

Lecture 7 301019

- Il pdf delle lezioni puo' essere scaricato da
- http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrin/didattica_fisica/cosmic_rays1920/

Leaky Box Model

- A useful approximation is the following:
 - CR propagate freely in the galaxy volume, uniformly filled with ISM and regular B, until they reach the “border” and escape
 - A CR has a probability per unit of time to escape the galaxy $p = 1/\tau_{\text{esc}}$, where τ is the measured residence time of CR in the galaxy
- Then

$$D \nabla^2 \mathcal{N} \rightarrow -\frac{\mathcal{N}}{\tau_{\text{esc}}}.$$

- As the diffusion coefficient D is energy dependent, also the characteristic escape time of CRs from the Galaxy $\tau_{\text{esc}} = \tau_{\text{esc}}(E)$ is energy dependent
- NB: τ_{esc} is a free parameter of the model, i.e. it must be determined by s fit to the expe data

Leaky Box Model

- The transport equation becomes

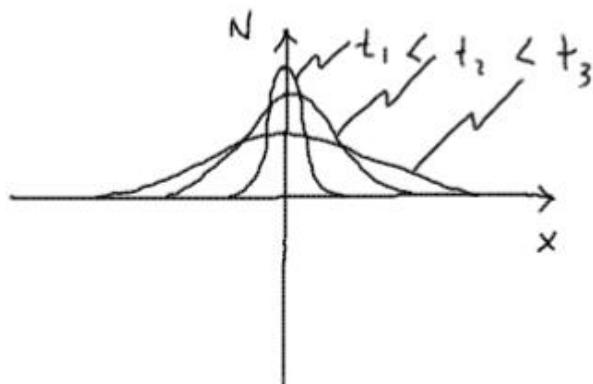
$$\frac{d\mathcal{N}_i}{dt} = -\frac{\mathcal{N}_i}{\tau_{\text{esc}}} + \frac{\partial}{\partial E}[b(E)\mathcal{N}_i(E)] + Q - \frac{\mathcal{N}_i}{\tau_i} + \sum_{j>i} \frac{P_{ji}}{\tau_j} \mathcal{N}_j.$$

- The leaky-box model provides the most common description of CR transport in the Galaxy at energies below $\sim 10^{17}$ eV. The model is based on particles injected by sources Q distributed uniformly over the galactic volume (the *box*) filled with a uniform distribution of matter and radiation fields. The particles get-away from this volume with an escape time independent of their position in the box. The escape time $\tau_{\text{esc}}(E)$ depends on the particle energy, charge, and mass number, but it does not depend on the spatial coordinates. Secondary nuclei are produced during the propagation as a function of the path length

Modello diffusivo

* In assenza di fuga, cioè se le particelle diffondono dalle loro sorgenti (senza lasciare la regione) fino all'osservatore, $\tau_e = \infty \Rightarrow$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \Rightarrow N(x, t) = \frac{N_0}{\sqrt{\pi D t}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

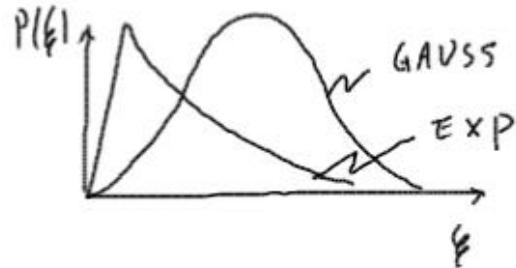
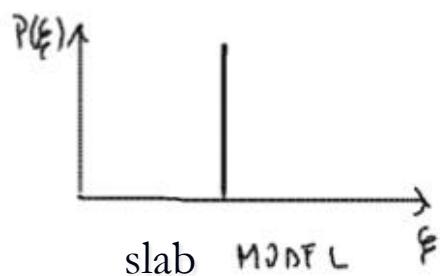


con $N_0 = \#$ di particelle iniettate a $t=0$ in $x=0$

* In tal caso, la distr. di path lengths sarebbe una gaussiana tra la sorgente e l'osservatore

Leaky box

- * Se invece si adotta un modello in cui le particelle rimangono nel disco galattico (o nell'alone) per un tempo τ_e prima di uscire senza diffondere ($D=0$)
 $\Rightarrow \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N}{\tau_e} = 0 \Rightarrow N \propto e^{-t/\tau_e}$ o $N \propto e^{-E/E_e}$
- * La distribuzione di path lengths sarebbe un'esponenziale
- * Questi "modelli" corrispondono a differenti interpretazioni del modo in cui le particelle diffondono nella galassia (in modo plausibile)



Equazione di propagazione

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (\vec{D}_i \vec{\nabla} N_i) + \frac{\partial}{\partial E} (b_i N_i) + m v r_i N_i + \frac{N_i}{T_i} = q_i + \sum_{j < i} m v r_{ij} N_j + \sum_j \frac{N_j}{T_j}$$

- Ci sono 2 casi:
 - i) CR leggeri: e^- , e^+
 - ii) CR pesanti: p , He , $Z > 2$
- L'equ. di diff. e' la stessa, cambiano le perdite di energia:
 - i) Per gli e^- , sono importanti $b(E) = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{ion} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{Brems} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{Sinc} + \left(\frac{dE}{dt}\right)_{IC}$
 - ii) Per la comp. nucl. solo $b(E) = \left(\frac{dE}{dt}\right)_{ion}$
 - Se osserviamo CR con $E \gtrsim 10$ GeV, le perdite di E si possono trascurare (i.e. $b(E) \approx 0$)

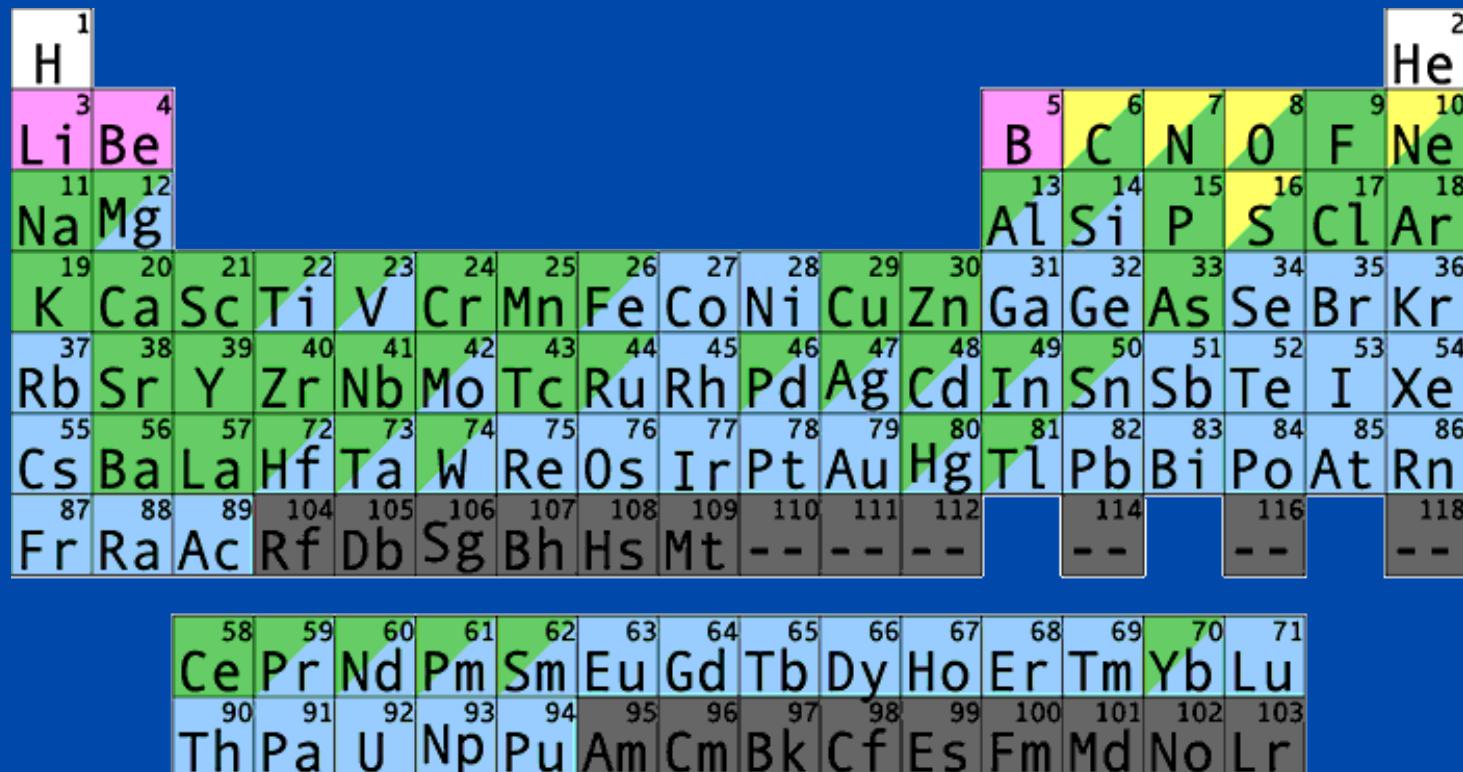
Esaminiamo la componente nucleare

Misure delle abbondanze degli elementi nella Galassia

- Le abbondanze “primordiali” degli elementi sono fissati dalla cosmologia:
 - 24% (in massa) di ${}^4\text{He}$
 - 76% (in massa) di H
- La **nucleosintesi** nelle stelle provvede alla sintesi degli elementi più pesanti
- Le esplosioni stellari (per $M \gg M_{\odot}$) hanno una vita media << all’ età dell’ Universo e provvedono a rifornire il mezzo IG
- Le percentuali dei vari elementi nella Galassia possono essere dedotte in varie maniere

- The chemical elements existing in nature are a finite number: they are those that appear in the periodic table of elements. The observed stable nuclei are 264; the number of the unstable ones is more than 1,500. The latter number is increasing every year, as improved experimental techniques are developed, allowing the measurements of shorter and shorter nuclear lifetimes.
- The nuclei can be classified in terms of the number of protons Z (the *atomic number*), the number of neutrons N and the number of nucleons A (the *mass number*) $A = Z + N = Z$ protons plus N neutrons

Elementi chimici: genesi



White - Big Bang

Yellow - Small Stars

Blue - Supernovae

Pink - Cosmic Rays

Green - Large Stars

Abbondanze dei nuclei nel Sistema Solare

- Sono rappresentative delle abbondanze degli elementi nel mezzo interstellare

Ref: Mashnik, astro/ph:
0008382

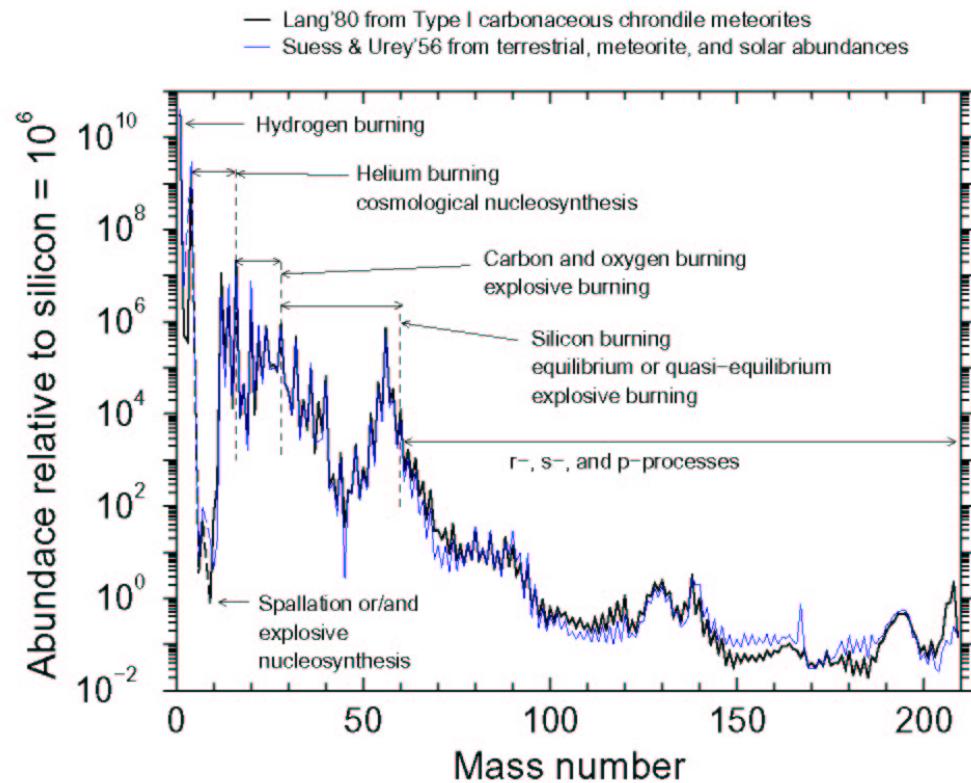


Fig. 1.— Abundances of solar system nuclides plotted as a function of mass number. The thin blue curves shows old data compiled in Table III by Suess and Urey (1956) which are based on measurements of terrestrial, meteoric, and solar abundances. These data were used by Burbidge, Burbidge, Fowler, and Hoyle (1957) in postulating the basic nucleosynthetic processes in stars in their seminal work which become widely known as “B²FH,” the “bible” of nuclear astrophysics. The thick black curve shows newer data from the compilation published in Table 38 by Lang (1980) which are based upon measurement of Type I carbonaceous chondrite meteorites, and are thought to be a better representation than Suess and Urey’s curve. The nuclear processes which are thought to be the main stellar mechanisms of nuclide production are shown as well in the figure.

Abbondanze dei nuclei nel Sistema Solare

The *cosmochemistry* or *chemical cosmology* is the study of the chemical composition of matter in the Universe and the processes that led to the observed compositions. Meteorites are one of the most important tools for studying the chemical nature of the Solar System. Many meteorites come from material that is as old as the Solar System itself, and thus provides a record from the early solar nebula. Carbonaceous (C) chondrites are especially primitive. C chondrites represent only a small proportion (4.6 %) of meteorite falls. They have retained many of their chemical properties since their formation in the solar system about 5×10^9 years ago, and are therefore a major focus of cosmochemical investigations.

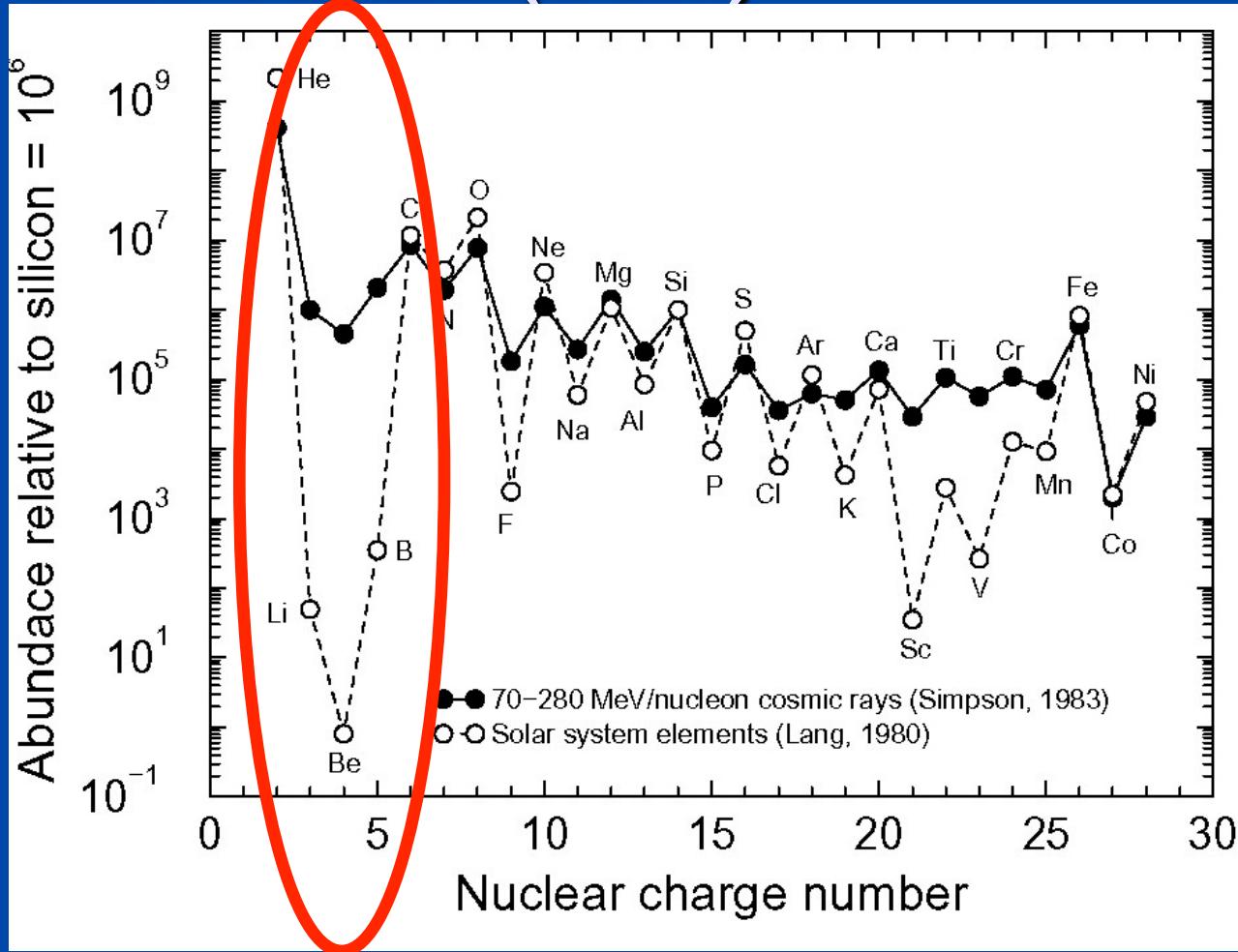
In addition to meteoritic data, the abundances of elements in the solar system are derived from photospheric measurements on the light from the Sun. It has been known for some time that abundances determined from lines in the Sun's spectrum and abundances in CI-type carbonaceous meteorites agree quite well when normalized to the same scale. The CIs (named after the Ivuna meteorite) are a particular and rare type of chondrites. The element abundances determined from solar photospheric measurements and meteoritic CI chondrite are summarized and compared with the chemical composition of CRs.

