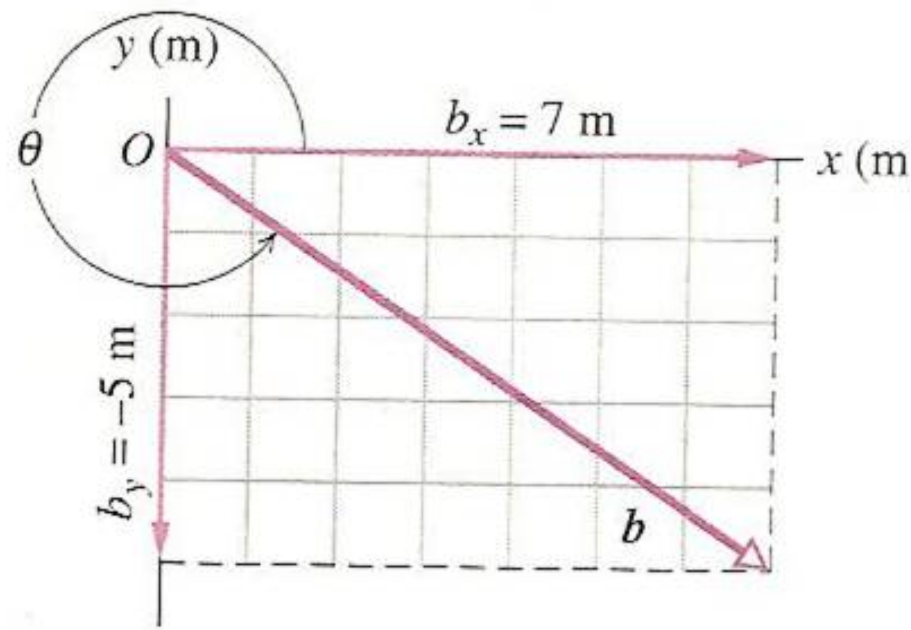
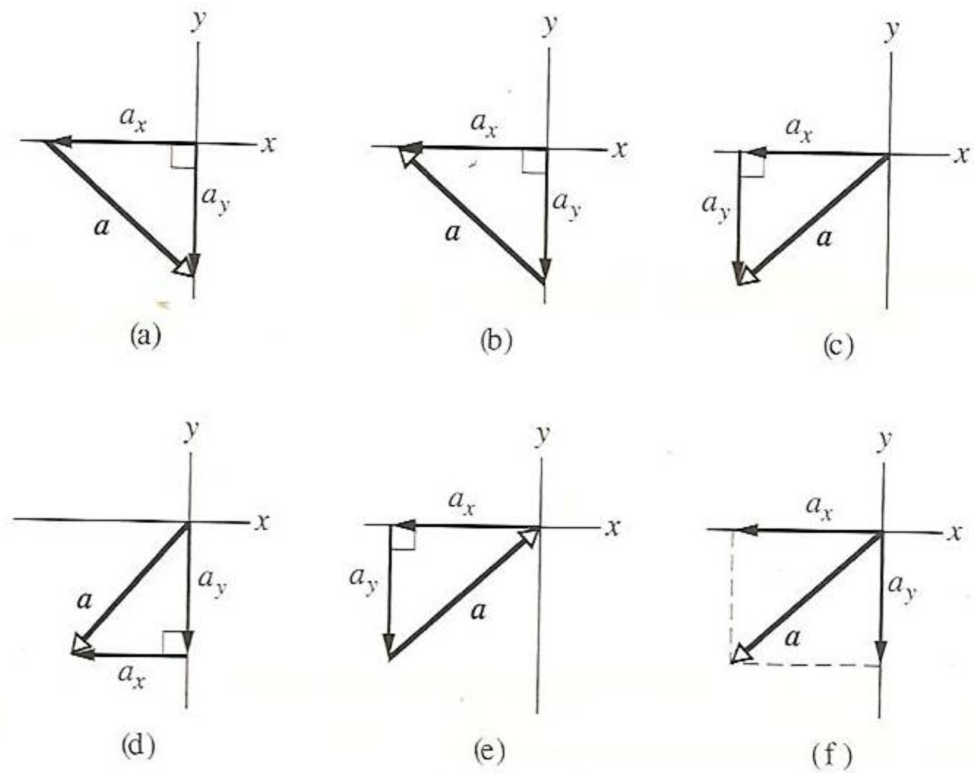


