

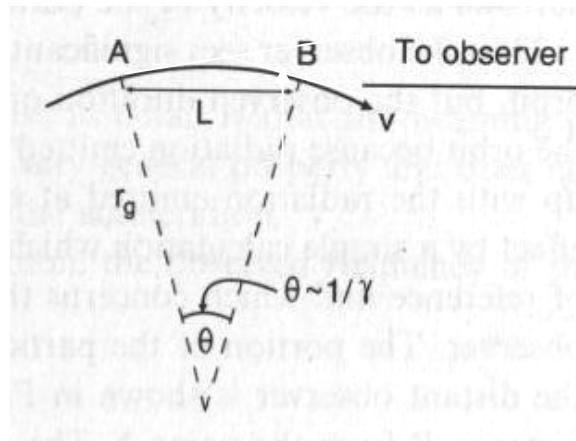
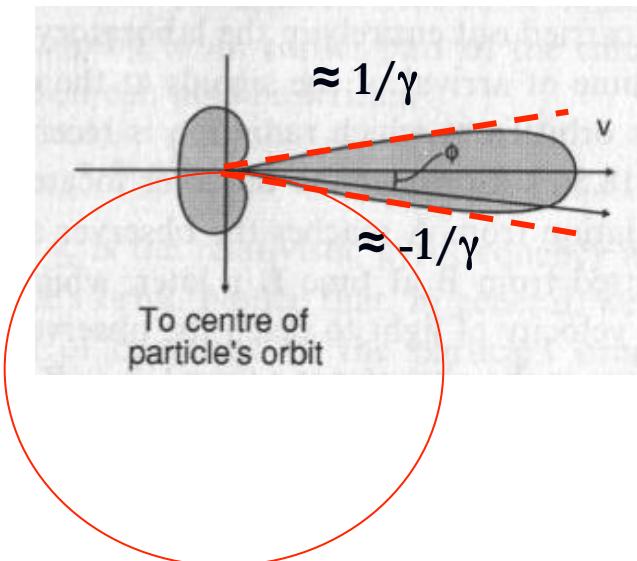
Lecture 9 071116

Il pdf delle lezioni puo' essere scaricato da

[http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrini/didattica_fisica/
cosmic_rays1617/](http://www.fisgeo.unipg.it/~fiandrini/didattica_fisica/cosmic_rays1617/)

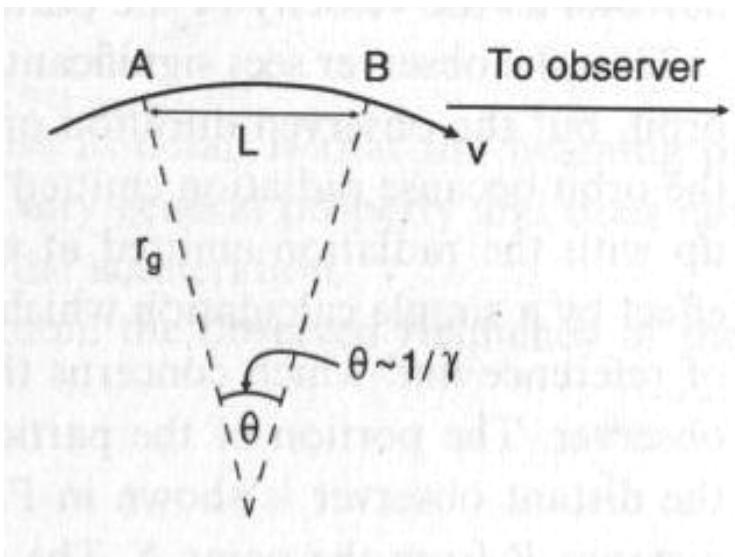
RS: beaming

Da cio' segue che l'osservatore riceve radiazione solo da una frazione $1/\gamma$ dell'orbita della particella



Ma la durata dell'impulso, misurata da un osservatore distante e' pero' molto piu' breve di $1/\gamma$ volte il periodo dell'orbita come ci si potrebbe a prima vista aspettare nel caso di una particelle relativistica

RS: beaming



Supponiamo che l'osservatore **O** sia a distanza **R** dalla posizione **A**

O inizia a ricevere la radiazione quando la particella transita in **A**

Il tempo di volo dei fotoni da **A** e' $t_A = R/c$

O cessa di ricevere la radiazione quando la particella transita in **B** dopo un tempo $\approx L/v$ dal suo passaggio in **A** e giunge ad **O** dopo un tempo $\approx t_B = (R-L)/c$ dal transito in **B**

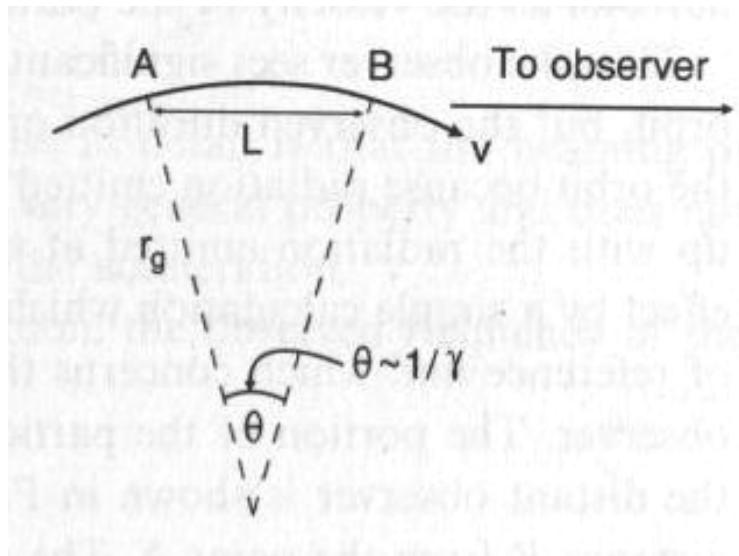
Quindi la durata totale dell'impulso misurata da **O** e' $\Delta T \approx t_B + L/v - t_A$

$$\Delta t = (R - L)/c + L/v - R/c = -L/c + L/v = (L/v)(1 - v/c)$$

Se $v \approx c$ la durata dell'impulso e' $\ll L/v$ come ci si poteva aspettare ingenuamente (accade per $c \rightarrow \text{infinito}$)