Confronto tra le abbondanze dei vari nuclidi nei RC e nel mezzo IG

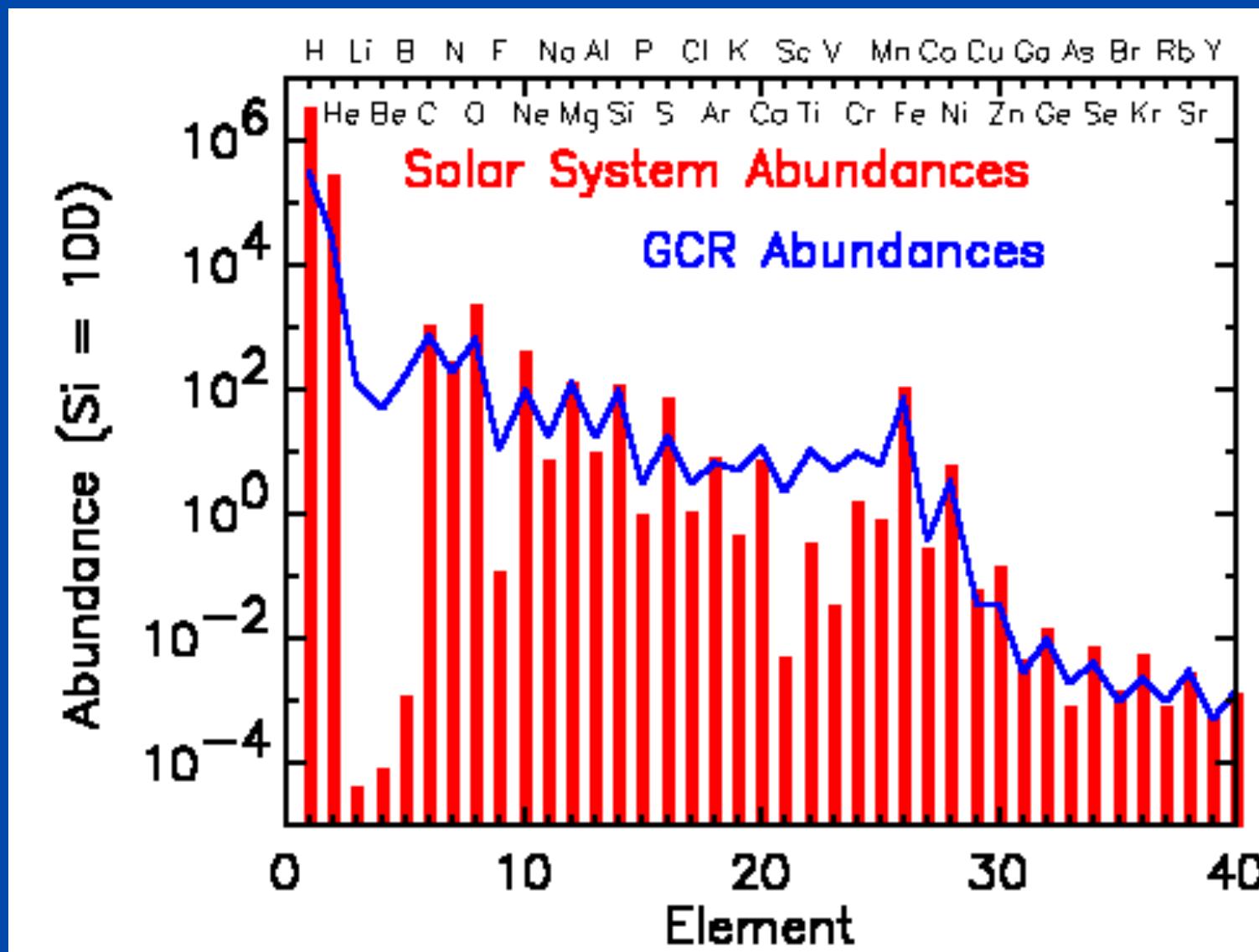
- I RC hanno una composizione chimica analoga a quella del Sistema Solare (Solar System Abundance, SSA)?
- Se sì, questo indica una origine simile a quella del SS.
- Le abbondanze degli elementi nei RC si determinano tramite esperimenti di misura diretta dei RC (vedi.)
- Si notano alcune discrepanze rispetto al SSA, in particolare in corrispondenza al gruppo Li,Be,B e del gruppo prima del Fe → Vedi fig.
- Si nota anche un effetto *pari/dispari*, noto dalla fisica dei nuclei

Abbondanze relative dei RC e del sistema solare (SSA)

- H e He sono dominanti (98%), leggermente in difetto rispetto SSA
- Buon accordo tra CR e SSA per molti elementi, in particolare C, O, Mg, Fe.
- Elementi leggeri Li, Be, B e quelli prima del ferro Sc, V sono straordinariamente abbondanti nei RC rispetto SSA



La stessa figura...



CHEMICAL COMPOSITION of CR at LOW ENERGIES

Intensity ($E > 2.5 \text{ GeV}/\text{particle}(\text{m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ sec}^{-1})$)

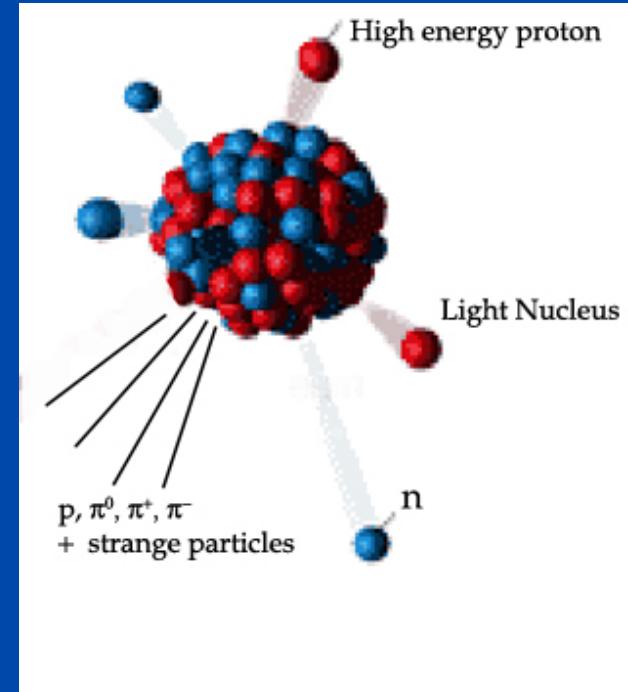
Nuclear group	Particle charge, Z	Integral Intensity in CR ($\text{m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1}$)	Number of particles per 10^4 protons	
			CR	Universe
Protons	1	1300	10^4	10^4
Helium	2	94	720	1.6×10^3
L (=Li,Be,B)	3-5	2	15	10^{-4}
M(=C,N,O)	6-9	6.7	52	14
Heavy	10-19	2	15	6
VeryHeavy	20-30	0.5	4	0.06
SuperHeavy	>30	10^{-4}	10^{-3}	7×10^{-5}
Electrons	-1	13	100	10^4
Antiprotons	-1	>0.1	5	?

Produzione di Li, Be, B nei RC

- ^6Li , Be, B sono catalizzatori delle reazioni di nucleosintesi. Ciò significa che NON sono rilasciati al termine della vita stellare. Il solo ^7Li ha una piccola percentuale di origine cosmologica, mentre ^6Li , Be, B non sono stati prodotti dal big bang.
- Li, Be, B sono prodotti temporaneamente durante la catena di fusione, ma vengono “consumati” durante le reazioni: le stelle consumano questi elementi durante la loro vita.
- Quale è l'origine di questi elementi rari?
- ⇒ Reeves, Fowler & Hoyle (1970) ipotizzarono la loro origine come dovuta all'interazione dei RC (spallazione e fusione di α + α) con il mezzo interstellare (ISM).

Meccanismo di propagazione

- Gli elementi del gruppo M(=C,N,O) sono gli elementi candidati a produrre L(=Li,Be,B) durante la propagazione.
- Il processo fisico con cui gli M producono gli L è la spallazione, urto con i protoni del ISM.
- Quale quantità di materiale:
 $\xi = \rho L \text{ (gcm}^{-2}\text{)}$
i nuclei M devono attraversare per produrre, nel rapporto osservato, gli elementi L?
- Il problema può essere impostato con un sistema di equazioni differenziali.

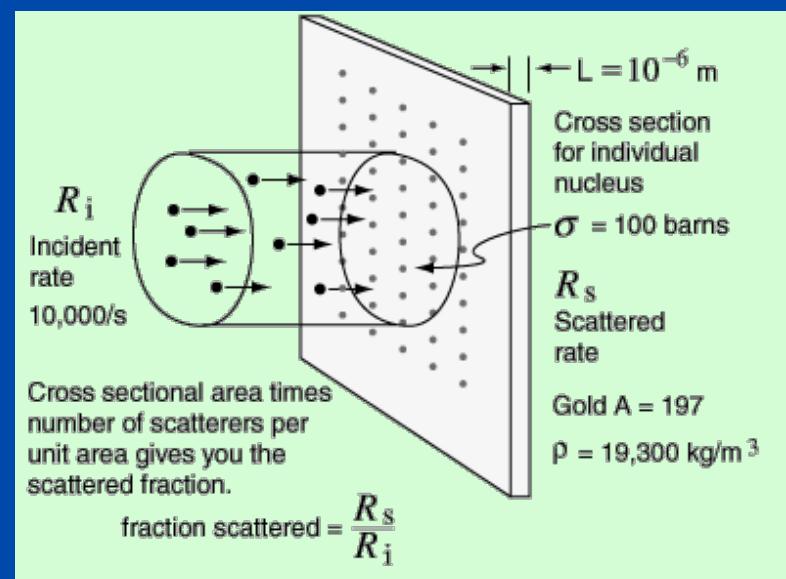


Sezione d' urto e libero cammino medio

- Le interazioni forti (a differenza di quelle elettromagnetiche) non avvengono a distanza. Il loro *range* coincide praticamente con le dimensioni delle particelle interagenti (p , n , nuclei) $\sim 10^{-13}$ cm.
- Il parametro che caratterizza “la forza” delle interazioni è definito **sezione d’ urto** (indicato con σ). Unità: cm^2

- $N = \text{n. particelle incidenti}/\text{cm}^2$
- $dN = \text{n. particelle interagenti}/\text{cm}^2$
- $dx = \text{spessore del bersaglio, cm}$
- $N_c = \text{n. centri diffusori bersaglio}/\text{cm}^3$

$$-dN = \sigma \cdot N \cdot N_c \cdot dx$$



Il libero cammino medio

- Il **cammino libero medio** λ rappresenta la distanza media percorsa da una particella fra due urti successivi.
- Può essere ricavato da, ricordando che $N_c = N_A \rho / M_A$

$$-dN = \sigma \cdot N \cdot N_c \cdot dx$$

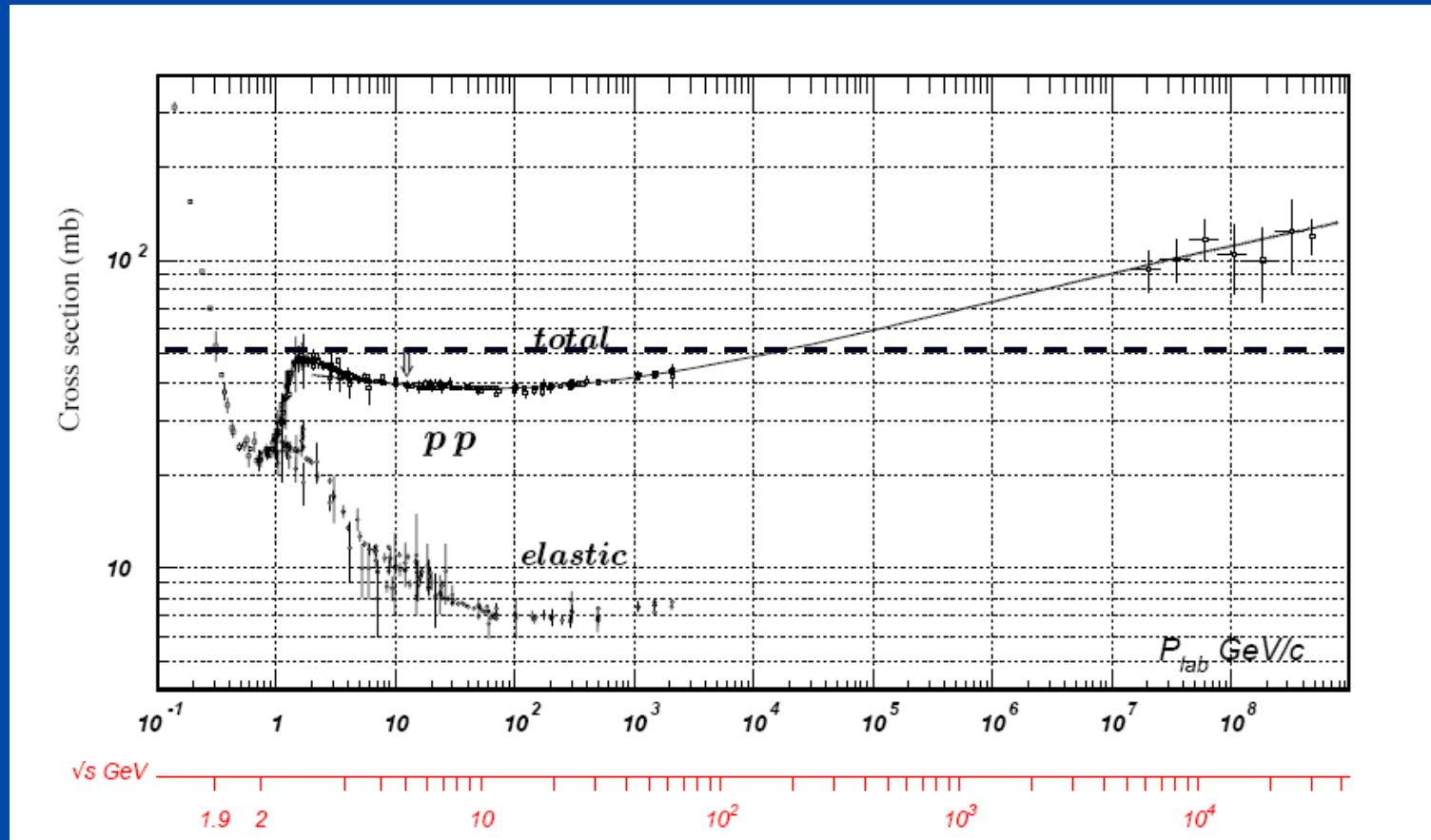
$$-\frac{dN}{N} = \sigma \cdot \frac{N_A}{M_A} \cdot \rho \cdot dx = \frac{d(\rho x)}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{M_A}{\sigma N_A} \text{ gr cm}^{-2}$$

- Si può facilmente verificare che un fascio di particelle si attenua di un fattore $1/e$ dopo aver percorso una lunghezza λ
- Nel caso in cui sia il fascio sia composto da nuclei A o protoni ($A=1$), la sezione d'urto corrisponde a quella geometrica:

$$\sigma_{nucl} = \pi \cdot r_N^2 = \pi \cdot (r_o A^{1/3})^2 \cong 5 \times 10^{-26} A^{2/3} \text{ cm}^2 = 50 \text{ mb}$$

- $r_N = r_o \propto A^{1/3}$ con $r_o = 1.26 \times 10^{-15} \text{ m}$ e' stata ricavata con scattering di e^-

Sezione d' urto pp





Perché ci interessa tutto questo?-2

RC

- La frazione nucleare dei RC interagendo con i protoni del mezzo interstellare origina frammenti nucleari che possono giungere a Terra

Mezzo Interstellare
 $= 1 \text{ p/cm}^3$

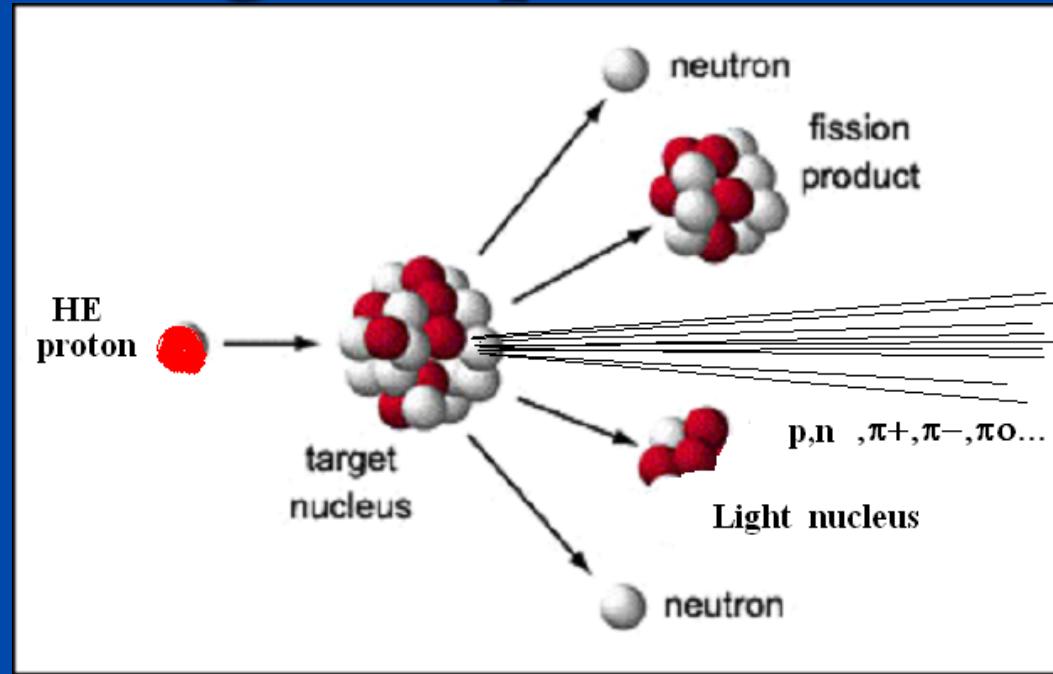


Frammentazione di nuclei

- L'interazione tra un nucleo ed un protone (o un nucleo) che produce un nucleo più piccolo (frammento) si chiama frammentazione (o spallazione).
- Per quanto riguarda i nuclei nei RC, propagandosi nel mezzo intergalattico, subiscono questo processo e la composizione chimica dei RC viene modificata nel tragitto dalle sorgenti alla Terra.
- Occorre determinare la sezione d'urto σ_{BT} totale del processo $N_{Beam} + N_{Target}$, e la frazione relativa f_{ij} di nuclei di differenti specie prodotti dalla reazione (Beam, Target)
- Nel caso astrofisico, i nuclei "Target" sono protoni.
- Lo studio di σ_{BT} , f_{ij} avviene sia sperimentalmente, sia tramite l'utilizzo di formule semi-empiriche;