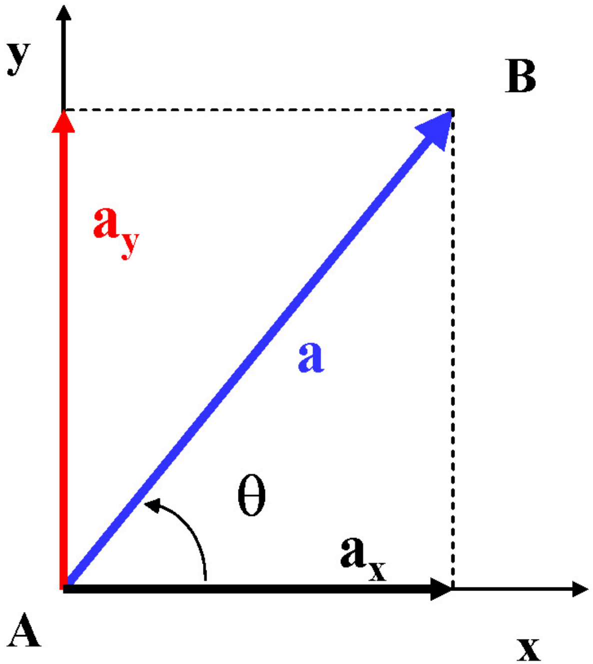
Figura 3.9 Le componenti di $\boldsymbol{b}$ sono positive sull'asse x e negative sull'asse y.

VERIFICA 2: Nella figura che segue, quali dei metodi indicati per combinare le componenti x e y del vettore $\boldsymbol{a}$ sono appropriati per individuare questo vettore?



Componenti cartesiane

Il vettore può essere individuato anche tramite le sue componenti lungo un sistema di assi cartesiani.



NB: l'angolo θ e' orientato→ verso di rotazione positivo antiorario

Il modulo del vettore può essere espresso in funzione delle componenti (teorema di Pitagora):

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Le componenti, a loro volta, sono legate al modulo dalle relazioni (trigonometria):

$$a_x = |\mathbf{a}| \cos \theta$$
$$a_y = |\mathbf{a}| \operatorname{sen} \theta$$

Anche l'angolo θ può essere espresso in funzione delle componenti:

$$\tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

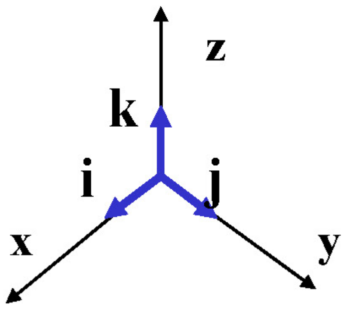
La somma dei vettori a_x e a_y dà il vettore a, di cui a_x e a_y sono i vettori componenti.

Due vettori sono uguali se e solo se hanno le stesse componenti

Versori e componenti cartesiane

Esistono dei vettori speciali, detti versori, che possono essere utilizzati per caratterizzare tutti gli altri vettori. I versori hanno queste caratteristiche:

- ✓ **hanno modulo 1;**
- ✓ **sono diretti lungo gli assi cartesiani;**
- ✓ **indicano il verso positivo degli assi cartesiani**



- ❑ I versori sono privi di dimensioni (e quindi anche di unita' di misura) e servono unicamente ad indicare una direzione
- ❑ ***i***, ***j*** e ***k*** indicano i versori degli x, y e z rispettivamente
- ❑ il sistema di coordinate va costruito come in figura: sistema destrorso di coordinate ortogonali (regola della mano destra

I versori sono utili per descrivere altri vettori
Un vettore puo' essere scritto come

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$$

$a_x\vec{i}, a_y\vec{j}$ Sono le componenti vettoriali di a, da *non* confondere con le componenti scalari a_x e a_y (o semplicemente, come prima, le componenti