Il fattore Doppler tiene conto del fatto che la sorgente e' in moto e "quasi" raggiunge la radiazione che emette

RS: beaming



$$\Delta t = (L/v)(1 - v/c)$$

l'arco AB percorso sulla traiettoria $\approx L$ se $1/\gamma \ll 1$

$$\rightarrow L/v = r_c \theta / v \approx 1/\gamma \omega_r \quad V = \omega r_c \text{ e } \theta \sim 1/\gamma$$

ma $\omega_r = eB/m\gamma = \omega_g/\gamma$

ω_g frequenza di Larmor non relativistica

$$\rightarrow L/v \approx 1/\omega_g$$

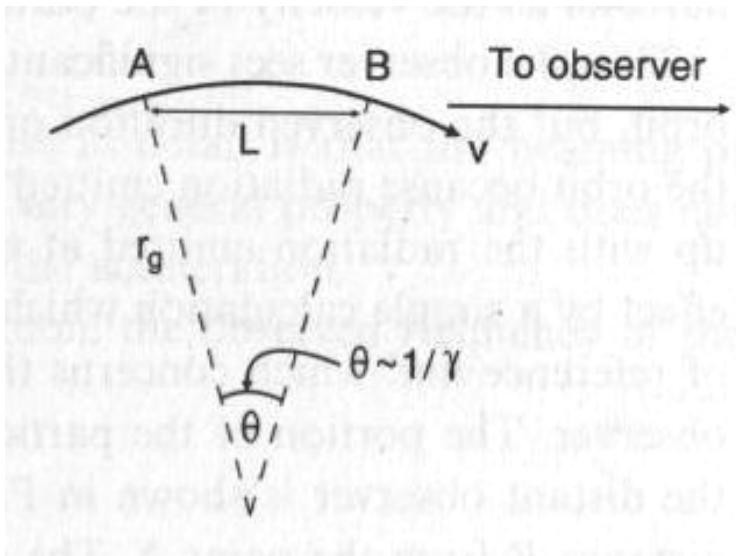
inoltre $(1 - v/c) \approx 1/2\gamma^2$ se $v/c \approx 1$ → $\Delta t \approx (1/\omega_g)(1/2\gamma^2)$

$$= (1/2\omega_g\gamma^2)$$

La durata dell'impulso osservato da O e' $\approx 1/\gamma^2$ volte piu' breve del periodo non relativistico del moto della particella $T_g = 2\pi/\omega_g$

In termini di ω_r si ha $\Delta t \approx (1/2\omega_r\gamma^3)$

RS: frequenza di emissione



$$\Delta t \approx 1/2\gamma^2\omega_g$$

Noi sappiamo che lo spettro in tal caso sara' piuttosto largo, con un cutoff a frequenze $\omega \approx 1/\Delta t$

definiamo una frequenza critica

$$\omega_c \equiv \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g = \frac{3}{2}\gamma^3 2\omega_r$$

Se l'angolo di pitch non e' $\pi/2$ allora $\omega_g \rightarrow \omega_g \sin \alpha$

Ci aspettiamo che lo spettro si estenda fino $\approx \omega_c$ e che oltre decada rapidamente, ie c'e' poca potenza emessa oltre ω_c

Se la durata dell'impulso e' Δt , la massima componente di Fourier si ha alla frequenza $v \approx (\Delta t)^{-1}$