Interazioni di alta energia di p con nuclei

- Il p interagisce con un solo nucleone nel nucleo
- **ESERCIZIO:** *Calcolare la lunghezza di de Broglie di un p di 100 GeV/c.*
- Nell'interazione p-nucleone vengono prodotte molte particelle (pioni principalmente)



- Nel Sistema di riferimento del laboratorio, le particelle sono emesse in avanti.
- In genere, pochi (1 o 2) nucleoni partecipano all'interazione, e vengono rimossi dal nucleo originario. La parte rimanente è in uno stato eccitato, e alcuni frammenti (n, α) possono evaporare. La parte rimanente viene chiamata frammento nucleare, o nucleo di spallazione.
- *NOTA: si ha lo stesso processo se anziché avere un p di alta energia incidente su un nucleo in quiete, si ha un nucleo di H.E. incidente su un protone in quiete*

■ Sezione d' urto totale T,B

$$\sigma_{BT} = \sigma_o \cdot (A_T^{1/3} + A_B^{1/3} - b)^2$$

■ Se T (o B) è p: $\sigma_B = \sigma_o \cdot A_B^{2/3}$

■ Le sezioni d' urto parziali di frammentazione di nuclei su protoni sono state ottenute parzialmente da esperimenti (ed estrapolate con formule semiempiriche ([Tsao, C. H.; Silberberg, R.](#))

■ L' accordo tra formule e dati è entro il 25%

■ Dalla tabella, si noti che:

■ La probabilità di estrarre un solo nucleone è sempre elevata

■ produzione di nuclei “pari” leggermente favorita rispetto ai “dispari”

■ $\sum f_{ij} < \sigma_{BT}$ (riga in basso): alcuni canali meno interessanti non sono riportati

Product nucleus	Z	A	Parent nucleus								TARGET (%)
			¹¹ B	¹² C	¹⁴ N	¹⁶ O	²⁰ Ne	²⁴ Mg	²⁸ Si	³² Fe	
Lithium	3	6	12.9	12.6	12.6	12.6	12.6	12.6	12.6	12.6	17.4
		7	17.6	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	11.4	17.8
Beryllium	4	7	6.4	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	8.4
		9	7.1	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	5.8
		10	15.8	2.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	4.1
Boron	5	10	26.6	17.3	16.0	8.3	7.1	6.2	5.3	5.3	
		11	—	31.5	15.0	13.9	12.0	10.4	9.0	8.1	
		12	—	—	—	—	—	—	—	—	
Carbon	6	10	—	3.9	3.3	2.9	2.1	1.6	1.2	0.5	
		11	0.6	26.9	12.4	10.6	7.9	5.9	4.5	4.5	1.3
		12	—	—	38.1	32.7	13.5	10.1	7.6	4.7	
		13	—	—	10.5	14.4	10.7	8.0	6.0	3.7	
		14	—	—	—	2.3	3.9	3.0	2.2	2.1	
Nitrogen	7	13	—	—	10.7	3.6	2.7	2.0	1.5	0.5	
		14	—	—	—	26.3	10.9	8.1	6.1	2.9	
		15	—	—	—	31.5	10.0	7.5	5.7	4.3	
		16	—	—	—	—	3.4	2.6	1.9	1.6	
Oxygen	8	14	—	—	—	3.4	2.5	1.9	1.4	0.3	
		15	—	—	—	27.8	11.8	8.9	6.7	1.0	
		16	—	—	—	—	27.0	13.5	10.2	3.9	
		17	—	—	—	—	15.5	11.6	8.7	4.1	
		18	—	—	—	—	4.5	4.7	3.5	2.6	
Fluorine	9	16	—	—	—	—	—	1.4	1.1	—	
		17	—	—	—	—	8.5	6.4	4.8	—	
		18	—	—	—	—	14.4	10.8	8.1	2.4	
		19	—	—	—	—	21.0	10.9	8.2	4.8	
		20	—	—	—	—	—	4.2	3.1	2.3	
Neon	10	18	—	—	—	—	2.8	2.1	1.6	—	
		19	—	—	—	—	17.3	5.3	4.0	—	
		20	—	—	—	—	—	17.8	13.4	3.6	
		21	—	—	—	—	—	14.0	10.6	5.4	
		22	—	—	—	—	—	8.2	5.8	4.3	
		23	—	—	—	—	—	—	1.3	—	
Sodium	11	20	—	—	—	—	—	1.5	1.1	—	
		21	—	—	—	—	—	7.7	5.6	—	
		22	—	—	—	—	—	16.8	12.7	2.3	
		23	—	—	—	—	—	21.0	12.0	6.4	
		24	—	—	—	—	—	—	5.2	3.7	
Magnesium	12	23	—	—	—	—	—	29.8	1.6	0.6	
		24	—	—	—	—	—	—	17.1	3.2	
		25	—	—	—	—	—	—	18.5	6.0	
		26	—	—	—	—	—	—	14.4	6.8	
		27	—	—	—	—	—	—	7.6	1.7	
		28	—	—	—	—	—	—	—	—	
Aluminium	13	25	—	—	—	—	—	—	6.3	—	
		26	—	—	—	—	—	—	13.3	2.0	
		27	—	—	—	—	—	—	21.0	6.7	
		28	—	—	—	—	—	—	—	5.7	
		29	—	—	—	—	—	—	—	2.5	
		30	—	—	—	—	—	—	—	—	
Silicon	14	27	—	—	—	—	—	—	30.7	0.4	
		28	—	—	—	—	—	—	—	2.7	
		29	—	—	—	—	—	—	—	6.0	
		30	—	—	—	—	—	—	—	10.4	
		31	—	—	—	—	—	—	—	3.1	
		32	—	—	—	—	—	—	—	1.2	
Total inelastic cross-section			237.8	252.4	280.9	308.8	363.3	415.7	466.0	763.4	m b

Cross-sections measured in units of millibarns = 10^{-21} m^2 .
Data kindly supplied by Drs R. Silberberg and C. H. Tsao.

Componente nucleare

* Semplifichiamo l'equazione:

- Diffusione isotropa $D_{\alpha\beta} = D \delta_{\alpha\beta}$
- Trascuriamo i decadimenti: $\tau_i = \tau_{ij} = \infty$

* Riscriviamola in forma leggermente diversa

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = D \nabla^2 N_i + \frac{\partial}{\partial E} (b N_i) + q_i - \frac{N_i}{\tau'_i} + \sum_{j>i} \frac{P_{ij}}{\tau'_j} N_j$$

con $\tau'_k = \frac{1}{m \sigma_k v}$ tempo di spallazione del nucleo k

P_{ij} = prob che il nucleo j ($>i$) produca il nucleo i

Componente nucleare (2)

- * La comp. nucleare è soggetta solo a perdite per ionizz.
Ad $E > 10 \text{ GeV}$, $\int \frac{dE}{dt} dt \ll E \Rightarrow$ Possono essere trascurate
- * Assumiamo che la diff. sia trascurabile. $D = 0$
Le irregolarità del campo magnetico non influenzano il moto (i.e. solo comp. stazionaria)
- * Le specie nucl. con $Z > Z$ hanno abbondanze basse ($< 1\%$) \Rightarrow Assumiamo che non ci siano sorgenti $q_i = 0$
- * Cambiamo variabile $t \rightarrow \xi = px = pvt [\text{kg m}^{-2}]$, spessore di materia attraversato
- $\Rightarrow \frac{dN_i(E)}{d\xi} = - \frac{N_i(E)}{\xi_i} + \sum_{j>i} \frac{P_{ji}}{\xi_j} N_j$
- ξ = libero cammino medio per collis. inelastiche

Componente nucleare (3)

- L'equazione ha una forma molto piu' semplice
- Puo' essere risolta per determinare il numero di particelle della specie i dopo che la popolazione ha attraversato uno spessore $\xi \text{ kg m}^{-2}$ di ISM
- NB: in questa approx, si assume che tutte le particelle abbiano attraversato lo stessa quantita' di materiale tra 0 e ξ , cioe' che ci sia una corrispondenza uno a uno tra "path length" ξ e le specie prodotte
- Il modello e' detto "slab model" ed e' ovviamente una sovra-semplificazione (che pero' puo' essere migliorata a posteriori)

- Costruiamo un “modellino giocattolo” di propagazione dei RC, in cui le ipotesi di partenza sono:
- Nessuna presenza di nuclei Leggeri (N_L) alle sorgenti dei RC
- Una certa quantità di nuclei Medi (N_M), che durante la propagazione diminuisce a causa della spallazione

$$N_L(0) = 0$$

$$N_M(0) = N_M^0$$

- Il processo di spallazione P_{ML} :



avviene con una probabilità $0 \leq P_{ML} \leq 1$.

$$P_{ML} = \frac{\sigma_{spall.}}{\sigma_{tot.}}$$

- Sperimentalmente, $P_{ML} = 28\%$.

Table 5.1.(a) Partial cross-sections for inelastic collisions of selected heavy nuclei with hydrogen with $E = 23 \text{ GeV}$ per nucleon.

Product nucleus	Z	A	Parent nucleus								
			¹¹ B	¹² C	¹⁴ N	¹⁶ O	²⁰ Ne	²¹ Mg	²³ Si	²⁴ Fe	
Lithium	3	6	12.9	12.6	12.6	12.6	2.6	12.6	12.6	17.4	
		7	17.6	11.4	11.4	11.4	1.4	11.4	11.4	17.8	
Beryllium	4	7	6.4	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	9.7	8.4
		9	7.1	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	5.8
		10	15.8	2.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	1.9	4.1
Boron	5	10	26.6	17.3	16.0	8.3	7.1	6.2	5.3	5.3	
		11	—	31.5	15.0	13.9	2.0	10.4	9.0	8.1	
Carbon	6	10	—	3.9	3.3	2.9	2.1	1.6	1.2	0.5	
		11	0.6	26.9	12.4	10.6	7.9	5.9	4.5	1.3	
		12	—	—	38.1	32.7	13.5	10.1	7.6	4.7	
		13	—	—	10.5	14.4	10.7	8.0	6.0	3.7	
Nitrogen		14	—	—	—	2.3	3.9	3.0	2.2	2.1	
	7	13	—	—	10.7	3.6	2.7	2.0	1.5	0.5	
		14	—	—	—	26.3	10.9	8.1	6.1	2.9	
		15	—	—	—	31.5	10.0	7.5	5.7	4.3	
Oxygen		16	—	—	—	—	3.4	2.6	1.9	1.6	
	8	14	—	—	—	3.4	2.5	1.9	1.4	0.3	
		15	—	—	—	27.8	11.8	8.9	6.7	1.0	
		16	—	—	—	—	27.0	13.5	10.2	3.9	
Fluorine		17	—	—	—	—	15.5	11.6	8.7	4.1	
		18	—	—	—	—	4.5	4.7	3.5	2.6	
	9	16	—	—	—	—	—	1.4	1.1	—	
		17	—	—	—	—	8.5	6.4	4.8	—	
Neon		18	—	—	—	—	14.4	10.8	8.1	2.4	
		19	—	—	—	—	21.0	10.9	8.2	4.8	
		20	—	—	—	—	—	4.2	3.1	2.3	
		21	—	—	—	—	—	—	—	—	
Sodium		22	—	—	—	—	—	8.2	5.8	4.3	
		23	—	—	—	—	—	—	—	—	
	11	20	—	—	—	—	—	1.5	1.1	—	
		21	—	—	—	—	—	7.7	5.6	—	
Magnesium		22	—	—	—	—	—	16.8	12.7	2.3	
		23	—	—	—	—	—	21.0	12.0	6.4	
		24	—	—	—	—	—	—	5.2	3.7	
	12	23	—	—	—	—	—	29.8	1.6	0.6	
Aluminium		24	—	—	—	—	—	—	17.1	3.2	
		25	—	—	—	—	—	—	18.5	6.0	
		26	—	—	—	—	—	—	14.4	6.8	
		27	—	—	—	—	—	—	7.6	1.7	
Silicon		25	—	—	—	—	—	—	6.3	—	
		26	—	—	—	—	—	—	13.3	2.0	
		27	—	—	—	—	—	—	21.0	6.7	
		28	—	—	—	—	—	—	—	3.7	
Total inelastic cross-section		29	—	—	—	—	—	—	—	2.5	
	14	27	—	—	—	—	—	—	30.7	0.4	
		28	—	—	—	—	—	—	—	2.7	
		29	—	—	—	—	—	—	—	6.0	
		30	—	—	—	—	—	—	—	10.4	
		31	—	—	—	—	—	—	—	3.1	
		32	—	—	—	—	—	—	—	1.2	
			237.8	252.4	280.9	308.8	363.3	415.7	466.0	763.4	

Cross-sections measured in units of millibarns = 10^{-24} m^2 .
Data kindly supplied by Drs R. Silberberg and C. H. Tsao.

Valori delle sezioni d'urto per il calcolo di P_{ML}

Partial Cross-Sections for Inelastic Collisions of Protons with CNO { E = 2.3 GeV/N }

Secondary Nuclei			Primary Nuclei		
	Z	A	C	N	O
Li	3	6	12.6	12.6	12.6
		7	11.4	11.4	11.4
Be	4	7	9.7	9.7	9.7
		9	4.3	4.3	4.3
		10	2.9	1.9	1.9
B	5	10	17.3	16.0	8.3
		11	31.5	15.0	13.9
Inelastic cross-section (mb)			252.4	280.9	308.8

Data of R. Siberberg & C.H. Tsao





$$\frac{d}{d\xi} N_M(\xi) = -\frac{N_M(\xi)}{\lambda_M} \quad (1)$$

$$\frac{d}{d\xi} N_L(\xi) = -\frac{N_L(\xi)}{\lambda_L} + \frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M(\xi) \quad (2)$$

$$\lambda_i = \frac{A_{media}}{N_0 \cdot \sigma_i}$$

$$\sigma_i \propto \sigma_0 \cdot A_{media}^{2/3}$$

$$\sigma_M = (40 \text{mb}) \cdot A_M^{2/3} = 280 \text{ mb}$$

$$\sigma_L = (40 \text{mb}) \cdot A_L^{2/3} = 200 \text{ mb}$$

$$\lambda_M = \frac{1}{(6 \times 10^{23} \cdot 280 \text{mb})} = 6.0 \text{ g.cm}^{-2}$$

$$\lambda_L = \frac{1}{(6 \times 10^{23} \cdot 200 \text{mb})} = 8.4 \text{ g.cm}^{-2}$$

lunghezza di interazione nucleare

- Valori dei parametri in (1) e (2)

- La soluzione dell' eq. 1 è:

$$N_M(\xi) = N_M^0 \cdot e^{-\xi/\lambda_M} \quad (3)$$

- Moltiplicando ambo i membri della (2) per e^{ξ/λ_L}

$$\frac{d}{d\xi} N_L(\xi) \cdot e^{\xi/\lambda_L} = -\frac{N_L(\xi)}{\lambda_L} \cdot e^{\xi/\lambda_L} + \frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M(\xi) \cdot e^{\xi/\lambda_L}$$



$$\frac{d}{d\xi} (N_L(\xi) \cdot e^{\xi/\lambda_L}) = \frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M^0 \cdot e^{(\xi/\lambda_L - \xi/\lambda_M)}$$

- Questa, è una equazione del tipo:

$$\frac{d}{dx} (y(x) \cdot e^{x/\lambda_L}) = B \cdot e^{(x/\lambda_L - x/\lambda_M)} \quad (4)$$

dove $B = \frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M^0$

$$\frac{d}{dx} \left(y(x) \cdot e^{x/\lambda_L} \right) = B \cdot e^{(x/\lambda_L - x/\lambda_M)} \quad (4)$$

■ Proviamo con una soluzione del tipo:

$$y(x) = N_L(\xi) = c \cdot \left(e^{-x/\lambda_L} - e^{-x/\lambda_M} \right) \quad (5)$$

■ Con le condizioni al contorno:

$$y(x) = 0 = N_L(0) = 0$$

$$\frac{d}{dx} \left[c \cdot \left(e^{-x/\lambda_L} - e^{-x/\lambda_M} \right) \cdot e^{x/\lambda_L} \right] = B \cdot e^{(x/\lambda_L - x/\lambda_M)}$$

$$\frac{d}{dx} \left[c \cdot \left(1 - e^{-x/\lambda_M + x/\lambda_L} \right) \right] = B \cdot e^{(x/\lambda_L - x/\lambda_M)}$$

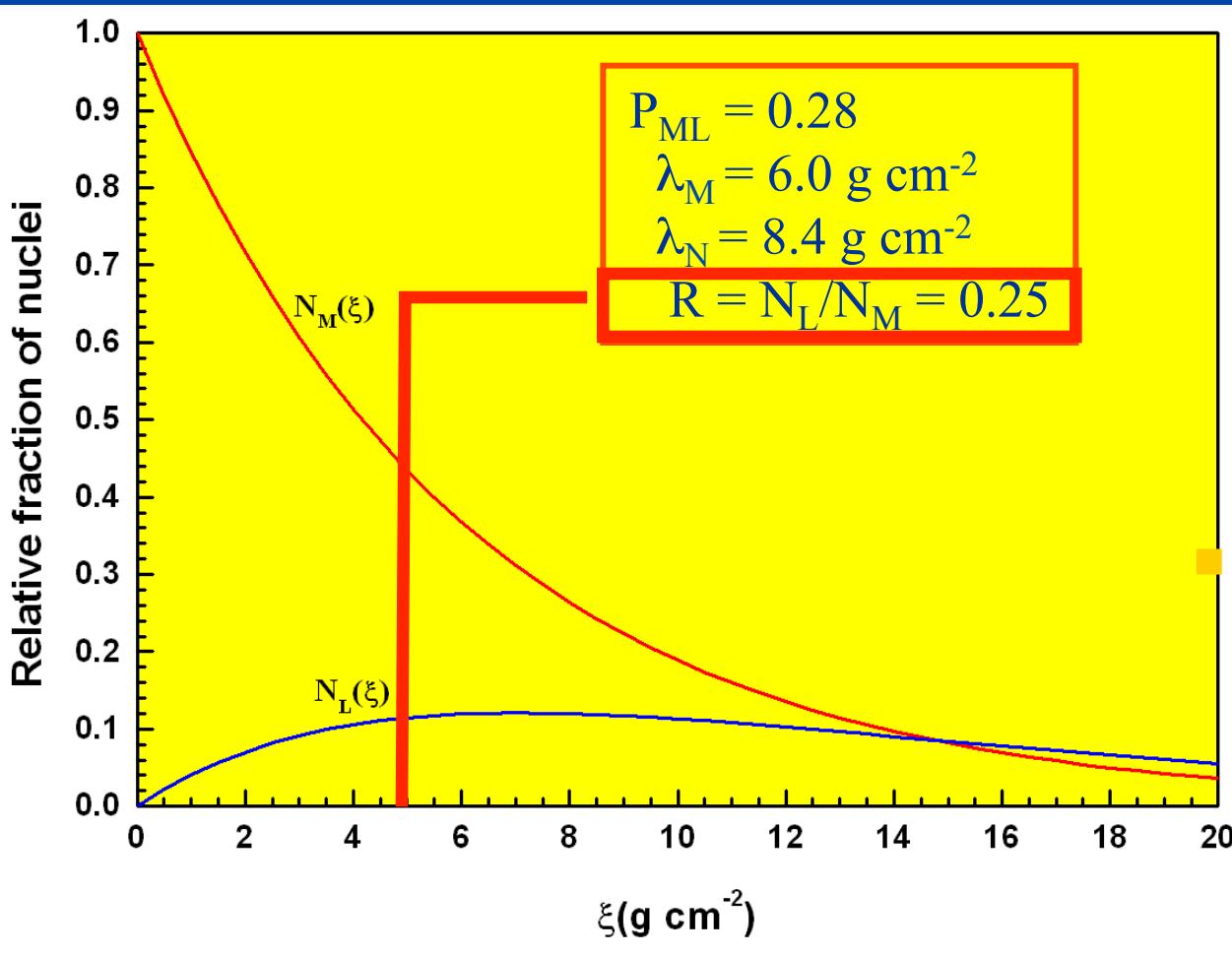
$$c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_M} - \frac{1}{\lambda_L} \right) = B$$

$$c = B \cdot \frac{\lambda_M \lambda_L}{\lambda_L - \lambda_M}$$

■ Inserendo il valore di “c” nella (5) otteniamo finalmente:

$$N_L(\xi) = \left(\frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M^0 \right) \cdot \left(\frac{\lambda_M \lambda_L}{\lambda_L - \lambda_M} \right) \cdot \left(e^{-\xi/\lambda_L} - e^{-\xi/\lambda_M} \right) \quad (6)$$

$$N_M(\xi) = N_M^0 \cdot e^{-\xi/\lambda_M} \quad (3)$$



■ Quindi: i RC, perché presentino il rapporto R osservato sulla Terra, devono avere attraversato nella Galassia uno spessore di “materiale equivalente” pari a $\xi_T = 4.8 \text{ g cm}^{-2}$.