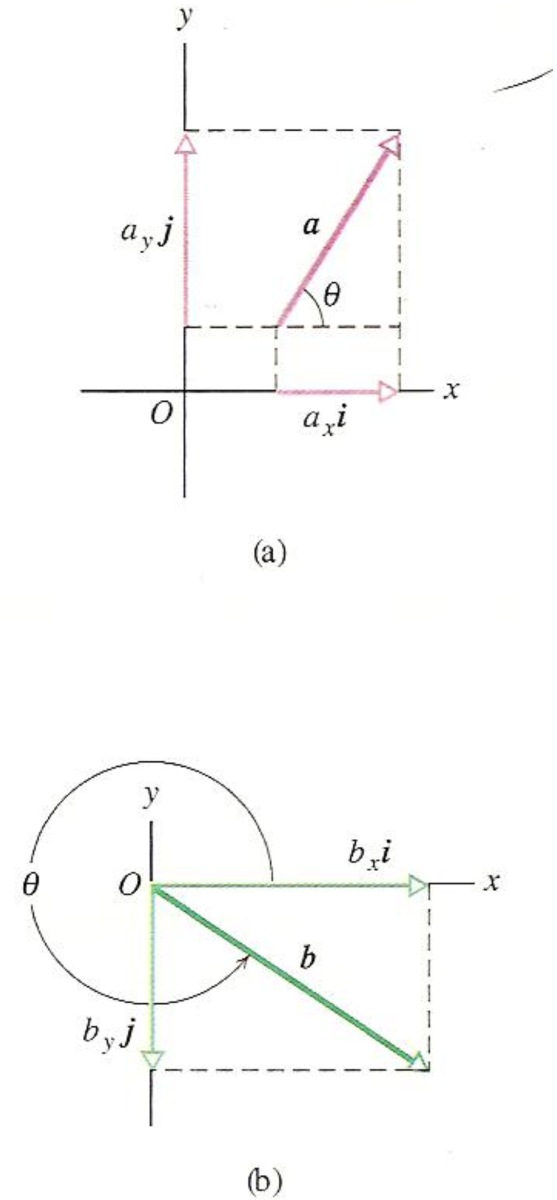
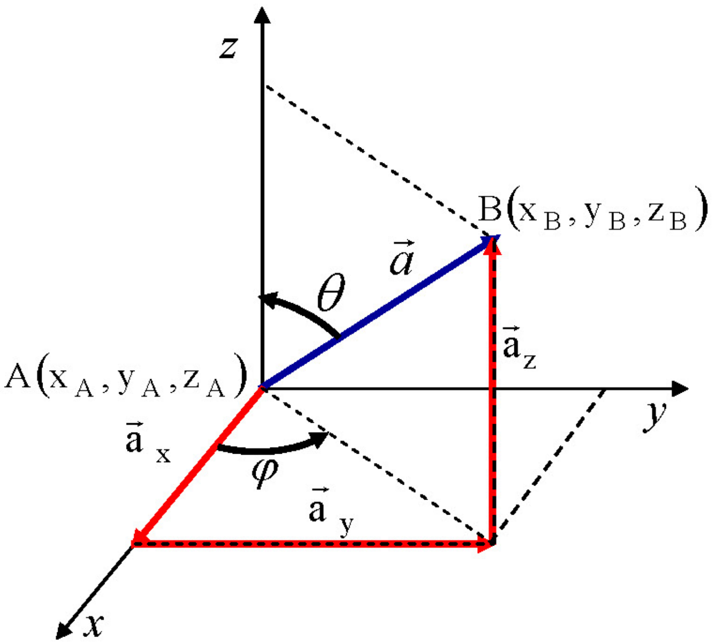


Figura 3.15 (a) Componenti vettoriali del vettore ***a***. (b) Componenti vettorial del vettore ***b***.

Versori e componenti cartesiane



$$\bar{a} = \overline{AB} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

Le componenti di un vettore qualsiasi $\vec{AB}$ si ottengono anche dalla differenza delle corrispondenti coordinate dell'estremo finale B con quelle del estremo iniziale A, ossia:

$$\vec{AB} = (x_B - x_A)\hat{i} + (y_B - y_A)\hat{j} + (z_B - z_A)\hat{k}$$

Il modulo espresso tramite le sue componenti sarà dunque dato da:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