Per un'elettrone $v/B = 28 \text{ GHz T}^{-1}$

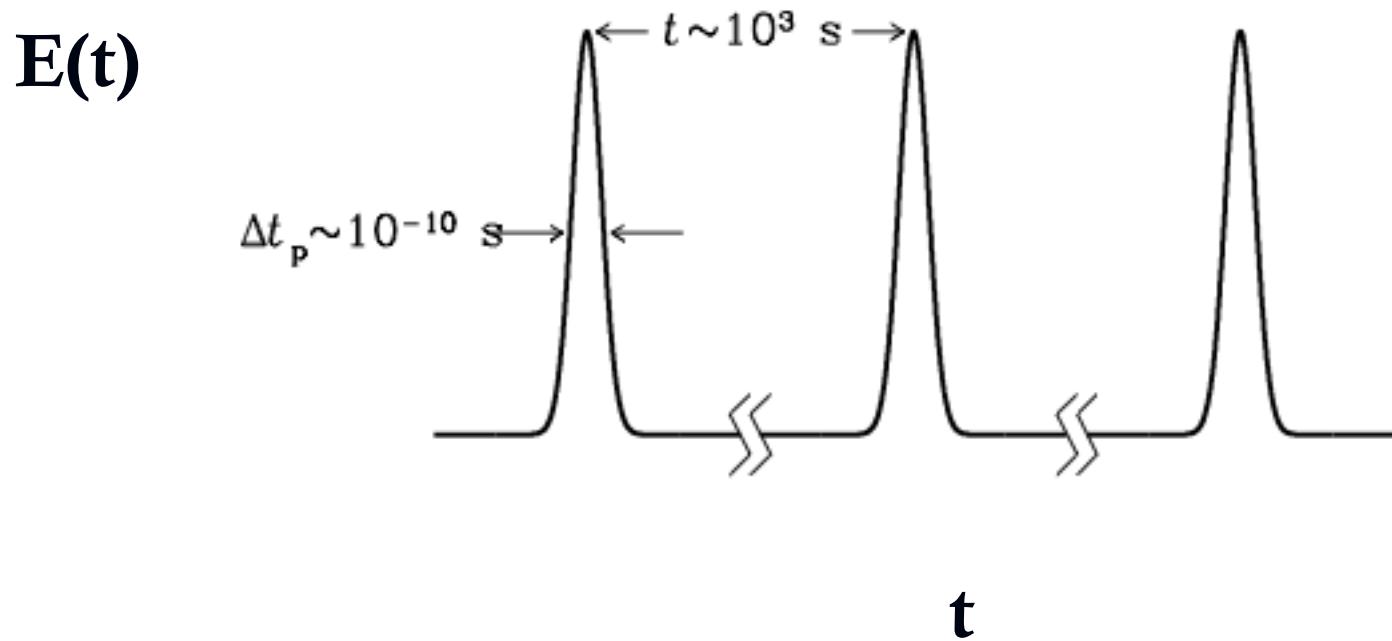
Con $B \sim 5 \times 10^{-6} \text{ G}$

$$\omega_{larmor} \approx 2\pi \times 14 \text{ rad s}^{-1}$$

Per un e- con $\gamma \sim 10^4$ la larghezza dell'impulso e'

$$\Delta t_{pulse} \approx \frac{1}{\gamma^2 \omega_{larmor}} \approx \frac{1}{(10^4)^2 \times 2\pi \times 14} \approx 10^{-10} \text{ s}$$

The time between pulses is $\sim t \approx \frac{\gamma}{\nu_{larmor}} \approx 10^3 s$



RS: spettro qualitativo

Possiamo dedurre molto sulle caratteristiche dello spettro usando il fatto che E e' solo funzione di $\gamma\theta$

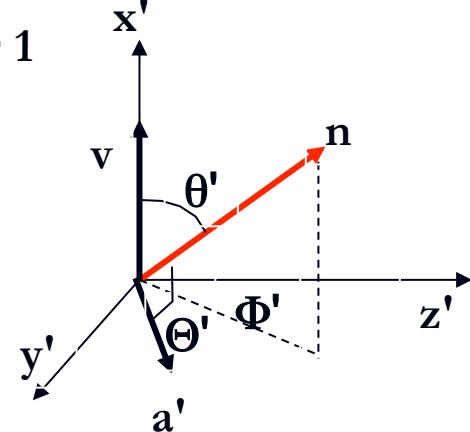
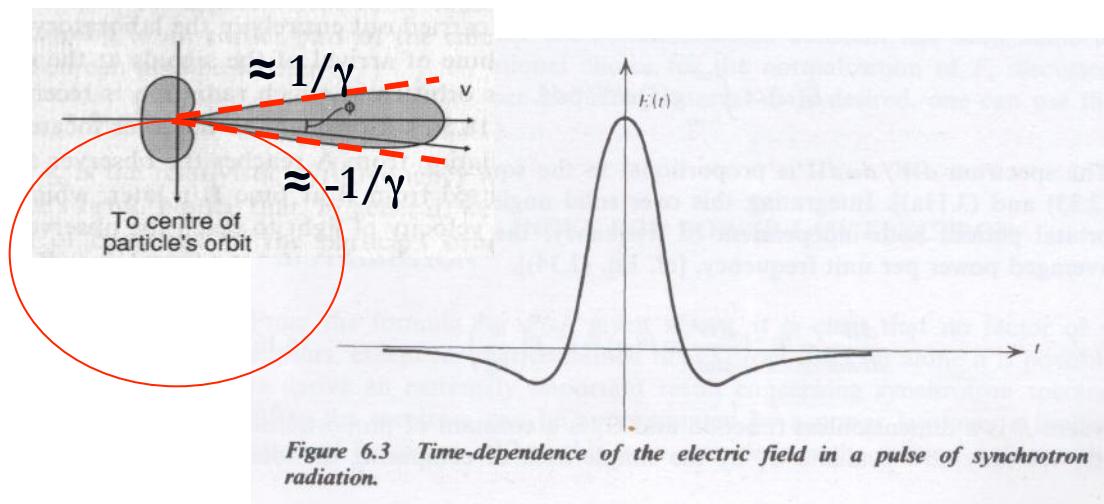
Nel caso di accel **perp** v , come della RS, la distribuzione angolare e' (cfr. Irraggiamento)

$$\left(\frac{dP}{d\Omega}\right)_\perp = \frac{q^2}{4\pi c^3} \frac{|\vec{a}_\perp|^2}{(1-\beta\mu)^4} \left(1 - \frac{\sin^2\theta \cos^2\Phi}{\gamma^2(1-\beta\mu)^2}\right)$$

$$\left(\frac{dP}{d\Omega}\right)_\perp \approx \frac{4q^2 a_\perp^2}{\pi c^3} \gamma^8 \frac{1 - 2\gamma^2\theta^2 \cos^2\phi + \gamma^4\theta^4}{(1 + \gamma^2\theta^2)^6}$$