Poiché la Terra non ha una posizione privilegiata nella Galassia, un qualsiasi altro osservatore misurerebbe lo stesso numero.

Abbondanze relative di Li,Be,B in rapporto alla loro probabilità di produzione da parte di C,N,O

Element	P_{ML} (CNO)	Abbondanze relative Si=100 (misure)
Li	24 %	136
Be	16.4 %	67
B	35 %	233



Questa misura “conferma” il modello di propagazione, che assegna una abbondanza maggiore all’elemento con la maggiore P_{ML}

Stima del tempo di confinamento da ξ_T : Galassia senza alone.

- Il modello semplificato conferma la produzione di Li, Be, B da parte degli elementi del gruppo C,N,O con le abbondanze relative come sperimentalmente misurate;
- Il modello, senza ulteriori correzioni, non funziona altrettanto bene per riprodurre le abbondanze di Mn, Cr, V da parte del Ferro (potete immaginare perché?)
- Dal valore ottenuto di $\xi_T=4.8 \text{ g cm}^{-2}$ è possibile ottenere una stima del tempo di confinamento dei RC nella galassia. Infatti:

$$\xi_T = \rho_{CR} \cdot c \cdot \tau$$

$$\rho_{CR} = 1 \text{ p/cm}^3 = 1.6 \times 10^{-24} \text{ g.cm}^{-3}$$

$$\tau = \frac{4.8 (\text{g.cm}^{-2})}{3 \times 10^{10} (\text{cm/s}) \cdot 1.6 \times 10^{-24} (\text{g.cm}^{-3})} = 10^{14} \text{ s} = 3 \times 10^6 \text{ y}$$

Stima del tempo di confinamento nella Galassia con alone

- Nel caso si consideri la densità della Galassia con alone di DM:

$$\rho_{CR} = 0.3 \text{ g/cm}^3$$

$$\tau_{Alone} = \frac{4.8 \text{ (g.cm}^{-2}\text{)}}{0.3 \times 3 \times 10^{10} \text{ (cm/s)} \cdot 1.6 \times 10^{-24} \text{ (g.cm}^{-3}\text{)}} = 10^7 \text{ yr}$$

- Si noti che in ogni caso, se i RC si muovessero di moto rettilineo, la distanza percorsa nel tempo τ sarebbe:

$$L = c \cdot \tau = 3 \times 10^{10} \times 10^{14} = 3 \times 10^{24} \text{ cm} = 10^6 \text{ pc}$$

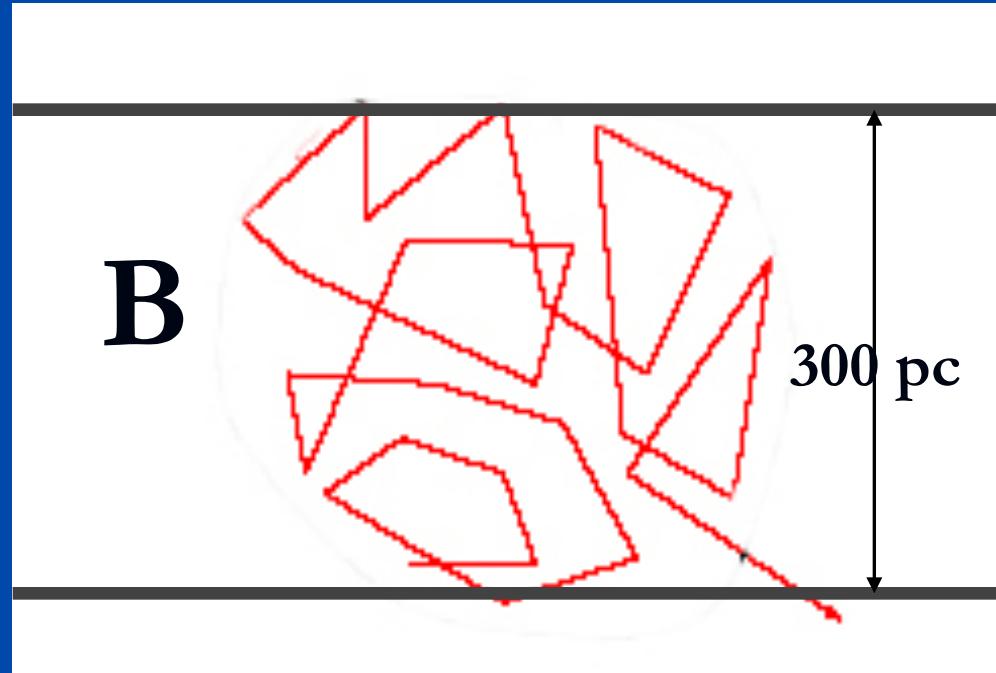
valore molto maggiore delle dimensioni della Galassia.

- τ rappresenta dunque il tempo di diffusione dei RC dalla Galassia. In modelli più raffinati, $\tau = \tau(E)$

Se il moto dei RC fosse rettilineo:

$$L_{\min} = \tau_D c = 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{14} \text{ cm/s s} = 10^6 \text{ pc} \gg 15 \text{ kpc} = r_{\text{galax}}$$

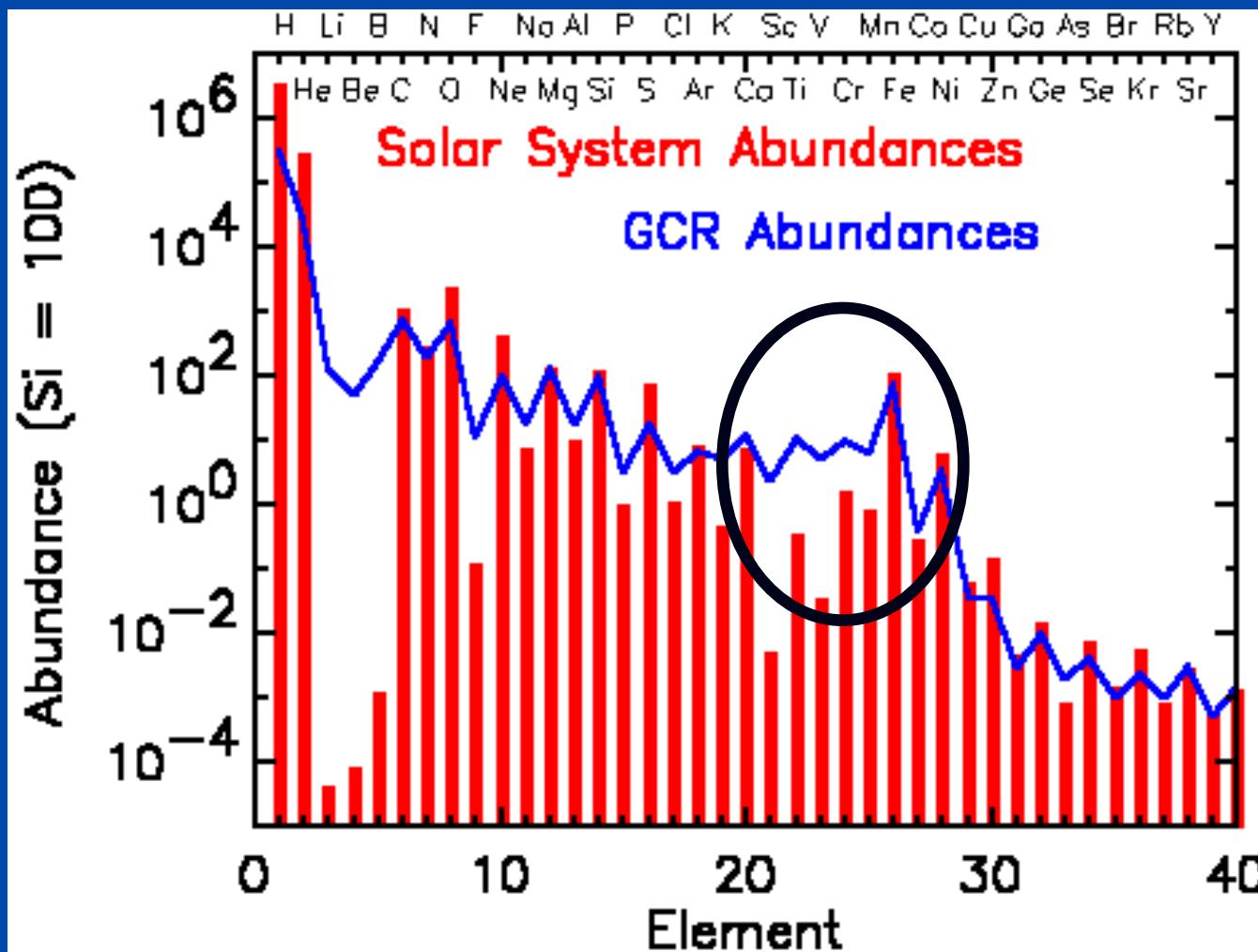
Ciò conferma che i RC
hanno una direzione
continuamente modificata
durante τ (dal Campo
Magnetico Galattico)



Il problema del Ferro

- $\sigma_{Fe} = 764 \text{ mb} \gg \sigma_{M \text{ nuclei}}$ → il Fe dovrebbe essere severamente impoverito dalla spallazione
- Il rapporto di spallazione è $[\text{prodotti}] / [\text{primari}] = [1 - \exp(-\xi/\xi_{Fe})] / \exp(-\xi/\xi_{Fe})$
- Se il materiale attraversato è dello stesso ordine di quello degli elementi medi M (C,N,O): $\xi = 50 \text{ kgm}^{-2}$ e $\xi_{Fe} = 22 \text{ kgm}^{-2}$ → $[\text{prodotti}] / [\text{primari}] = 8.7$

Ma...



- Molti dei prodotti sono appena piu' leggeri del nucleo primario
- Dalle sez d'urto parziali ci si aspetta che $\approx 1/3$ dei prodotti dovrebbe risultare in Mn, V, Cr
- Quindi Mn, V, Cr dovrebbero essere significativamente piu' abbondanti del Fe

- Da un punto di vista fenomenologico, possiamo chiederci qual'e la distribuzione media di pathlengths L che spiega le abbondanze osservate
- La risposta completa puo' venire solo dalla soluzione del sist di equ di diff
- Un esempio di come una distribuzione di L puo' aiutare e' la seguente

- Supponiamo che 1/3 delle particelle attraversi 100 kgm-2 di ISM e 2/3 una quantita' trascurabile
- Possiamo allora usare le equazioni

$$N_L(\xi) = \left(\frac{P_{ML}}{\lambda_M} N_M^0 \right) \cdot \left(\frac{\lambda_M \lambda_L}{\lambda_L - \lambda_M} \right) \cdot \left(e^{-\xi/\lambda_L} - e^{-\xi/\lambda_M} \right) \quad (6)$$

$$N_M(\xi) = N_M^0 \cdot e^{-\xi/\lambda_M} \quad (3)$$

$$[\text{sub-Fe}]/[\text{Fe}] = [1 - \exp(-\xi/\xi_{\text{Fe}})] / \exp(-\xi/\xi_{\text{Fe}}) \quad (7)$$

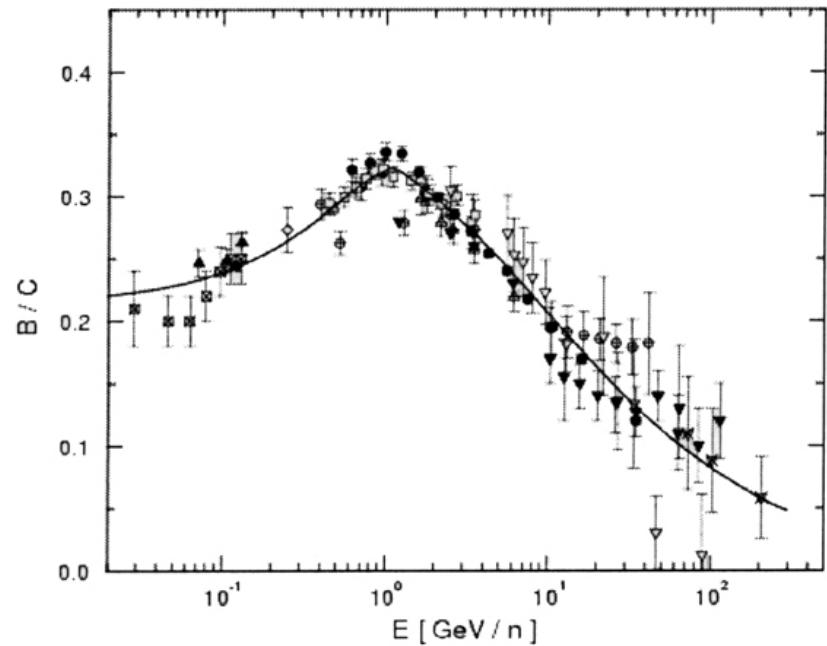
Per trovare i rapporti delle abbondanze degli elementi L su M e sub-Fe/Fe

- La frazione che attraversa 100 kg m^{-2} subisce grossa spallazione: con $\xi = 100 \text{ kgm}^{-2}$ $[L]/[M] = 0.6$ e $[\text{Fe}] \approx 0$; la restante rimane inalterata
- Quindi: $[L]/[M] = [L]/3[M] = 0.6/3 = 0.2$
- $[\text{sub-Fe}]/[\text{Fe}] = (1/3)\text{Fe}/(2/3)\text{Fe} = 0.5$
- In buon accordo con le osservazioni sperimentali, cioe' abbiamo modificato il modello a slab, in cui tutte le particelle attraversano lo stesso grammaggio, considerando cioe' una distribuzione di path lengths

Toy model

Il rapporto L/M, per esempio B/C, dipende dall'energia delle particelle

L'interpretazione piu' semplice e' che la quantita' di materiale attraversato, cioe' la path length L, dipenda dall'energia o dalla rigidita' magnetica: essa diminuisce al crescere dell'energia delle particelle.



Meno a lungo le particelle risiedono nella galassia, minore e' la frazione che frammenta

Variazione del tempo di confinamento con l'energia con il Leaky Box

- Se il confinamento è dovuto al campo B Galattico, ci si aspetta che i RC più energetici abbiano un tempo di confinamento inferiore (ossia, aumenta la probabilità di fuggire dal piano Gal) dato che sono curvati meno dal campo medio galattico;
- In tal caso, all' aumentare dell' energia ci si aspetta un valore di L/M che *decresce* con l' energia;
- Per tenere conto di questo, l' equazione differenziale usata per il modello a slab deve essere modificata per tener conto di $\tau(E)$.

Occorre fare uso del modello Leaky-Box, in

$$\text{cui } D\dot{\rho}^2 m \rightarrow -\frac{M}{\epsilon_L}, \text{ con un } \gamma_{\text{esc}} = \gamma_{\text{esc}}(E).$$

Le equazioni che descrivono l'evoluzione temporale delle abbondanze L ed M sono

$$\frac{dN_L}{dt} = \frac{P_{\text{in}} N_M}{\epsilon_M} - \frac{N_L}{\epsilon_L} - \xi_{\text{esc}} N_L = \frac{P_{\text{in}} N_M}{\epsilon_M} - \left(\frac{1}{\epsilon_L} + \xi_{\text{esc}}\right) N_L$$

$$\frac{dN_M}{dt} = Q_H - \frac{N_M}{\epsilon_H} - \xi_{\text{esc}} N_M = Q_H - \left(\frac{1}{\epsilon_H} + \xi_{\text{esc}}\right) N_M$$

Per gli elementi "primari" (cioè prodotti da sorgenti astrofisiche) M abbiamo introdotto il termine di sorgente Q_H - rate di iniezione per unità di vel. e di tempo.