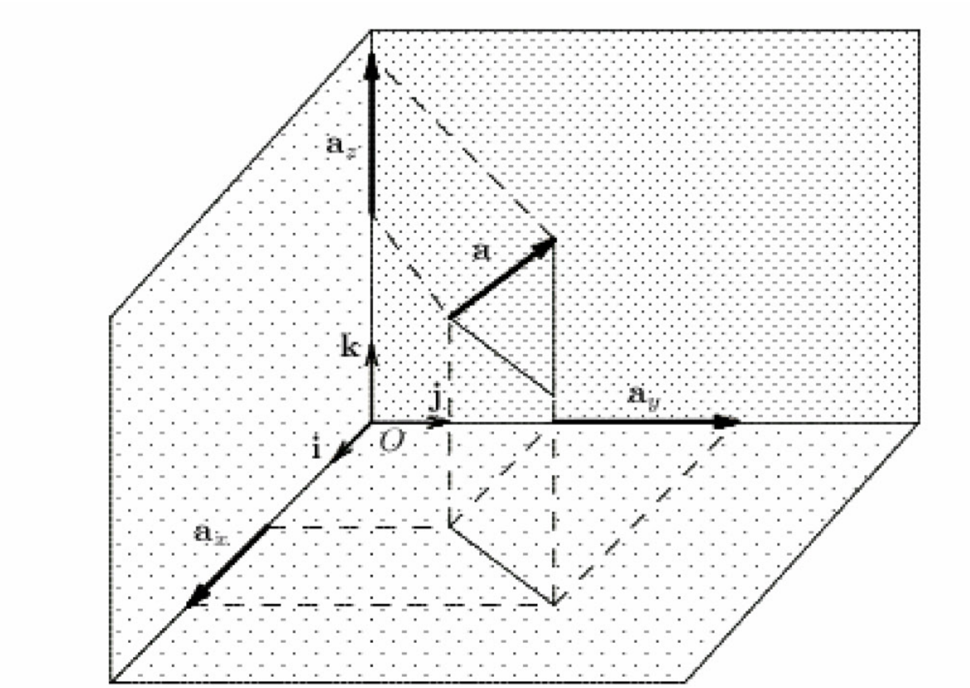
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Componenti cartesiane

In tre dimensioni:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_x + \mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$$

$$\mathbf{b} = \overline{\mathbf{b}}_x + \overline{\mathbf{b}}_y + \overline{\mathbf{b}}_z = \mathbf{b}_x\mathbf{i} + \mathbf{b}_y\mathbf{j} + \mathbf{b}_z\mathbf{k} = \mathbf{b}_x\hat{\mathbf{i}} + \mathbf{b}_y\hat{\mathbf{j}} + \mathbf{b}_z\hat{\mathbf{k}}$$



Le operazioni finora introdotte possono essere scritte in una nuova forma:

$$\boxed{\vec{a} + \vec{b} = (a_x + b_x)\hat{i} + (a_y + b_y)\hat{j} + (a_z + b_z)\hat{k}}$$

$$\boxed{\vec{a} - \vec{b} = (a_x - b_x)\hat{i} + (a_y - b_y)\hat{j} + (a_z - b_z)\hat{k}}$$

$$\boxed{\alpha\vec{a} = \alpha a_x\hat{i} + \alpha a_y\hat{j} + \alpha a_z\hat{k}}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

Fare operazionisui vettori e' equivalente ad operare sulle loro componenti

Perche' i sistemi di coordinate?

PERCHÈ NUMERICAMENTE SI POSSONO SOMMARE, SOTTRARRE, MOLTIPLICARE SOLTANTO DEI NUMERI E NON DELLE QUANTITÀ ASTRATTE COME DEI VETTORI.

USANDO UN SISTEMA DI COORDINATE SI RIDUCE UN VETTORE ALLA SOMMA VETTORIALE DI TRE COMPONENTI.

SULLE SINGOLE COMPONENTI SI PUO' USARE L'ALGEBRA ORDINARIA

Ex: $\vec{A} + \vec{B}$; $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$; $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$

$$\vec{A} + \vec{B} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + B_x \hat{i} + B_y \hat{j} =$$

$$= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j}$$

HO TROVATO LE COMPONENTI DEL VETTORE $\vec{A} + \vec{B}$ SENZA RICORRERE AL METODO GRAFICO $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (B_y + A_y)^2}$

Perche' usare vettori?

Assioma 1: le leggi della fisica sono le stesse per tutti gli osservatori (o sperimentatori) → devono essere espresse in forma matematica indipendente dal particolare osservatore.

Assioma 2: Un osservatore e' equivalente ad un sistema di coordinate (immaginate una terna di assi cartesiani associata a ciascun osservatore) ➔ le leggi della fisica devono essere indipendenti dal sistema di coordinate usato per descrivere il fenomeno

I vettori sono un enti geometrici (segmenti orientati) le cui relazioni sono indipendenti da chi "li osserva", cioe' se due vettori sono uguali per un osservatore , allora sono uguali per tutti gli osservatori ➔ possiamo esprimere le leggi fisiche in forma vettoriale

Perche' usare vettori?