Dato che $\left(\frac{dP}{d\Omega}\right) \propto |E|^2$ possiamo scrivere $E(t) \propto F(\gamma\theta)$

t e' misurato nel rif dell'osservatore



L'osservatore osserva $E \neq 0$ solo quando v punta su di lui entro un cono di semi-aper. $1/\gamma$, cioe' in un intervallo di tempo ben definito → esiste una relazione fra θ e t (se misuriamo il tempo a partire dall'istante in cui l'osserv inizia a ricevere la radiazione

RS: spettro qualitativo

$$E(t) \propto F(\gamma\theta) \quad \omega_c \equiv \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g = \frac{3}{2}\gamma^3\omega_r$$

Abbiamo visto che la durata misurata dall'osservatore è'

$$t = (L/v)(1 - \beta) \approx \frac{L}{2v\gamma^2} \quad \text{Per definizione } \theta = L/a$$

$$t \approx \frac{L}{2v\gamma^2} = \frac{a\theta}{2v\gamma^2} \quad \text{Ma } \omega_r = v/a \quad t \approx \frac{\theta}{2\omega_r \sin \alpha \gamma^2} \quad \rightarrow \quad \gamma\theta \approx 2\gamma(\gamma^2\omega_r \sin \alpha)t \propto \omega_c t$$

→ $E(t) \propto g(\omega_c t)$

La costante di prop non è (ancora) nota e può dipendere da tutto, eccetto che dal tempo

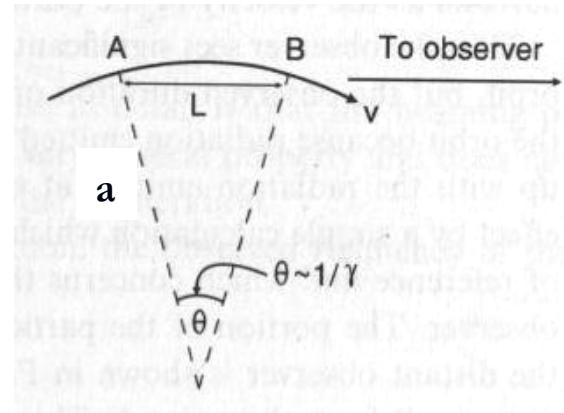
Questo è suff per derivare la dipendenza generale della spettro da ω

La distribuzione spettrale dipende dalla trasformata di Fourier del campo E di radiazione

$$\tilde{E}(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega_c t) e^{i\omega t} dt$$

Ponendo $x = \omega_c t$ si ha

$$\tilde{E}(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{ix\omega/\omega_c} dx$$



RS: spettro qualitativo

$$\tilde{E}(\omega) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) e^{ix\omega/\omega_c} dx \equiv f(\omega/\omega_c)$$

Lo spettro di energia per unita' di frequenza e angolo solido e'

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} \propto |E(\omega)|^2 \quad \rightarrow \quad \frac{dE}{d\omega} \propto \int |E(\omega)|^2 d\Omega \quad \text{NB: l'integrazione non cambia la dip da } \omega$$

Se T e' il periodo orbitale dell'e- (indipendente dalla frequenza emessa), la potenza media irraggiata in T e'

$$\frac{dE}{d\omega dt} = T^{-1} \frac{dE}{d\omega}$$

$$\frac{dE}{d\omega dt} \propto T^{-1} \int |E(\omega)|^2 d\Omega \equiv C_1 F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \quad \text{Lo spettro dipende solo da } \omega/\omega_c$$

La costante (rispetto a ω e t) puo' essere determinata dalla condizione che

$$\frac{dE}{dt} = \int_0^\infty \frac{dE}{d\omega dt} d\omega = C_1 \int_0^\infty F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) d\omega = \omega_c C_1 \int_0^\infty F(z) dz \quad z = \omega/\omega_c \quad \text{Tenendo conto che}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2q^4 B^2 \gamma^2 \beta^2 \sin^2 \alpha}{3m^2 c^3} \quad \omega_c \equiv \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_g \sin \alpha = \frac{3}{2} \gamma^3 \omega_r \sin \alpha \quad \text{Si ottiene}$$

$C_1 = \frac{4}{3} \frac{q^3 B \sin \alpha}{mc^2 \int_0^\infty F(z) dz}$ Non conosciamo il valore assoluto di C_1 finche' non si determina $F(z)$, ma l'integrale a denominatore fissa solo la normalizzazione assoluta dello spettro, non la dipendenza dalle variabili, che e' esatta

$$\rightarrow \frac{dE}{d\omega dt} = K \frac{q^3 B \sin \alpha}{mc^2} F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \quad \text{dove } K \text{ e' un numero privo di dimensioni fisiche (dell'ordine dell'unita')}$$

RS: spettro di emissione

$$(\frac{dP}{d\omega})_{\perp} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{4\pi mc} [F(x) + G(x)]$$

$$(\frac{dP}{d\omega})_{\parallel} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{4\pi mc} [F(x) - G(x)] \quad x = \omega/\omega_c$$