In questo caso possiamo cercare soluzioni stazionarie

$$\frac{dN_L}{dt} = 0 \Rightarrow N_L = \frac{(P_{\text{in}} N_M)}{\left(\frac{1}{\epsilon_L} + \xi_{\text{esc}}\right)}$$

$$\frac{dN_M}{dt} = 0 \Rightarrow N_M = Q_H \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\epsilon_H} + \xi_{\text{esc}}\right)}$$

Quindi

$$\frac{N_L}{N_M} = \frac{P_{\text{in}}}{\epsilon_M} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\epsilon_L} + \xi_{\text{esc}}\right)}$$

ξ_{esc} è praticamente indipendente da E
poiché

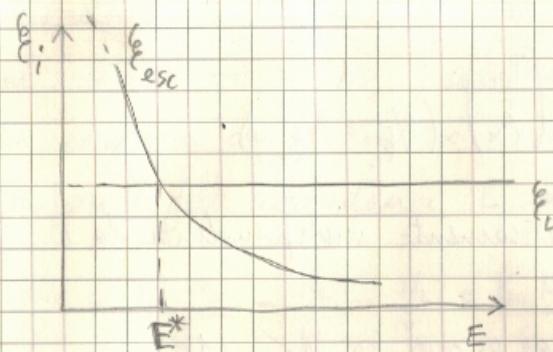
$$\begin{aligned} \xi_{\text{esc}} &= P_{\text{ISM}} \beta C \gamma_K = P_{\text{ISM}} \beta C \cdot \frac{1}{m_{\text{ISM}} \beta C \delta_K} \\ &= m_{\text{ISM}} A_{\text{ISM}} \cdot \frac{1}{N_A m_{\text{ISM}} \delta_K} = \frac{A_{\text{ISM}}}{N_A \delta_K} \end{aligned}$$

e δ_K , la sez. d'urto di nucleo K su protoni, è quasi indipendente da E

ξ_{esc} assumiamo che abbia la forma

$$\xi_{\text{esc}}(E) = \xi_{\text{esc}} \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\delta}$$

NB: nel Leaky Box, ξ_{esc} è un parametro libero del modello, determinato dal fit con i dati sperimentali e non "danevibili" dai principi primi



Ad alte energie $E \gg E^*$, $\xi_{esc} \ll \xi_L$
e quindi

$$\frac{N_L}{N_H} \approx \left(\frac{P_{HL}}{P_M} \right) \xi_{esc}(E) \rightarrow \text{E.g. B/C misurano direttamente } \xi_{esc} \text{ ad alte energie}$$

E^* si ottiene da

$$\xi_L = \xi_{esc} = \xi_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\delta}$$

$$\left(\frac{\xi_L}{\xi_0} \right)_{E_0} = E^*$$

If fat del rapporto B/C ad alte energie
formisce i parametri di ξ_{esc}

$$\xi_{esc}(E) = \xi_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\delta}$$

$$\xi_0 = 11.8 \text{ gr cm}^{-2}$$

$$E_0 = 5 \text{ GeV/m}$$

$$\delta = 0.6$$

Con questi valori $E^* \approx 4 \text{ GeV}$

A basse energie $E \ll E^*$

$$\xi_{esc} \gg \xi_L$$

$$\frac{N_L}{N_H} \approx P_{HL} \frac{\xi_L}{\xi_M} = \text{cost.}$$

Dipendenza del rapporto B/C vs. E

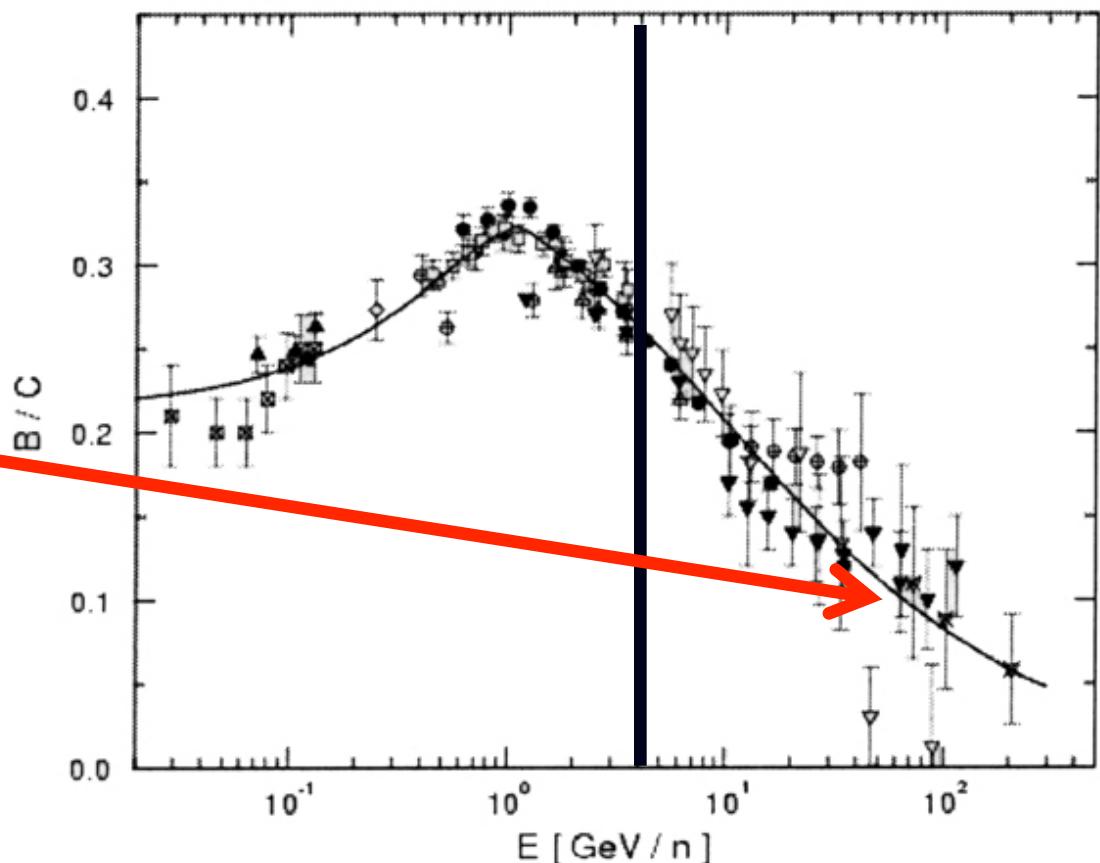
I dati sperimentali confermano questa ipotesi.

In particolare, si ottiene che la probabilità di fuga dalla Galassia dipende dall' energia come:

$$\tau = \tau_o \left(\frac{R}{R_0} \right)^{-\delta}$$

Ossia, poiché $\tau \sim \xi$

$$\xi = \xi_o \left(\frac{R}{R_o} \right)^{-\delta}$$



Con $\xi_o = 11.8 \text{ gr/cm}_2$, $R_0 = 5 \text{ GV/c}$, $\delta = 0.6$

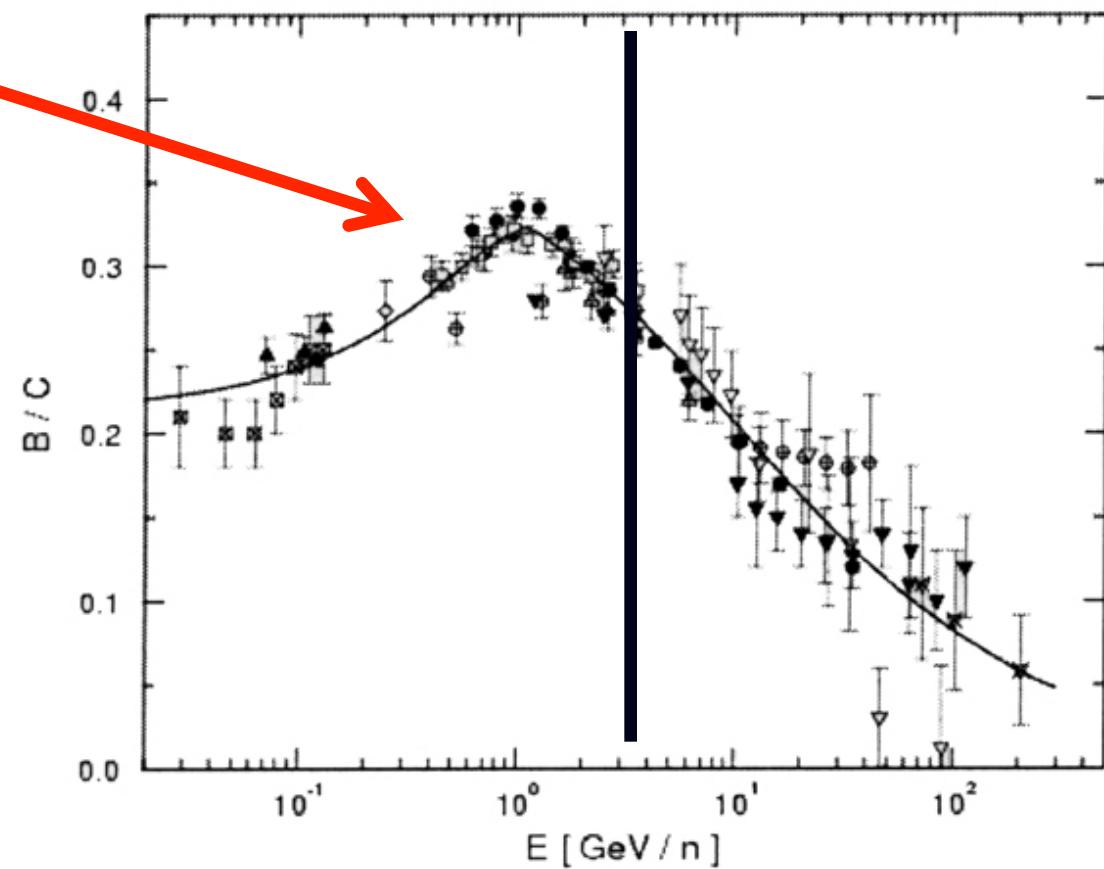
L'indice spettrale δ ha un'incertezza piuttosto grande. Il suo valore potrebbe variare in un intervallo 0.15-0.8 a seconda del modello di diffusione. Per esempio un regime in cui D o τ dipendono dalla posizione, come modelli a doppia regione (disco+alone), effetti non lineari,...

A bassa energia, dove $\xi_L \ll \xi_{\text{esc}}$, in assenza di altri processi ci si aspetterebbe un rapporto costante $N_L/N_M \sim P_{\text{ML}}(\xi_L/\xi_M)$.

Cio' non avviene a causa si un ulteriore processo che puo' avvenire durante la propagazione: riaccelerazione di nuclei di bassa energia (qualche GeV/n) ad opera di nubi di plasma magnetizzato in movimento (casuale) presenti nel mezzo interstellare, grazie al meccanismo di Fermi del II ordine, che faremo fra un po'.

Nuclei di bassa E (centinaia di MeV/n) vengono accelerati fino a qualche GeV/n, impoverendo la popolazione a bassa E e incrementando quella intorno al 1 GeV/n

Dipendenza del rapporto r vs. E



Il Ferro revisited

Possiamo ora capire il Fe e le abbondanze sub-Fe

Il Fe è primario, iniettato dalle sorgenti q_{Fe}

Possiamo trascurare la produzione da frammentazione di nuclei piu' pesanti
perche' sono molto poco abbondanti per $Z > 26$

La lunghezza di interazione del Fe e' $\sim 2.5 \text{ gr cm}^{-2}$

La lunghezza di int. per C e' 6 gr cm^{-2}

Quindi:

$$-\frac{\mathcal{N}_P(E)}{\tau_{\text{esc}}(E)} + Q_P(E) - \frac{\mathcal{N}_P \cdot c}{\lambda} = 0. \quad \mathcal{N}_P(E) = \frac{Q_P(E) \cdot \tau_{\text{esc}}(E)}{1 + c\tau_{\text{esc}}(E)/\lambda_I}$$

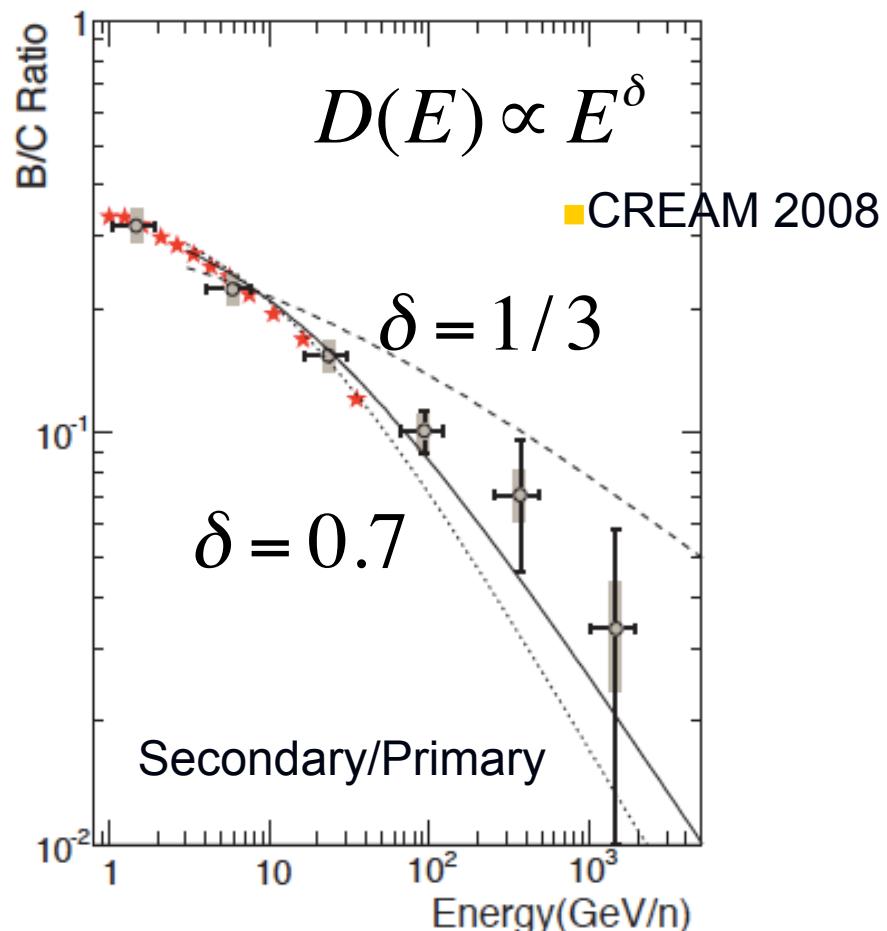
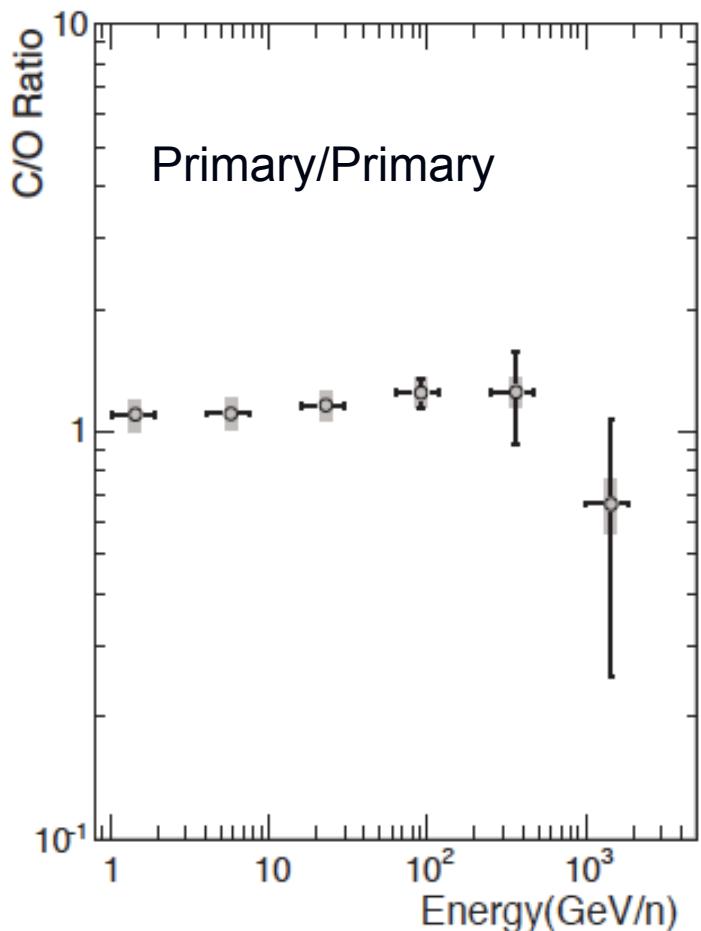
$$\xi = \xi_o \left(\frac{R}{R_o} \right)^{-\delta} \quad \xi_o = 11.8 \text{ gr/cm}_2, R_0 = 5 \text{ GV/c}, \delta = 0.6$$

$$R \sim E \quad \tau = \tau_o \left(\frac{R}{R_o} \right)^{-\delta}$$

Il Fe non viene impoverito perche' si ha $\xi_{\text{esc}} \ll \xi_I$ per rigidita' dell'ordine di

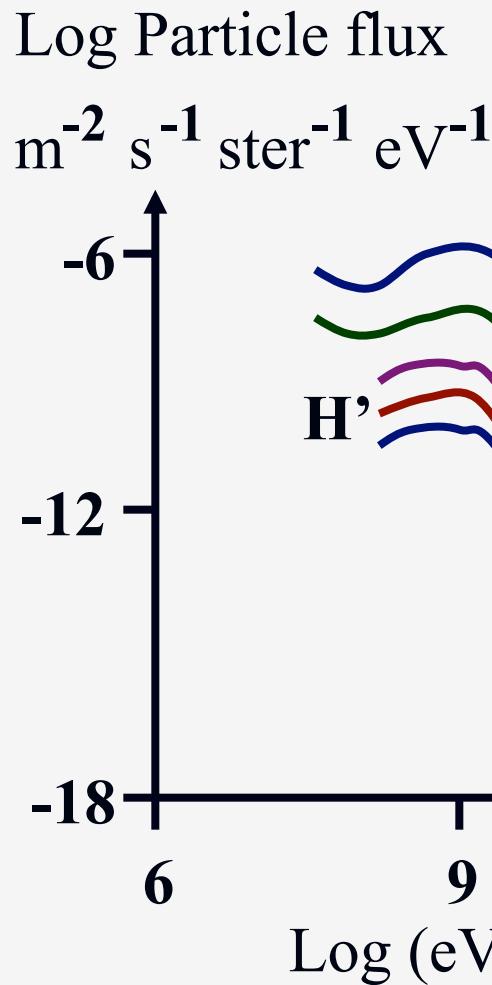
$R = R_o (\xi_I / \xi_{\text{esc}})^\delta \sim \text{pochi GV/c}$ e quindi il Fe non ha tempo sufficiente per frammentare molto. A energie molto elevate, il tempo di fuga e' abbastanza breve da riprodurre il comportamento dei protoni.