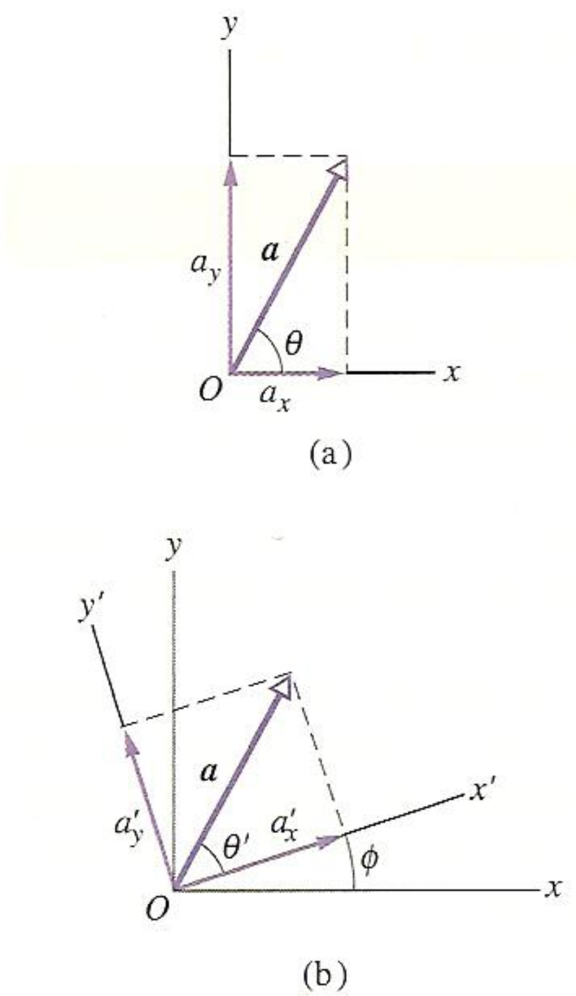


Figura 3.18 (a) Il vettore ***a*** e le sue componenti. (b) Lo stesso vettore, con gli assi del sistema di coordinate ruotato di un angolo ϕ.

L'uso di assi paralleli ai bordi della pagina non ha alcun significato profondo. E' solo piu' comodo per visualizzare la situazione

Se ruotiamo gli assi (ma non il vettore a) di un angolo Φ arbitrario (ovvero se cambiamo punto di vista), le componenti cambiano (il vettore no) in a'_x e a'_y.
Non esiste una coppia di componenti "piu' giusta" di altre, sono tutte equivalenti (cioe' rappresentano lo stesso oggetto rispetto a osservatori –ie sistemi di riferimento- diversi.
Tutte esprimono lo stesso modulo, la stessa direzione e verso per il medesimo vettore anche se con numeri differenti (in linguaggio piu' tecnico si dice che la lunghezza di un vettore e' un invariante per trasformazioni di coordinate)

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_x'^2 + a_y'^2}$$

Perche' usare vettori?

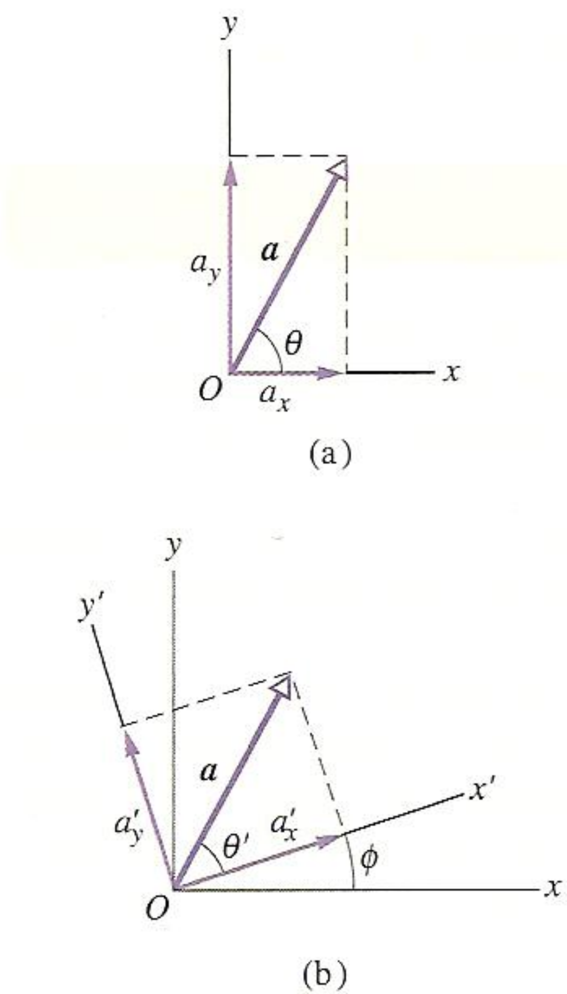


Figura 3.18 (a) Il vettore $\boldsymbol{a}$ e le sue componenti. (b) Lo stesso vettore, con gli assi del sistema di coordinate ruotato di un angolo ϕ.