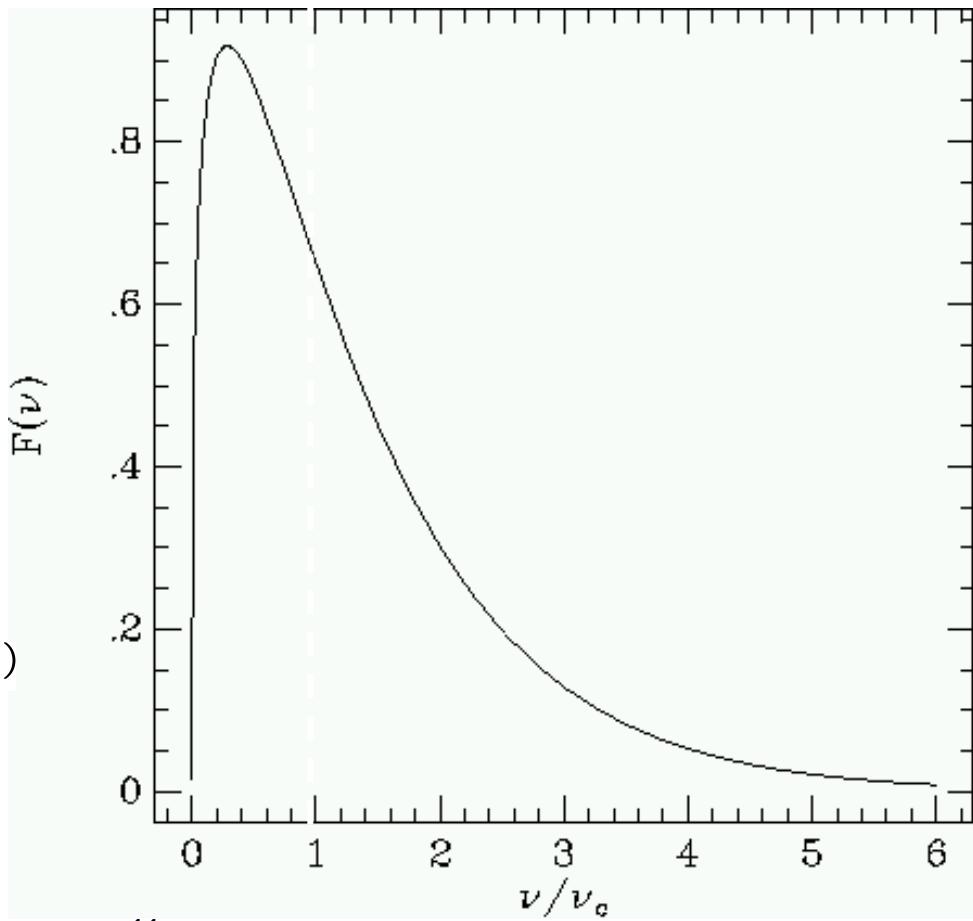
$$(\frac{dP}{d\omega}) = (\frac{dP}{d\omega})_{\perp} + (\frac{dP}{d\omega})_{\parallel} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} F(x) \quad [\text{Es}^{-1}\text{Hz}^{-1}] \quad \omega_c = 3\gamma^3 c/2a$$

La distribuzione dello spettro e' interamente determinata da $F(x)$

La funzione F ha un largo massimo a $\nu \approx \nu_c$ con una larghezza $\Delta\nu/\nu \approx 1$

Il max dell'emissione si ha a $\nu = 0.29\nu_c$

$$F(x) = x \int_x^{\infty} K_{5/3}(z) dz \quad G(x) = x K_{2/3}(x)$$



RS: spettro di emissione

$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_\perp + \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_\parallel \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} F(x) \quad [\text{Es}^{-1}\text{Hz}^{-1}]$$

$$x = \omega/\omega_c$$

La frequenza critica ω_c puo' essere espressa in funzione della frequenza di Larmor dell'elettrone, eliminando a

$$\omega_c = 3\gamma^3 c / 2a$$

La particella descrive una spirale con angolo di pitch α \rightarrow istantaneamente il piano dell'orbita ha la stessa inclinazione. Nel piano istantaneo dell'orbita (che contiene v ed a), il moto puo' essere considerato circolare quindi

$$v/a = \omega_r \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad a = v/\omega_r \sin \alpha$$

Nel limite ultra relativistico $v \approx c$ $a = c/\omega_r \sin \alpha$ \longrightarrow $\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^3 \omega_r \sin \alpha$

Ma $\omega_r = \omega_g/\gamma$ dove ω_g e' la frequenza di larmor non relativistica $\omega_g = qB/m$

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2 \omega_g \sin \alpha$$

Il risultato ottenuto e' molto simile a quello ottenuto da considerazioni elementari da cui si era ottenuto che la radiazione e' emessa a frequenze $\omega \approx \gamma^2 \omega_g \sin \alpha$

RS: comportamenti asintotici dello spettro

$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_\perp + \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_\parallel \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} F(x)$$