Secondary/Primary ratios



- I rapporti fra specie primarie forniscono informazioni sull'accelerazione. Per esempio da (a) deduciamo che il meccanismo di accelerazione sia lo stesso per C ed O fino a qualche (100) GeV/n
- Il fit al rapporto fra primari e secondari, come B/C, ci da informazioni sulla propagazione

Energy spectra of particles



L $3 \leq Z \leq 5$

M $6 \leq Z \leq 9$

H $Z \geq 10$

- Ci sono anche differenze negli spettri di energia
- Lo spettro di energia è una legge di potenza $N(E)dE = E^{-x}dE$ con
 - $x = 2.73 \pm 0.05$ per p
 - $x = 2.87 \pm 0.08$ per He
 - $X \sim 2.5$ per $Z > 2$

- Esse riflettono differenze nei processi di accelerazione alla sorgente

- In the leaky-box equation, the energy dependence of the particles loss is accounted for by the escape time τ_{esc} and, according to $\tau \sim R^{-\delta}$, the escape process dominates at high energy over fragmentation.
- In models using the diffusion coefficient D , this parameter becomes energy dependent, $D = D(E)$ (remember $\tau \sim H^2/D$, H = halo thickness).
- Appropriate parameterizations are introduced when the diffusion equation is used. This dependence of the τ_{esc} (or D) upon energy is of decisive importance to derive the energy spectrum of CRs in the proximity of the sources.

$$\mathcal{N}_P(E) = \frac{Q_P(E) \cdot \tau_{\text{esc}}(E)}{1 + c\tau_{\text{esc}}(E)/\lambda_I}$$

- We note that can give information concerning the energy spectrum of heavier nuclei. In general, the acceleration processes provide (almost) the same energy dependence $Q(E)$ at the sources for protons and heavier nuclei.
- However, the nuclear cross-section increases as $A^{2/3}$, A being the mass number. Consequently, the interaction length decrease as $A^{-2/3}$, and for Fe nuclei it becomes $\lambda_{Fe} \sim 2.5 \text{ gcm}^{-2}$. In this case, the effect of interactions in the solution cannot be neglected until $c\tau_{\text{esc}}(E)/\lambda I \ll 1$. At sufficient high energy, the escape time for heavier nuclei is sufficiently small to reproduce the proton's behavior.

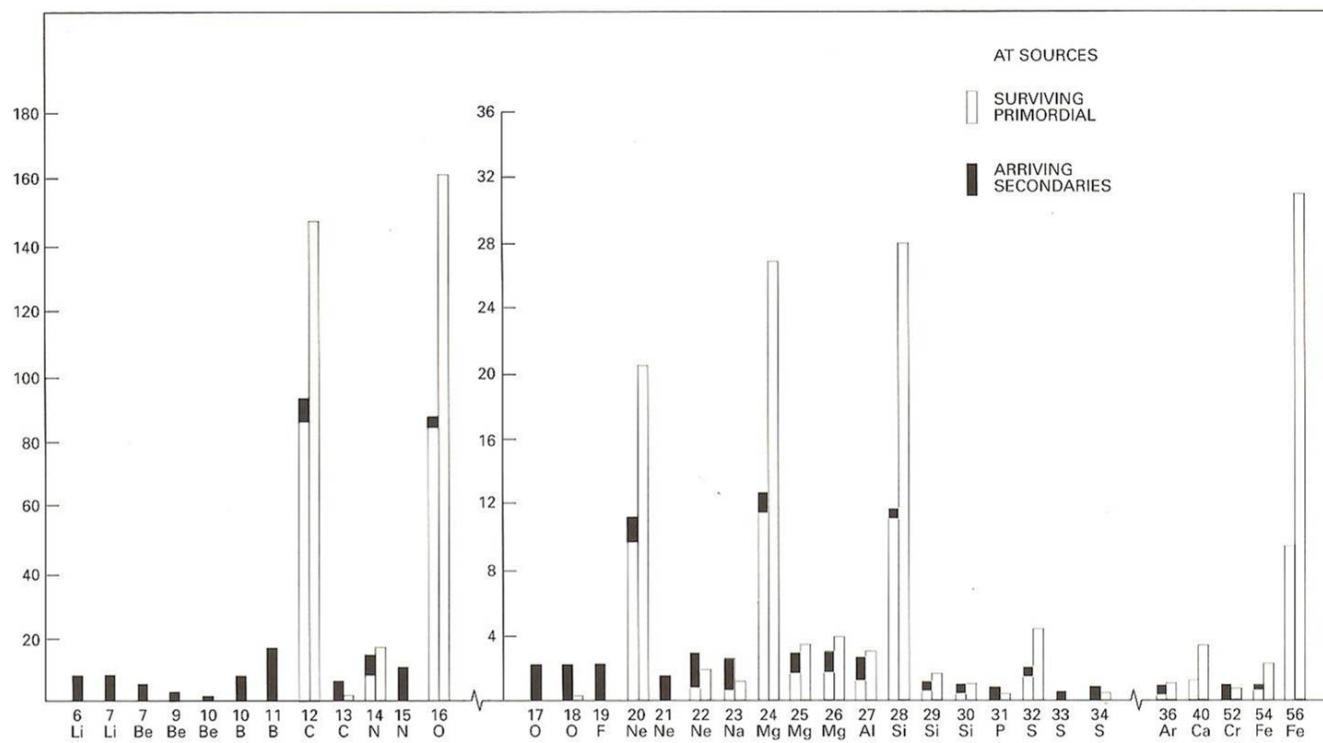


Figure 20.5. The relative isotopic abundances of the cosmic rays as observed near the Earth and as inferred to be present in their sources, once the effects of spallation between the sources and the Earth are taken into account. The abundances have been normalised to 100 for $^{12}\text{C} + ^{13}\text{C}$. The grey histograms show the inferred source abundances and the neighbouring histograms show the observed abundances, the open parts depicting the surviving primary elements and the black parts the amount produced by spallation. (From M.M. Shapiro (1991). In *Cosmic rays, supernovae and the interstellar medium*, eds M.M. Shapiro, R. Silberberg and J.P. Wefel, p. 14. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.)

- Calcoli dettagliati permettono di dedurre i differenti contributi alla composizione complessiva dei CR che arrivano sulla Terra
- Isotopi degli elementi leggeri (Li, Be, B) sono prodotti secondari, così come ^{15}N , ^{17}O , ^{18}O , ^{19}F , ^{21}Ne
- Frazioni importanti degli elementi sub-Fe sono prodotti di spallazione del Fe
- Ma anche frazioni importanti di elementi comuni (C, O, Ne, Mg, Si) sono sopravvissute dalle sorgenti fino a Terra

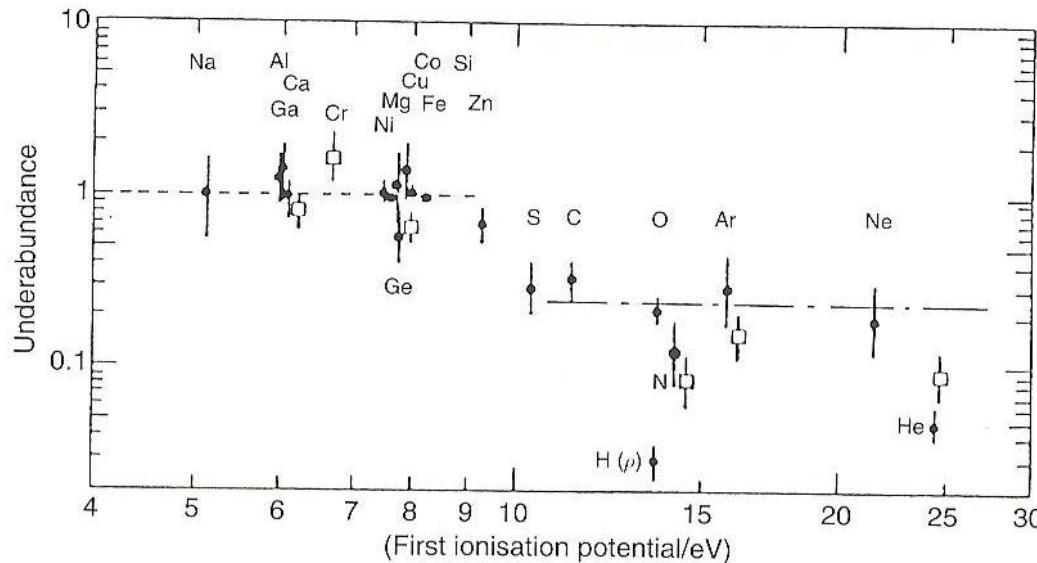


Figure 20.6. The ratio of the cosmic ray source abundances to the local Galactic abundances as a function of the first ionisation potential of the elements. Open squares show recent improved estimates of some of the abundance ratios. (After J.P. Wefel (1991). In *Cosmic rays, supernovae and the interstellar medium*, eds M.M. Shapiro, R. Silberberg and J.P. Wefel, p. 45. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.)

- C'e' una correlazione fra le abbondanze e il potenziale di prima ionizzazione: gli elementi con il pot piu' alto di 10 eV sono meno abbondanti
- Dipende dallo stato di ionizzazione della regione in cui i CR sono stati accelerati: gli elementi piu' abbondanti sono piu' facilmente ionizzabili e quindi potenzialmente piu' facilmente accelerabili da meccanismi che dipendono dalla carica

Spettro dei RC alle sorgenti

- Il modello Leaky Box permette di collegare lo spettro osservato a Terra con quello alle sorgenti
- Ad alta energia, dove la frammentazione e' trascurabile, il modello da

$$0 = Q(E) - \frac{N(E)}{\tau(E)}$$

$$N(E) = Q(E)\tau(E)$$

- In questa regime, lo spettro a Terra e' quello delle sorgenti $Q(E)$ modificato dall'effetto della propagazione, descritta dal termine $\tau(E)$

Spettro dei RC alle sorgenti

- Il risultato appena ottenuto è estremamente importante, perché permette di avere informazioni sullo spettro energetico dei RC alle sorgenti.
- Poiché il flusso dei RC sulla Terra è stazionario, vi deve essere equilibrio tra:
 - Spettro energetico misurato: $\Phi(E) \propto E^{-2.7} (\text{erg/cm}^3 \cdot \text{GeV})$
 - Spettro energetico alle Sorgenti: $Q(E) \propto E^{-?} (\text{erg/s} \cdot \text{GeV})$
 - Probabilità di diffusione: $\tau(E) \propto E^{-0.6} (s)$

$$\frac{4\pi}{c} \int \Phi(E) dE = \int \frac{Q(E) \cdot \tau(E)}{Volume} dE$$

Spettro dei RC alle sorgenti

$$\frac{4\pi}{c} \int \Phi(E) dE = \int \frac{Q(E) \cdot \tau(E)}{Volume} dE$$

- Quindi, inserendo le dipendenze funzionali:

$$Q(E) = \frac{\Phi(E)}{\tau(E)} = \frac{E^{-2.7}}{E^{-0.6}} = E^{-2.1}$$

- Il modello che descrive le sorgenti di RC nella Galassia, dovrà prevedere una dipendenza con l' energia del tipo $\sim E^{-2}$.
- Occorre trovare un processo che produca uno spettro di questo tipo alla sorgente.
- Il modello di Fermi prevede proprio un andamento funzionale di questo tipo!

L'orologio dei Raggi Cosmici

- The escape time τ_{esc} can be estimated using a completely different experimental method.
- The secondary-to-primary ratio described in the previous section provides a value of ξ_{esc} (or τ_{esc}) which critically depends on the assumed value of ρ_{ISM} .
- The decay of radioactive nuclei is used to derive τ_{esc} in a way that is independent from the estimate of ρ_{ISM} .
- The dating technique with radioactive isotopes relies on the fact that the half-life of the nucleus should not be too small with respect to the age to be measured

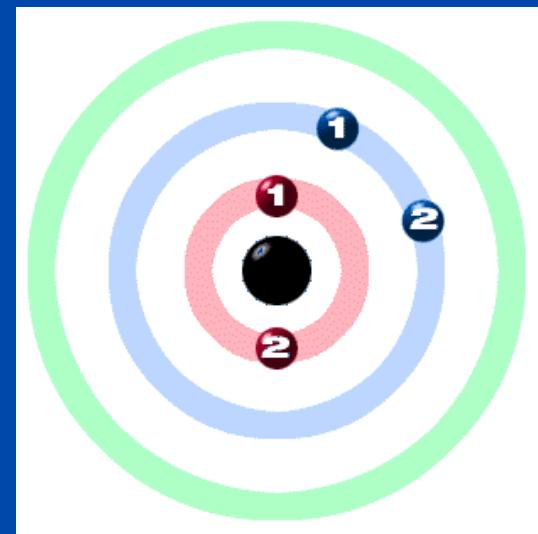
L'orologio dei Raggi Cosmici

- Nel 1958, Hayakawa et al., stabilirono che le abbondanze dei secondari radioattivi potevano essere impiegati come “orologi” dei RC misurando il flusso (relativo) degli isotopi radioattivi e confrontandolo con quello aspettato se nessun decadimento fosse avvenuto.
- Per poter misurare il tempo di permanenza dei RC, un isotopo deve avere i seguenti requisiti:
 1. La vita media dell’ isotopo radioattivo deve essere paragonabile all’ età stimata dei RC.
 2. L’ isotopo deve essere un “puro secondario”, cioè non deve essere presente alle sorgenti.
 3. Deve essere possibile calcolarne il “rate” di produzione durante la propagazione nel mezzo intergalattico.



Quali isotopi si usano: il Berillio

Nuclide	τ_D	Tipo di Decadimento
$^{7\text{Be}}^*$	-----	Stabile.
$^{9\text{Be}}$	_____	Stabile
$^{10\text{Be}}$	$1.6 \cdot 10^6 \text{ y}$	β^-



Il Be è stato il primo elemento ad essere usato per calcolare l' età dei RC. Risulta quindi il più studiato. Ma anche altri isotopi possono essere usati :

^{26}Al	$7.1 \cdot 10^5 \text{ y}$	β^-
^{36}Cl	$3.0 \cdot 10^5 \text{ y}$	β^-
^{54}Mn	$\sim 6.3 \cdot 10^5 \text{ y}$	β^-, β^+

* Il $^{7\text{Be}}$ viene considerato stabile. In effetti può catturare elettroni, ma perché il libero cammino medio per il pickup di elettroni è molto più grande dello spessore attraversato, questa trasmutazione è trascurata

THE AGE OF THE GALACTIC COSMIC RAYS DERIVED
FROM THE ABUNDANCE OF $^{10}\text{Be}^*$

M. GARCIA-MUNOZ, G. M. MASON, AND J. A. SIMPSON†

Enrico Fermi Institute, University of Chicago

Received 1977 March 14; accepted 1977 April 21

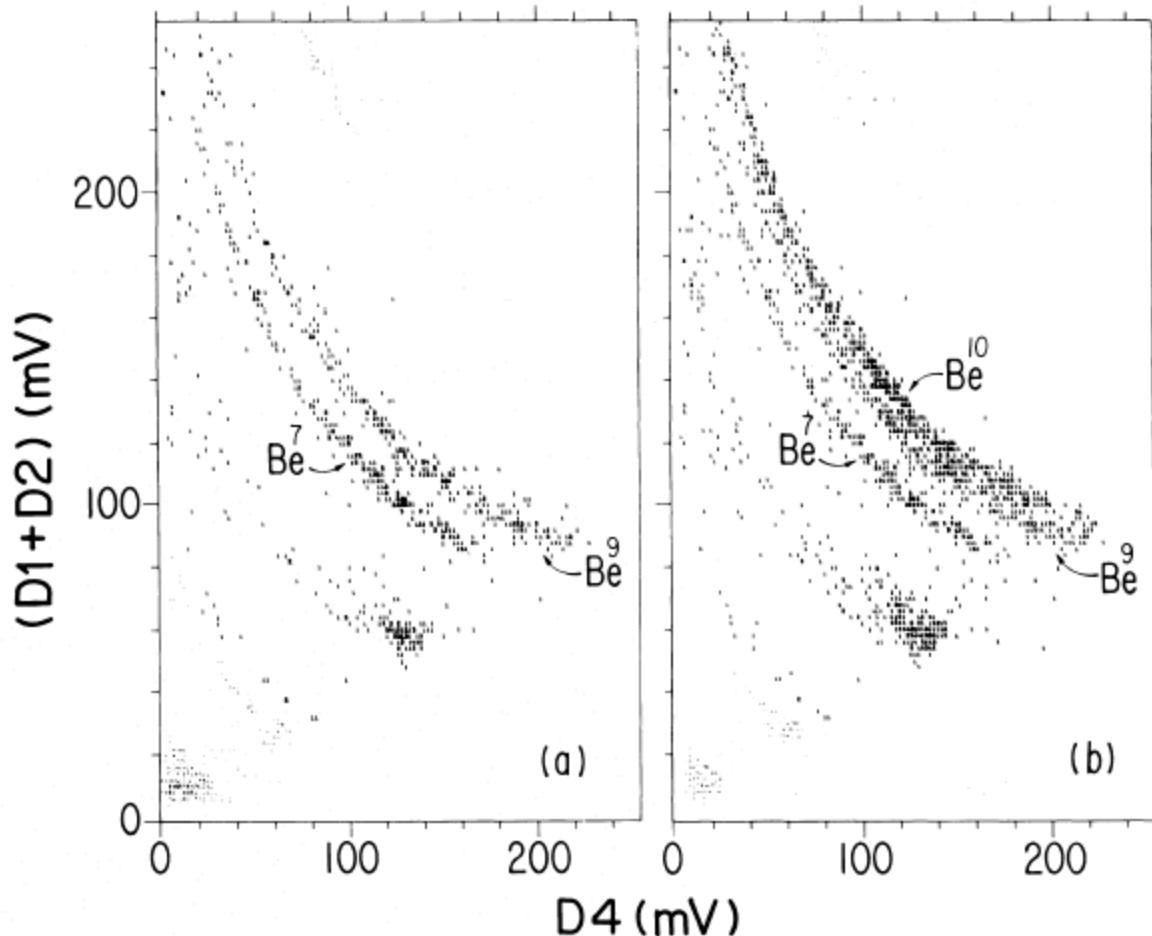
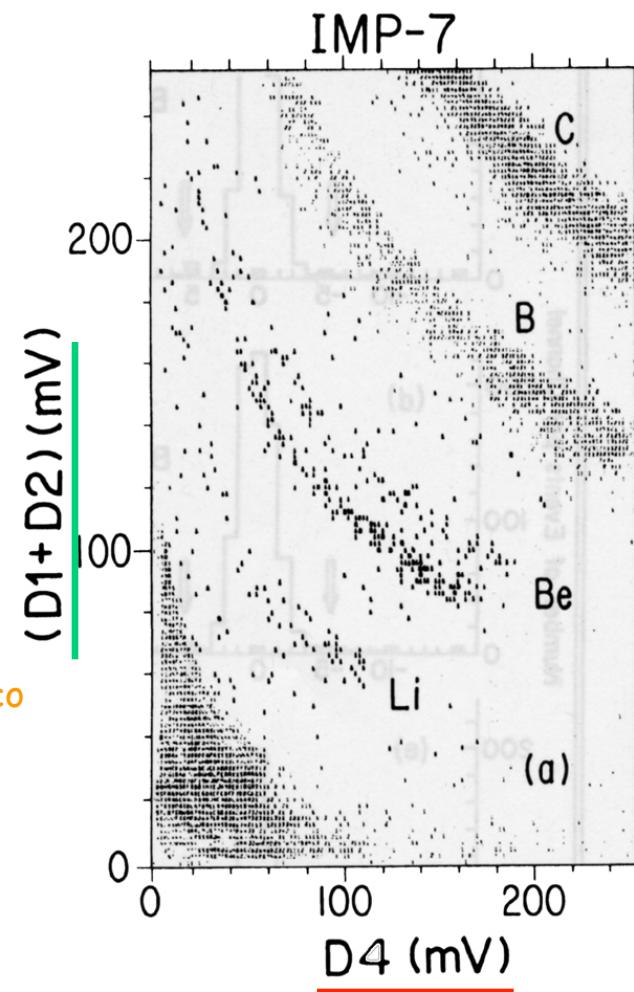
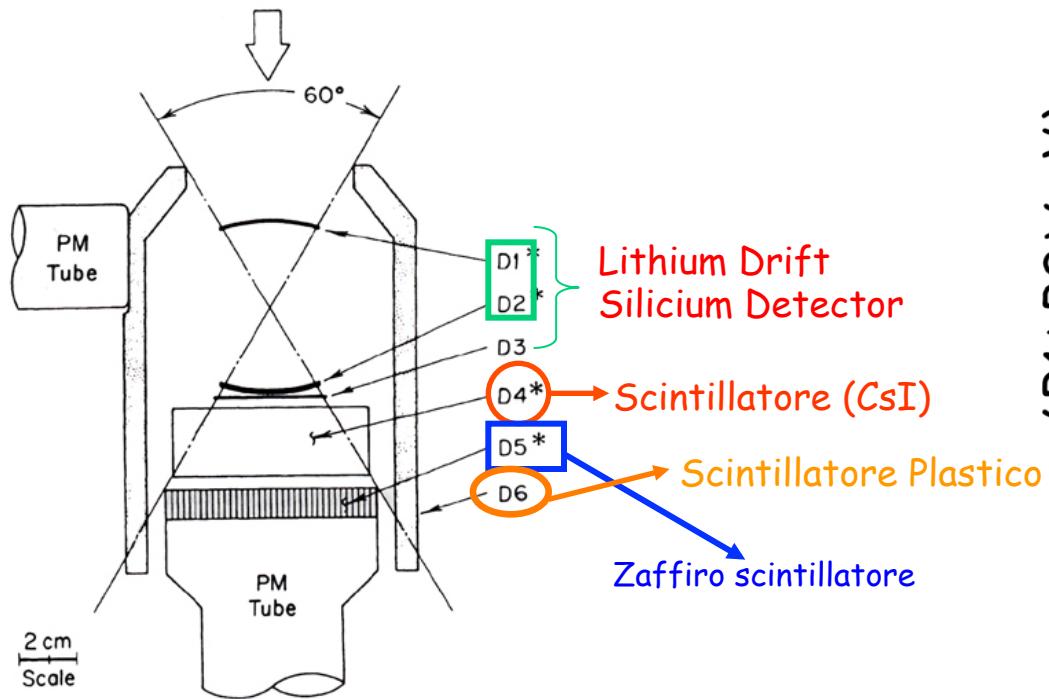