Quindi abbiamo una grande liberta' di scelta per definire i sistemi di coordinate perche' le relazioni fra vettori non dipendono dalla collocazione dell'origine e dall'orientazione degli assi del sistema di riferimento.
Non esiste un criterio generale per la scelta del riferimento: l'unico criterio e' che la scelta deve essere fatta in modo tale che i calcoli siano i piu' semplici possibili ovvero tale che la descrizione dei fenomeni fisici sia la piu' semplice possibile dal punto di vista matematico

Esempio

Quanto valgono la somma e la differenza di due vettori di componenti a_x = -2, a_y = 1 e b_x = 5, b_y = 2 ? Calcolare il modulo dei vettori somma e differenza.

$$\vec{a} = -2\hat{i} + \hat{j}$$

$$\vec{b} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = (-2 + 5)\hat{i} + (1 + 2)\hat{j} = 3\hat{i} + 3\hat{j}$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4.24$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (-2 - 5)\hat{i} + (1 - 2)\hat{j} = -7\hat{i} - \hat{j}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} = 7.07$$

Il moto

Il moto di un oggetto e' la variazione nel tempo della sua posizione rispetto ad un osservatore➔ dato che l'osservatore e' arbitrario ne segue che il moto e' relativo (l'affermazione, come vedremo, e' verificabile sperimentalmente)

Noi siamo ora fermi rispetto alla Terra, ma siamo in rotazione (di periodo T=24 h) rispetto ad un astronauta che viaggia verso la Luna, perche' ci muoviamo solidalmente con essa.

La Terra ruota intorno al Sole su un'ellisse con un periodo T'=1 anno ad una distanza media di 1.5×10^{8} km→ trascurando la rotazione giornaliera, noi ruotiamo intorno al Sole; il Sole orbita intorno al centro della Via Lattea a circa 8.5 kpc (1pc=3.26 anni-luce$\sim 9.5\times 10^{12}$ km con un periodo T''$\simeq 2.2\times10^{8}$ anni, l'intera galassia viaggia verso la costellazione della Vergine a $\sim$ 30 km/sec, il Gruppo Locale (l'ammasso di galassie di cui la Via Lattea fa parte) viaggia verso il Grande Attrattore...

Causa ed effetto

La meccanica studia il moto dei corpi e comprende:
- la cinematica che studia il moto dei corpi indipendentemente dalle cause
- la dinamica che studia le cause del moto e le relazioni con le variabili cinematiche, cioe' le forze

La nostra conoscenza del mondo e' basata sul principio di causa ed effetto:

L'effetto segue dalla causa, p. es. una lampadina si accende perche' l'interruttore e ' stato chiuso e cio' accade *dopo*.
I due eventi non possono essere causalmente connessi se la luce si accende *prima* (o nello stesso istante) che l'interruttore sia stato chiuso.

Introduzione alla cinematica

- La cinematica si pone come obiettivo lo studio del moto, ovvero lo studio degli spostamenti di un corpo in funzione del tempo.

- A tale fine viene introdotto un concetto astratto: **il punto materiale**. Esso è un oggetto privo di dimensioni (ovvero puntiforme) ma che tuttavia possiede una massa. Più avanti nel corso identificheremo il punto materiale con il centro di massa di un corpo.

- Un punto materiale spostandosi nello spazio occupa successivamente una serie di punti geometrici. L'insieme di questi punti costituisce la **TRAIETTORIA** descritta dal punto.

- La traiettoria descrive una curva qualsiasi nello spazio. Per semplificare lo studio della cinematica in questo corso, considereremo soltanto delle traiettorie che descrivano delle figure geometriche semplici, quali linee rette, circonferenze, parabole, ellissi.

- Nei casi complessi, in genere, si cerca di ridursi a dei casi semplici con delle approssimazioni, oppure ad una somma di casi semplici.

- Da notare che lo studio delle curve nello spazio ricade nell'ambito della **geometria**. La geometria ha origini antichissime, basti pensare ai principi di Euclide.