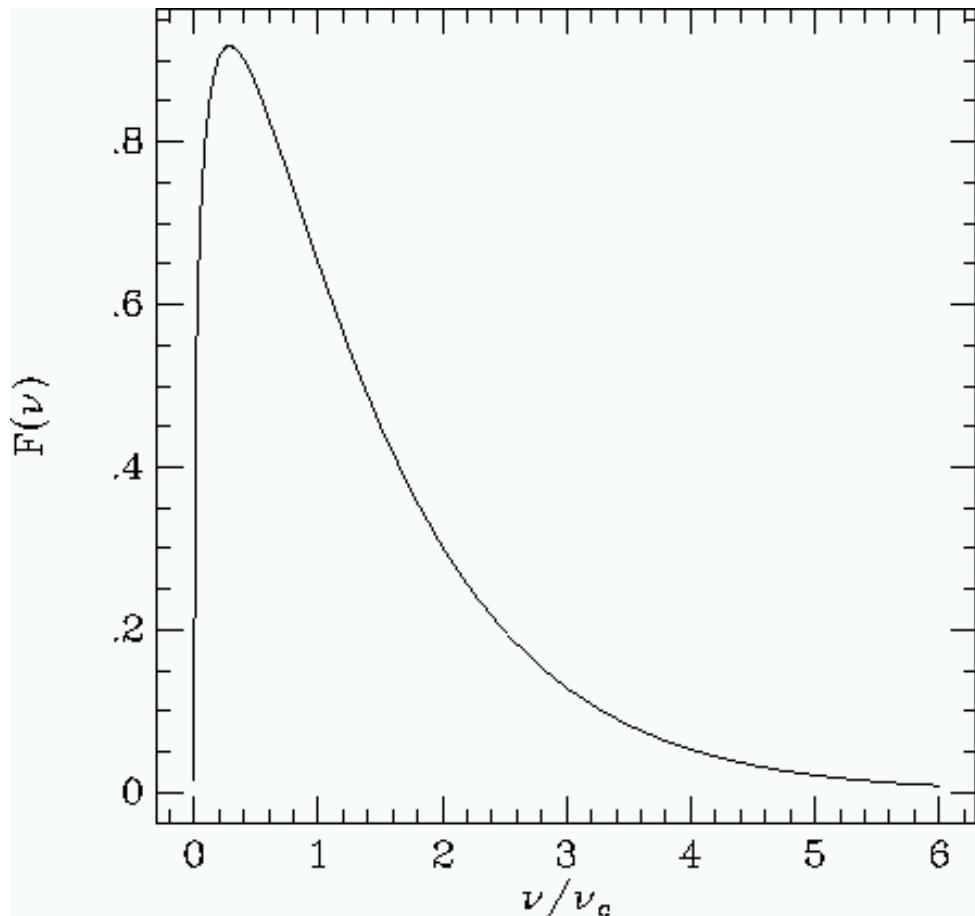
$$x = \omega/\omega_c$$

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g \sin \alpha$$

La forma della $F(x)$ non e' esprimibile in forma analitica chiusa ma nei limiti di $x \ll 1$ e $x \gg 1$ e' possibile ottenere forme funzionali semplici, sfruttando le proprieta' asintotiche delle funzioni di Bessel

$$F(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} x^{1/2} e^{-x} \quad x \gg 1$$

$$F(x) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)} \left(\frac{x}{2}\right)^{1/3} \quad x \ll 1$$



RS: comportamenti asintotici dello spettro

$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} F(x)$$

$$x = \omega/\omega_c$$

$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g \sin \alpha$$

Nel limite $x \gg 1$ $F(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} x^{1/2} e^{-x}$

Percio' lo spettro ha la forma

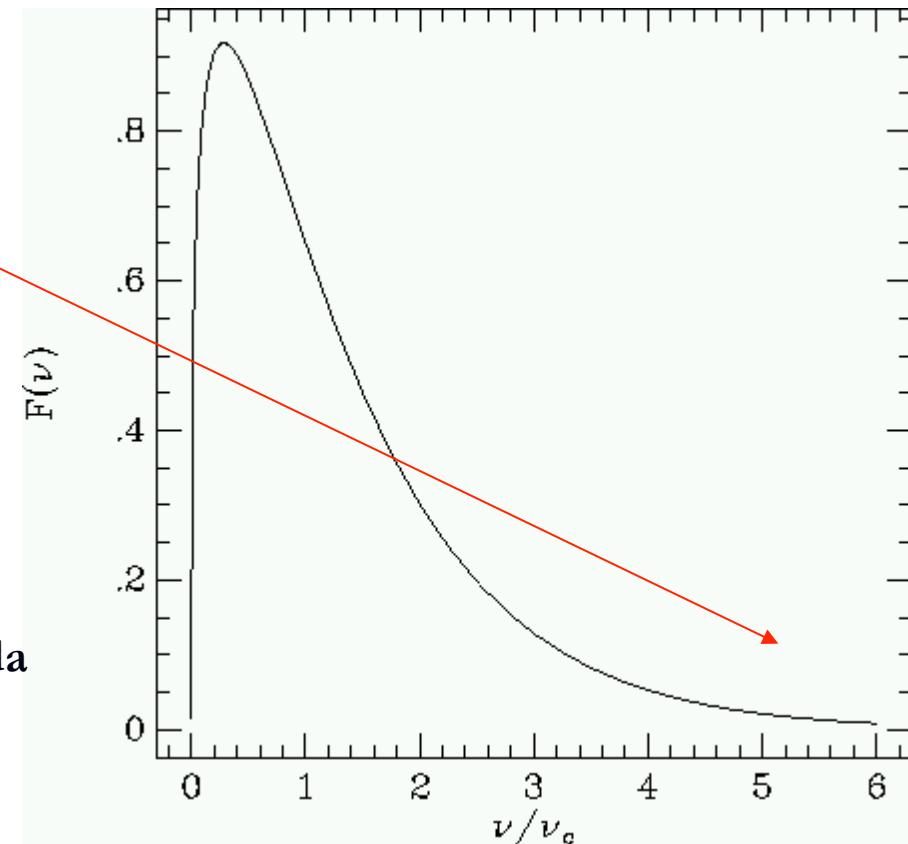
$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c}$$

C'e' poca potenza emessa a frequenze $> \omega_c$

E' una diretta conseguenza del beaming relativistico

La durata dell'impulso di radiazione misurata da un osservatore lontano e'

$$\Delta t \approx \gamma^2 \omega_g$$



Quindi le componenti di Fourier hanno intensita' apprezzabili solo fino a $\approx (\Delta t)^{-1}$, i.e. ω_c