FIG. 3.—(a) A portion of the dE/dx versus residual energy matrix of the IMP-7 and IMP-8 backup instrument telescope populated with events accelerated at the bevatron. In addition to the ^7Be and ^9Be tracks, portions of the He, Li, and B tracks are visible in the matrix. (b) The same matrix as (a) but also including ^{10}Be events.

APPARATO Sperimentale

Interplanetary Monitoring Platform-7/8:

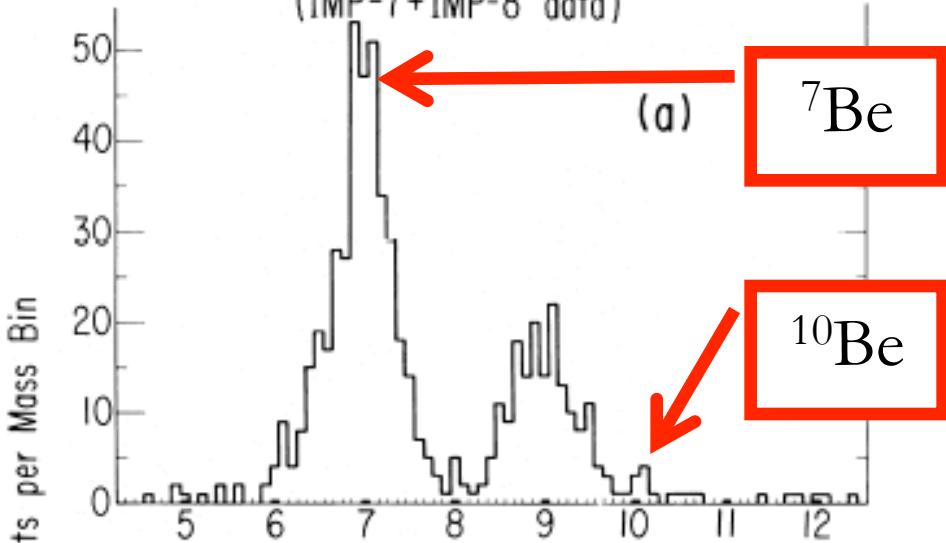


- Vengono considerati solo eventi che passano in D1, D2, D3 e si fermano in D4
- Si usa la tecnica del dE/dx in funzione dell' Energia Residua per separare i vari elementi chimici.
- Il segnale $D1+D2 = dE/dx$, ed $D4 =$ Energia Residua.
- per ogni evento otteniamo un punto ($dE/dx, E$) cioè (z, E)

TABLE I
SUMMARY OF IMP-7 AND IMP-8 BERYLLIUM MEASUREMENTS

ISOTOPE (1)	ENERGY INTERVAL (MeV/n)		NUMBER OF EVENTS OBSERVED		NORMALIZATION FACTORS		FLUX ($\times 10^5$) (Particles m $^{-2}$ sr s MeV/n) (at 80 MeV/n)		NUMBER OF EVENTS NORMALIZED TO IMP-7 ^{10}Be ENERGY INTERVAL (10)
	IMP-7 (2)	IMP-8 (3)	IMP-7 (4)	IMP-8 (5)	IMP-7 (6)	IMP-8 (7)	IMP-7 (8)	IMP-8 (9)	
^{7}Be	39–151	39–132	202 ± 15	134 ± 12	0.80	1.00	17.1 ± 1.5	16.5 ± 1.5	329 ± 18
^{9}Be	34–131	34–119	76 ± 10	83 ± 10	1.00	1.18	8.1 ± 1.1	9.9 ± 1.3	177 ± 15
^{10}Be	31–123	31–108	6 ± 4	6 ± 4	1.11	1.40	0.7 ± 0.5	0.8 ± 0.6	15 ± 7
Interval (amu)									
Background.....	4.0–13.0		25 ± 7	18 ± 7					

Isotopic Analysis Mass Histogram
of Galactic Cosmic Ray Be
(IMP-7+IMP-8 data)



Be Calibration of the IMP-7/8 Back-up
Telescope at the LBL Bevatron

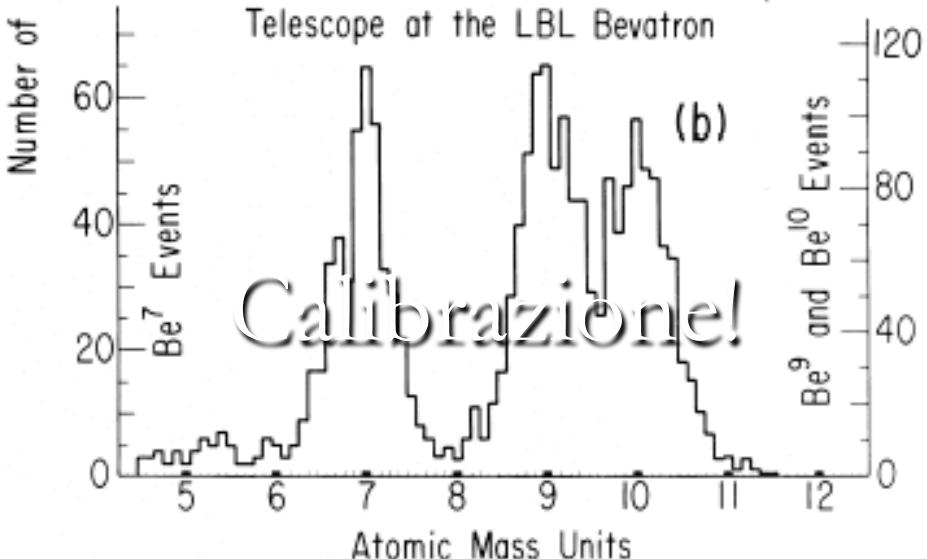


FIG. 7.—(a) Mass histogram of beryllium data from IMP-7 and IMP-8 summed together. (b) Corresponding mass histogram obtained with the backup instrument at the bevatron calibration.

Derivazione numerica di τ_F

- The most abundant isotope is the radioactive isotope ^{10}Be which has a half-life similar to the escape time and which is produced abundantly in the fragmentation of C, N, and O.
- The ^{10}Be undergoes β^- decay into ^{10}B . The relative abundances of the isotopes of Be and B provide a measure of whether or not all the ^{10}Be has decayed and consequently an estimate of the time elapsed since production.

- Very few ^{10}Be nuclei were collected by these small acceptance experiments. Assuming that all the Be isotopes are produced during propagation in the Galaxy of C, N, and O nuclei with the production cross-sections as estimated using accelerator data, we would expect a ratio between the three elements as $^{7}\text{Be} : ^{9}\text{Be} : ^{10}\text{Be} = 9.7 : 4.3 : 2.3$ (expected)
- The IMP measurements of the different Be isotopes give $^{7}\text{Be} : ^{9}\text{Be} : ^{10}\text{Be} = 329 : 177 : 15$ (measured)
- By comparison between expected and measured values, the ratio $^{7}\text{Be} : ^{9}\text{Be}$ is almost equal to the ratio of production cross-sections. ^{10}Be is instead largely suppressed, and the only explanation is that a large fraction of this unstable isotope had time to decay after being originated, before detection. This allows the measurement of the *CR escape time*

Derivazione numerica di τ_F

- In questo caso, due processi sono in competizione: la fuga dei nuclidi di Be dalla Galassia, con un tempo τ_f ; la produzione di Be da parte della spallazione di nuclidi C,N,O con un tempo caratteristico τ_{spall}
- Supponendo (in prima approssimazione) che $\tau_{\text{spall}} > \tau_f$, e che τ_{Spall} sia lo stesso per i due Be (ciò è lecito perché λ_{Spall} è debolmente dipendente dal numero atomico) e considerando che:

σ^{10} e σ^7 (=probabilità di produzione di Be¹⁰ e Be⁷ rispettivamente) si ricavano dalle tabelle di frammentazione



$$\sigma_7 = \sum_{j>7} P_{j7} \sigma_j = 9.7 \text{mb}$$

$$\sigma_{10} = \sum_{j>7} P_{j10} \sigma_j = 2.3 \text{mb}$$

- Il numero di Be 10 in funzione di t :

$$N_{10}(t) = N_{10}^o e^{-t/\tau_{10}} \quad \text{con} \quad \tau_{10} = 3.9 \times 10^6 \text{ y}$$

- Il berillio 7 è invece stabile:

$$N_7(t) = N_7^o$$

- Sperimentalmente, il valore misurato del rapporto tra i due isotopi (al tempo $t=t^*$) ha il valore

$$R(t^*) = \frac{N_{10}}{N_7} = 0.028$$

da cui possiamo ottenere:

- Il rapporto N_{10}/N_7 alla produzione (da spallazione) e' fissato dalle sez. d'urto di spallazione = 4.3

$$R(t^*) = \frac{N_{10}^0}{N_7^0} e^{-t^*/\tau_{10}} \Rightarrow \frac{t^*}{\tau_{10}} = -\ln\left(\frac{N_7^0}{N_{10}^0} \cdot R(t^*)\right) = -\ln(0.118) = 2.2$$

$\tau_F \equiv t^* = 2.2 \times \tau_{10} = 8 \times 10^6 \text{ y}$

Risultati sperimentali dal Be

Anni	Esperimento	Range Energetico (MeV/ nucl.)	Isotopic Ratio $^{10}\text{Be} / \text{Be}$	Età (years)	Referenze
1977-1981	IMP7-IMP8	31-151	0.028 ± 0.014	$17_{-8}^{+24} \cdot 10^6$	[1]
1980	ISEE-3	60-185	0.064 ± 0.015	$8.4_{-2.4}^{+4.0} \cdot 10^6$	[2]
1977-1991	Voyager I e II	35-92	0.043 ± 0.015	$27_{-9}^{+19} \cdot 10^6$	[3]
1990-1996	Ulysses/HET Shuttle Discovery	68-135	0.046 ± 0.006	$26_{-5}^{+4} \cdot 10^6$	[4]
1997	CRIS/ACE	70-145	...	$14.5_{-1.3}^{+1.3} \cdot 10^6$	[5]

[1] Garcia-Munoz, & Simpson
ApJ **217**: 859-877, 1977

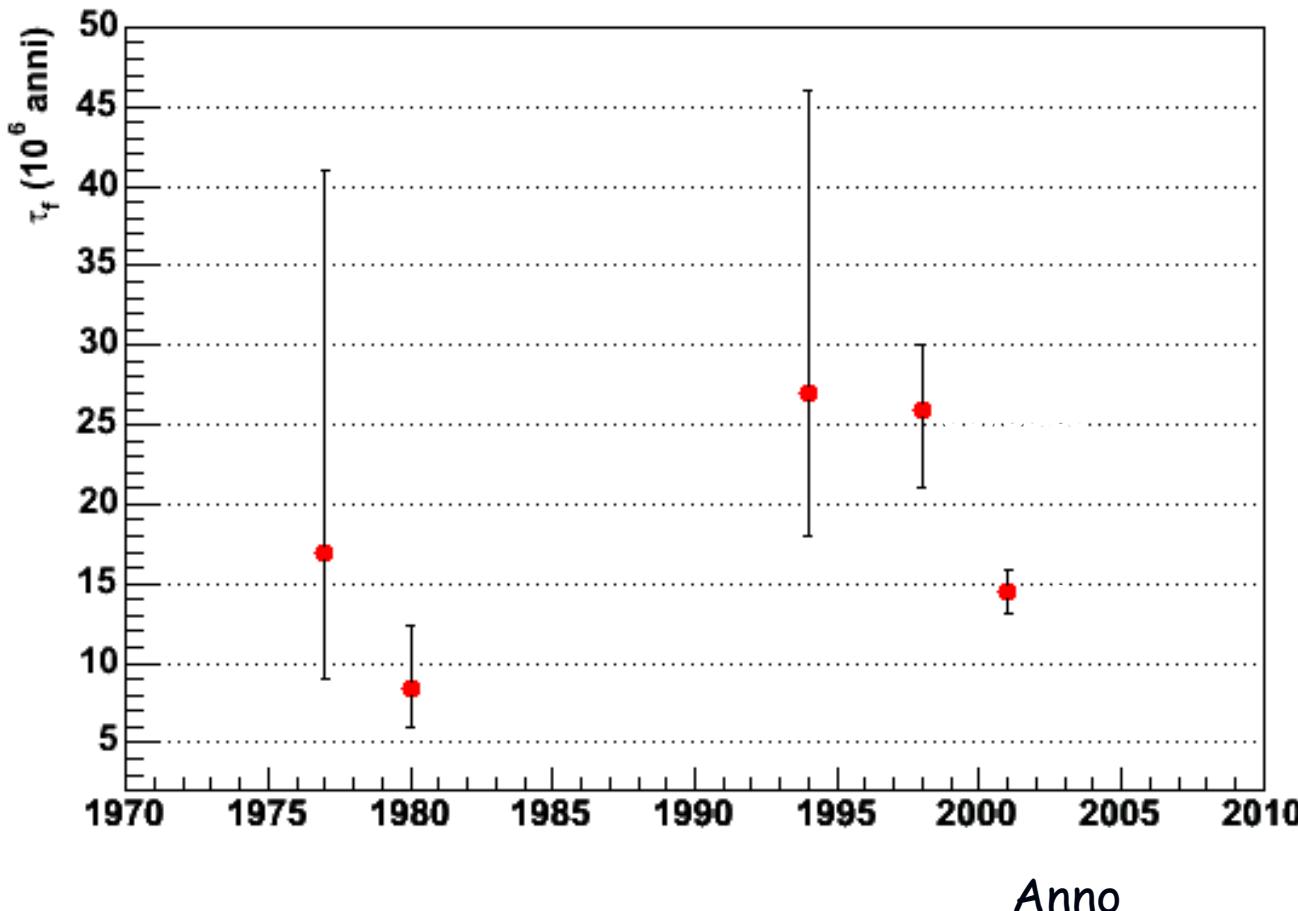
[2] Wiedenbeck & Greiner
ApJ **239**: L139-L142, 1980

[3] Lukasiak et all.
ApJ **423**: 426-431,1994

[4] J.J. Connell
ApJ, **501**: L59-L62,1998

[5] Wiedenbeck, Binns, Mewaldt et all.
Adv. Space Res Vol. **27**, No 4, pp 727-736,2001

Grafico riepilogativo per le misure di tempi di fuga con il Be

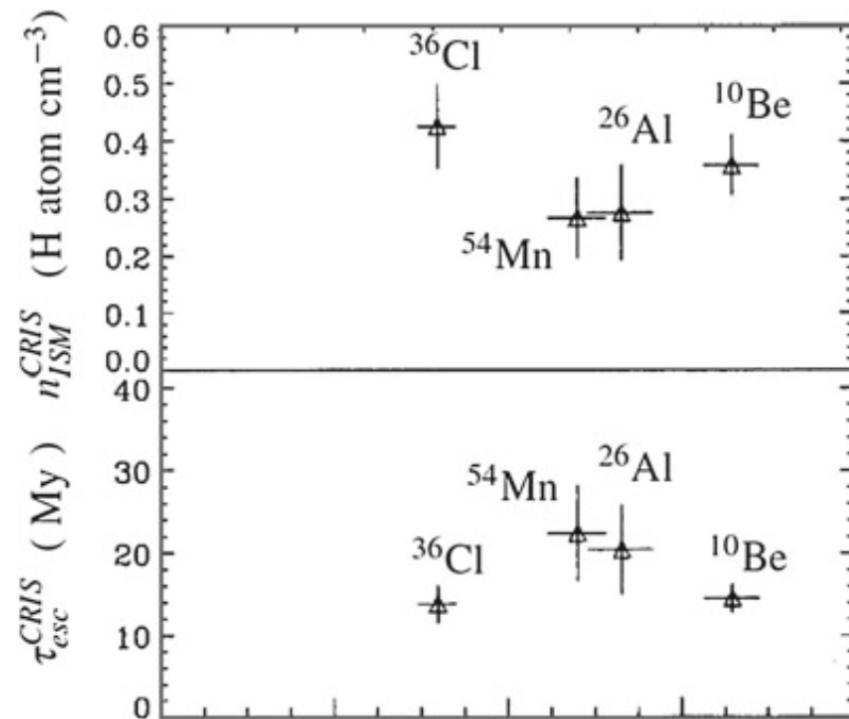


Misure con altri isotopi

“OROLOGIO”	RANGE (MeV/Nuc)	ESPERIMENTO	ETA’ (in Myr)
^{26}Al	125-300 68-200 35-92 60-185	■ ACE/CRIS ■ ULYSSES ■ VOYAGER ■ ISEE-3	21.0 (+2.4, -1.9) 26.0 (+4.0, -5.0) 13.5 (+8.5, -4.5) 9.0 (+20.0, -6.5)
^{36}Cl	150-350 68-238	■ ACE/CRIS ■ ULYSSES	25.0 (+4.2, -3.4) 18.0 (+10.0, -6.0)
^{54}Mn	178-400 68-320	ACE/CRIS ULYSSES	29.6 (+2.2, -3.4) 14.0 (+6.0, -4.0)

- The most precise estimate of the CRs escape time using radioactive isotopes is due to the Cosmic Ray Isotope Spectrometer (CRIS) experiment, which was launched aboard NASA's Advanced Composition Explorer (ACE) satellite in 1997. The CRIS primary objective was to measure the isotopic abundances of nuclei in the charge range $3 \leq Z \leq 30$ for energies below 500MeV/n. The instrument consists of a scintillating fiber hodoscope, used as a tracking device, and four stacks of silicon wafers to measure the energy loss and the total energy. CRIS measured the abundances of the β -decay species ^{10}Be , ^{26}Al , ^{36}Cl , and ^{54}Mn .

Fig. 5.2 CRIS result on the measurement of the different β -decay isotopes. *Upper plot* mean ISM Hydrogen number density n_{ISM} . *Lower plot* the galactic confinement time τ_{esc} derived from the CRIS observations. The different isotopes used for the measurements are shown in order of increasing half-live



Interpretazione delle misure del tempo di fuga in termini di modello

$$\lambda_f = \rho_{ISM} \cdot c \cdot \tau_f$$



Assumendo uno spessore
attraversato di 48 kg m^{-2}

$$\rho_{ISM} = \frac{\lambda_f}{c \cdot \tau_f}$$

Esperimento	λ_f	τ_f	ρ_{ISM} (p/cm ⁻³)
IMP7-IMP8	6 gcm^{-2}	$17_{-8}^{+24} \cdot 10^6$	$0.18_{-0.11}^{+0.18}$
ISEE-3	5.5 gcm^{-2}	$8.4_{-2.4}^{+4.0} \cdot 10^6$	$0.33_{-0.11}^{+0.13}$
Voyager I e II	10 gcm^{-2}	$27_{-9}^{+19} \cdot 10^6$	$0.28_{-0.11}^{+0.14}$
Ulysses/HET Shuttle Discovery	6.85 gcm^{-2}	$26_{-5}^{+4} \cdot 10^6$	$0.19_{-0.03}^{+0.03}$
CRIS/ACE	6.7 gcm^{-2}	$14.5_{-1.3}^{+1.3} \cdot 10^6$	$0.358_{-0.032}^{+0.032}$

Le misure dei tempi di permanenza dei RC favoriscono scenari di propagazione nel volume con densità tipiche minori della densità media del disco galattico (1p/cm³): altra evidenza dell'alone galattico

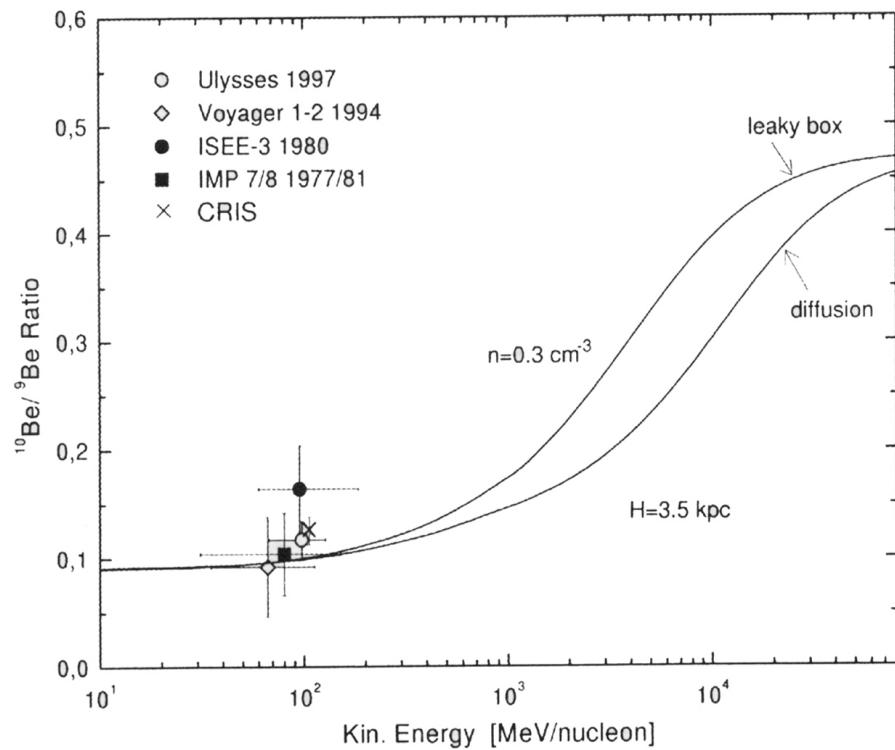
- Gli isotopi radioattivi si sono rivelati ottimi strumenti per conoscere i tempi medi di permanenza dei RC nella Galassia e quindi utili anche per testare la densità media del ISM e i modelli di propagazione attraverso di esso.
- La possibilità di sfruttare diversi isotopi con differenti tempi di decadimento, ci permette di testare la densità del ISM intorno al sistema solare entro volumi di raggio variabile. Non sono state trovate differenze consistenti tra i tempi misurati con il Be ed i tempi misurati con isotopi diversi.
- Le ultime misure eseguite stimano una permanenza di 15 Myr e confermano modelli diffusivi attraverso un ISM di densità $< 1 \text{ p/cm}^3$ (ossia, Disco+Alone)
- Il valore e' l'evidenza che i CR galattici spendono parte della loro vita nell'alone galattico dove la densita' dell'ISM e' piu' bassa del valore canonico assunto nel disco. ($n_{\text{ISM}} \sim 1 \text{ H atom cm}^{-3}$).
- **Quindi un campo magnetico che confina i CR deve essere presente nell'alone galattico.**

Il *Leaky Box Model* (LBM) è un modello di propagazione dei RC all'interno di un volume finito (box) dove le sorgenti sono distribuite uniformemente ed emettono particelle in modo costante. Le particelle si propagano dentro questo volume ma possono “scappare” (to leak) dalla scatola con una certa probabilità. Il rate di produzione e di fuga delle particelle sono tali da garantire un flusso stazionario.

Il *Diffusive Halo Model* (DHM) è un modello più vicino alla realtà nel quale si assume che i RC vengano prodotti nella regione del Disco Galattico ed il loro meccanismo di propagazione è la diffusione in una regione estesa intorno al piano del Disco Galattico (Halo).

Questi tempi, e le densità del ISM da essi calcolati, non permettono ancora di poter fare una scelta tra i due modelli di propagazione più utilizzati ad ora (LBM, DHM).

Esperimenti futuri (ISOMAX) sensibili ad isotopi a più alta energia, Aiuteranno forse a scegliere quale, tra i due modelli, è quello più idoneo.



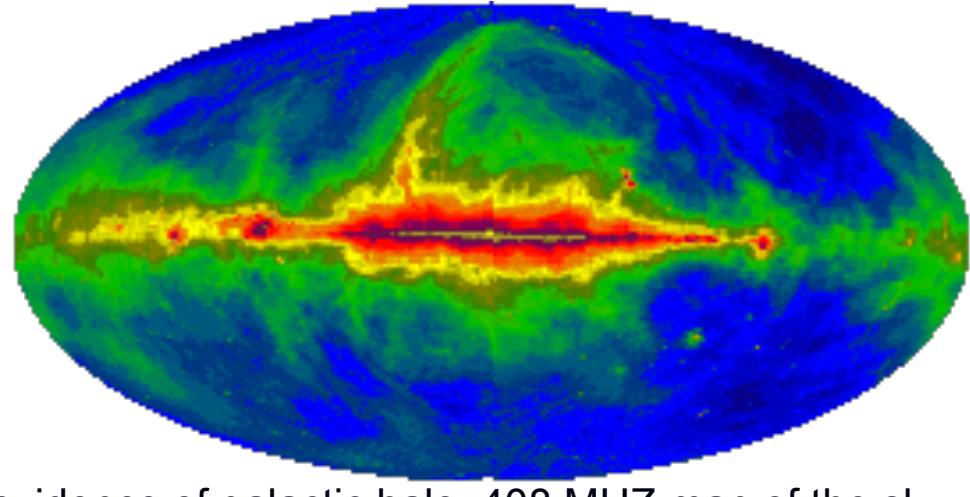
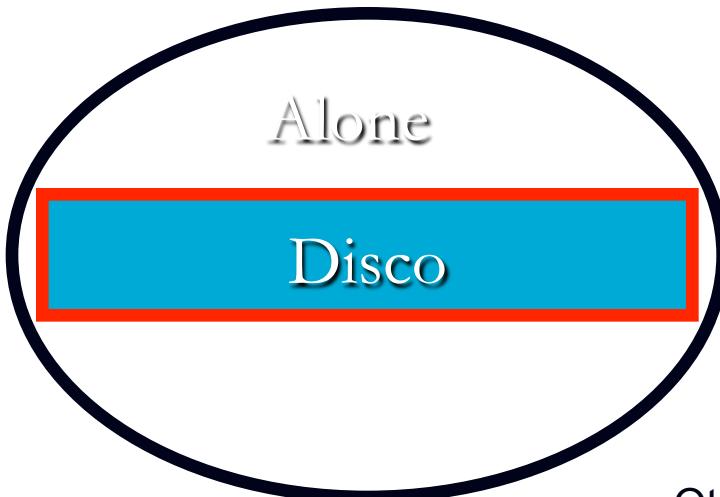
Picture from: M. Giller "Low Eergy cosmic ray nuclei and their propagation in the Galaxy" in
MM Shapiro et Al (eds.), Astrophysical Sources of high Energy Particles and Radiation, 275-304

Volume di confinamento

- Le particelle attraversano in media $\xi=50 \text{ kgm}^{-2}$ di ISM
- $\xi=\rho c\tau \rightarrow$ otteniamo $\rho < 1 \text{ pc m}^{-3}$ tipico del disco galattico
- Questo implica che le part viaggino anche in regioni meno dense di quelle tipiche del disco (dove le abbondanze non cambiano) con un percorso casuale "tortuoso" per via delle irregolarita' del campo B galattico. Si puo' dire che esse non sono libere di sfuggire liberamente
- E' importante quindi stimare quanto e' grande il volume in cui i CR sono confinati

Volume di confinamento

- Il volume puo' essere:
 - il disco della galassia, cioe' approx un disco di raggio 10-15 kpc e spessore 300-500 pc
 - galassia + alone, una regione meno densa di raggio ~ 15 kpc che circonda il disco di forma sferico-ellissoidale → favorito dalle misure sperimentali

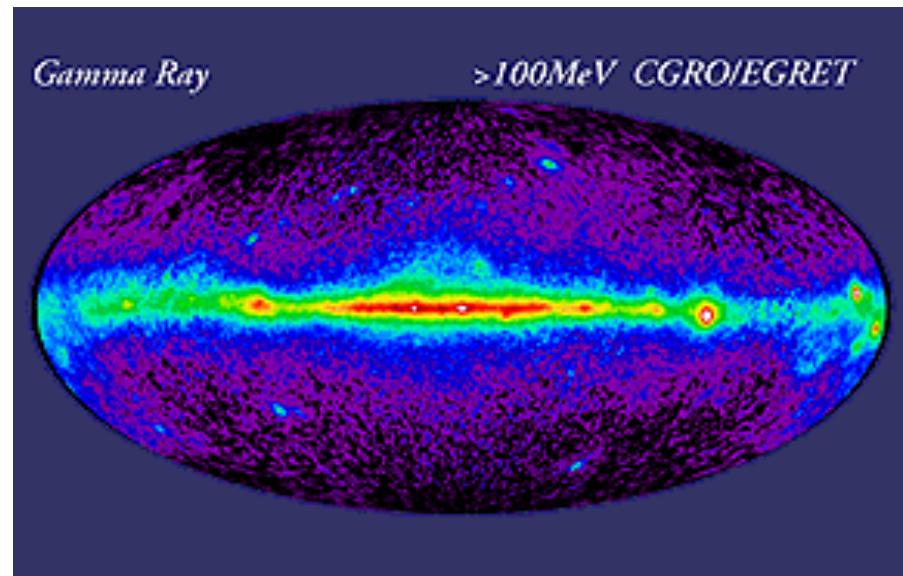
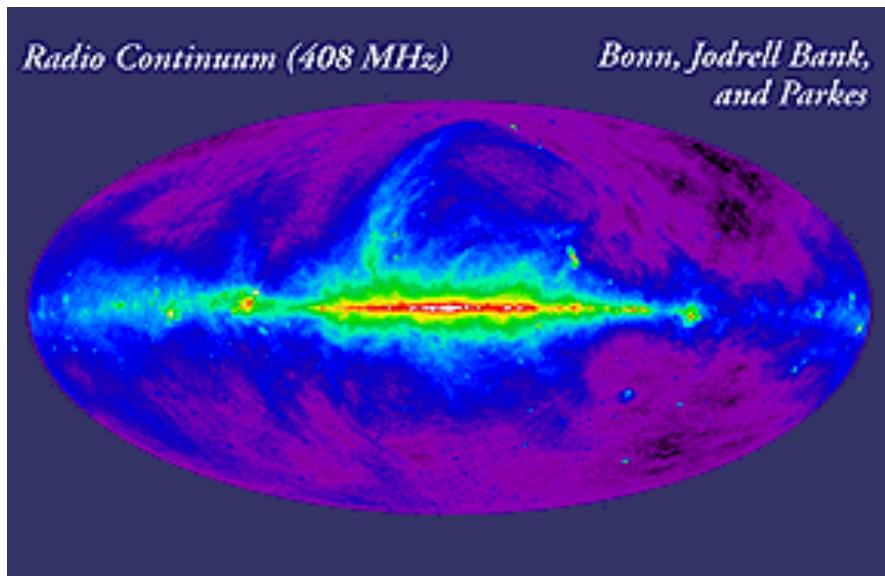


Other evidence of galactic halo: 408 MHZ map of the sky :
synchrotron emission
of few GeV electrons in the galactic magnetic field

RC nucleari ed emissione γ

- C'e' un legame stretto fra la distribuzione della componente nucleare e l'emissione γ della galassia
- Nelle collisioni tra particelle di alta E e i protoni e nuclei dell'ISM vengono prodotte particelle cariche, principalmente π^\pm e π^0
- I π carichi decadono attraverso la catena $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$ contribuiscono allo spettro di e^\pm dei RC
- I π^0 decadono quasi istantaneamente in due γ
- l'emissione γ dipende dalla distribuzione di nuclei nella galassia

RC nucleari ed emissione γ (2)



- C'e' una marcata correlazione spaziale fra la distribuzione di H molecolare e atomico e l'emissione γ con $E>100$ MeV → forte segnatura del fatto che la sorgente di gamma sono i nuclei nel disco che interagiscono con RC di alta energia
- La luminosita' γ della galassia e' $L \approx 10^{32}$ W @ $E>100$ MeV
- In collisioni pp, la sez d'urto di prod di 2 γ e' $\sigma_\gamma \approx 2.5 \times 10^{-30}$ m²
- Le densita' medie nel disco sono 1-2 pc m⁻³

RC nucleari ed emissione γ (3)

- In collisioni pp, la sez d'urto di prod di $2\gamma e' \sigma_{\gamma} \approx 1 \times 10^{-30} m^2$
- Le densita' medie nel disco sono $n = 1-2 pc m^{-3}$
- La probabilita' che un p abbia una reaz inelastica con un nucleo dell'ISM e' $P_{coll} = \sigma_{pp} n c$, dove n e' la densita' dell'ISM e $\sigma_{pp} \approx 2.5 \times 10^{-30} m^2$
- $\approx 1/3$ dei π prodotti sono π^0 con E media di 180 MeV
- Se assumiamo il disco di volume V, uniformemente riempito di ISM, il # di collisioni per secondo e' $dN/dt = VN_{CR}(E)\sigma_{pp}Nc \rightarrow$ la potenza liberata come $\gamma e' L_{\gamma} = \sum EdN/dt = (1/3)\sigma_{pp}nc[\sum EN_{CR}(E)] = (1/3)P_{coll}\epsilon_{CR}V$
- Con un disco di $R = 8 kpc$ e $h = 200 pc$, $V \approx 10^{60} m^3$, $n \approx 10^6 pm^{-3}$ e $\epsilon_{CR} = 10^6 eV m^{-3}$ otteniamo $L_{\gamma} \approx 10^{32} W$ in buon accordo con i dati
- Naturalmente un calcolo piu' preciso si ottiene considerendo l'integrale sullo spettro di energia dei π^0 prodotti

- Quindi se il flusso locale di particelle di alta E permea il disco interno della galassia, l'emissione γ puo' essere spiegata dalla produzione e decad di π^0 da parte dei CR con H atomico dell'ISM \rightarrow l'emissione γ e' un tracer della distribuzione di H nella galassia (e viceversa)