RS: comportamenti asintotici dello spettro

$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} F(x)$$

$$x = \omega/\omega_c$$

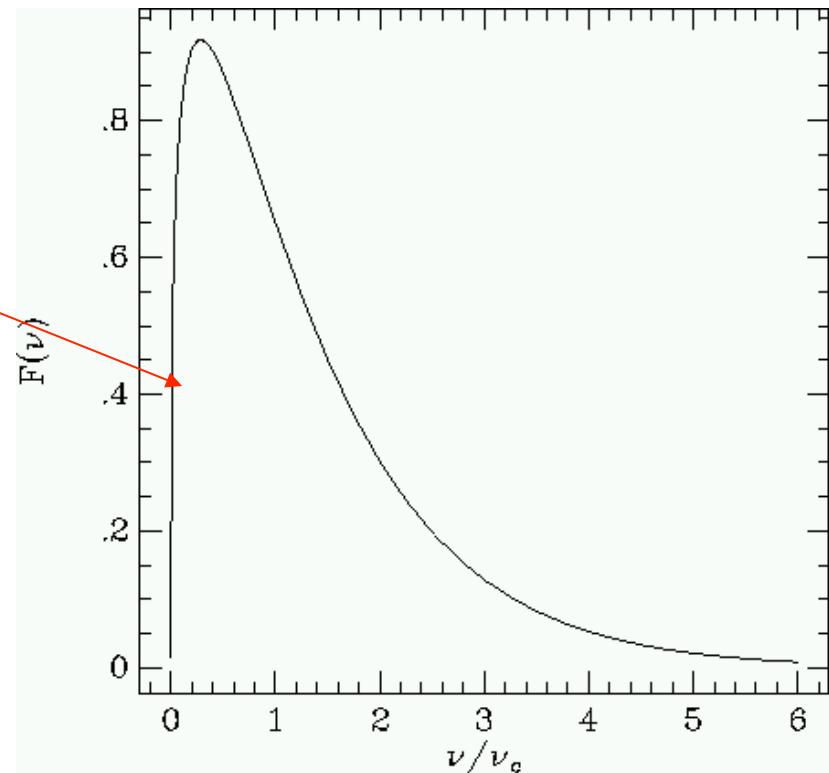
$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g \sin \alpha$$

Nel limite $x \ll 1$ $F(x) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)}\left(\frac{x}{2}\right)^{1/3}$

quindi

$$\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{2\pi mc} \frac{4\pi}{\sqrt{3}\Gamma(1/3)}\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right)^{1/3}$$

L'origine della dipendenza sta nel fatto che la potenza totale emessa e' indipendente dalla massa di riposo della particella che emette e puo' essere espressa in funzione delle frequenze di larmor e critica



RS: spettro da una distribuzione

Per ottenere lo spettro osservato occorre integrare sulla popolazione di elettroni nel campo magnetico $n(E) = dN/dEdV$

La potenza per unita' di volume emessa e' $J(\omega) \equiv \left(\frac{dE}{dtdV}\right) = \int \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_e n(E) dE$ [Es-1V⁻¹Hz-1]

con $\left(\frac{dP}{d\omega}\right) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc} F(x)$ [Es⁻¹Hz⁻¹]

Se prendiamo una distribuzione di elettroni con una legge di potenza in energia

$$n(E)dE = kE^{-p}dE$$

Lo spettro e' $J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc} k \int_0^\infty F(x) E^{-p} dE$

Supponiamo per ora che l'angolo di pitch α sia fissato

RS: spettro da una distribuzione

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc} k \int_0^\infty F(x) E^{-p} dE \quad x = \omega/\omega_c \quad \omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2 \omega_g \sin \alpha$$

Integriamo il contributo di elettroni di diverse energie ad una data frequenza ω

Per una data frequenza, x dipende dall'energia della particella

$$x = \omega / \left(\frac{3}{2} \gamma^2 \omega_g \sin \alpha \right) = \frac{2}{3} \frac{m^2 c^4}{(\omega_g \sin \alpha) E^2} \omega = \frac{A}{E^2}$$

Fissata una frequenza ω , quando $E \gg mc^2$ (i.e. $\gamma \gg 1$) $\rightarrow x \ll 1$, cioe' sommiamo sulla coda a bassi x di $F(x)$, mentre quando $E \ll mc^2$, $x \gg 1$ e sommiamo sulle code esponenziali di $F(x)$

Grazie alla relazione di sopra, possiamo trasformare l'integrale su E in un integrale su x

Invertendo si ha $E = \left(\frac{A}{x}\right)^{1/2}$ $dE = -\frac{1}{2} \frac{A^{1/2}}{x^{3/2}} dx$

RS: spettro da una distribuzione

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc} k \int_0^\infty F(x) E^{-p} dE \quad x = \omega/\omega_c \quad \omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_g \sin \alpha$$

$$E = \left(\frac{A}{x}\right)^{1/2} \quad dE = -\frac{1}{2} \frac{A^{1/2}}{x^{3/2}} dx$$

$$\begin{aligned} J(\omega) &= \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc} k \int_0^\infty \left(\frac{A}{x}\right)^{-p/2} F(x) \left(-\frac{1}{2} \frac{A^{1/2}}{x^{3/2}}\right) dx = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{16\pi^2 \epsilon_0 mc} k A^{-(p-1)/2} \int_0^\infty x^{p/2-3/2} F(x) dx \\ &= \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{16\pi^2 \epsilon_0 mc} k \left(\frac{2}{3} \frac{m^2 c^4}{(\omega_g \sin \alpha)} \omega\right)^{-(p-1)/2} \int_0^\infty x^{p/2-3/2} F(x) dx \end{aligned}$$

L'integrale si ottiene da $\int_0^\infty x^\mu F(x) dx = \frac{2^{\mu+1}}{\mu+2} \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{7}{3}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{2}{3}\right)$ **Con $\mu=(p-3)/2$**

$$\int_0^\infty x^{p/2-3/2} F(x) dx = \frac{2^{(p-3)/2+1}}{(p-3)/2+2} \Gamma\left(\frac{(p-3)/2}{2} + \frac{7}{3}\right) \Gamma\left(\frac{(p-3)/2}{2} + \frac{2}{3}\right) = \frac{2^{(p-1)/2}}{(p+1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right)$$

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{16\pi^2 \epsilon_0 mc} k \left(\frac{2}{3} \frac{m^2 c^4}{\omega_g \sin \alpha} \omega\right)^{-(p-1)/2} \frac{2^{(p-1)/2}}{(p+1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right)$$

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc (p+1)} k \left(\frac{m^2 c^4}{3\omega_g \sin \alpha} \omega\right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right)$$

RS: spettro da una distribuzione

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc(p+1)} k \left(\frac{m^2 c^4}{3\omega_g \sin \alpha} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right) \quad [\text{Es-1V-1Hz-1}]$$

Bisogna ora integrare sull'angolo di pitch, assegnata una distribuzione

$$J(\omega) = \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin^{(p+1)/2} \alpha}{8\pi^2 \epsilon_0 mc(p+1)} k \left(\frac{m^2 c^4}{3\omega_g} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right)$$

Il caso piu' semplice e' quello di una distribuzione isotropa di angoli di pitch

La distribuzione e' $p(\alpha) = \frac{1}{2} \sin \alpha d\alpha$ **quindi** $\langle J(\omega) \rangle_\alpha = \int_0^\pi p(\alpha) J(\omega; \alpha) d\alpha$

Per cui l'integrale da calcolare e' $\frac{1}{2} \int_0^\pi \sin^{(p+3)/2} \alpha d\alpha = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma((p+5)/4)}{2 \Gamma((p+7)/4)}$

$$\langle J(\omega) \rangle_\alpha = \frac{\sqrt{3\pi}q^3 B}{16\pi^2 \epsilon_0 mc(p+1)} k \left(\frac{m^2 c^4}{3\omega_g} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right) \frac{\Gamma((p+5)/4)}{2 \Gamma((p+7)/4)}$$

Sostituendo $\omega_g = \frac{qB}{m}$

$$\langle J(\omega) \rangle_\alpha = \frac{\sqrt{3\pi}q^3 B}{16\pi^2 \epsilon_0 mc(p+1)} k \left(\frac{m^3 c^4}{3qB} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right) \frac{\Gamma((p+5)/4)}{2 \Gamma((p+7)/4)} \quad [\text{Es-1V-1Hz-1}]$$

E' la forma finale dello spettro da una distribuzione isotropa di elettroni con legge di potenza

RS: spettro da una distribuzione

$$\langle J(\omega) \rangle_{\alpha} = \frac{\sqrt{3\pi}q^3 B}{16\pi^2\epsilon_0 mc(p+1)} k \left(\frac{m^3 c^4}{3qB} \omega \right)^{-(p-1)/2} \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{19}{12}\right) \Gamma\left(\frac{p}{4} + \frac{1}{12}\right) \frac{\Gamma((p+5)/4)}{2\Gamma((p+7)/4)}$$

■ Le dipendenze essenziali sono $\langle J(\omega) \rangle_{\alpha} = DkB^{(p+1)/2}\omega^{-(p+1)/2}$ ■ [Es-1V⁻¹Hz⁻¹]

- ▷ L'intensita' dell'emissione per unita' di volume dipende dal valore del campo B in cui gli elettroni spiralano e dall'indice dello spettro → misurando lo spettro abbiamo informazioni sull'intensita' del campo B nella regione di emissione
- ▷ La pendenza dello spettro e' diversa da quella degli elettroni ma misurando l'indice spettrale della radiazione conosciamo quello degli elettroni che emettono

RS: spettro da una distribuzione

- Lo spettro da una distribuzione di elettroni puo' essere ricavato anche da considerazioni piu' semplici che mettono in evidenza il motivo per cui lo spettro della radiazione e' piu' ripido
 - La considerazione chiave e' che gli elettroni emettono la maggior parte della potenza intorno alla frequenza critica ω_c , cioe' la distribuzione spettrale e' piccata intorno ad ω_c
 - La larghezza della distribuzione in ω_c e' molto piu' stretta della distribuzione di energia degli elettroni
 - Cosi' possiamo ritenere che, con buona approssimazione, che tutta la radiazione da un singolo elettrone sia emessa alla frequenza ω_c
- $$\nu \approx \nu_c \approx \gamma^2 \nu_g = \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2 \nu_g \quad \nu_g = qB/2\pi m$$
- → la radiazione emessa tra ν e $\nu + d\nu$, puo' essere attribuita ad elettroni con energia tra E ed $E + dE$

RS: spettro da una distribuzione

Percio' possiamo scrivere

$$J(\nu)d\nu = \left(\frac{dE}{dt}\right)N(E)dE$$

$$\nu = \left(\frac{E}{mc^2}\right)^2 \nu_g \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}}$$

$$E = \left(\frac{\nu}{\nu_g}\right)^{1/2} mc^2 \quad dE = \frac{mc^2}{2\nu_g^{1/2}} \nu^{-1/2} d\nu$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{4}{3} \sigma_T U_B c \gamma^2 \quad \xrightarrow{\hspace{1cm}}$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right) = \frac{4}{3} \sigma_T U_B c (E/mc^2)^2 = \frac{4}{3} \sigma_T U_B c \frac{\nu}{\nu_g}$$

$$N(E)dE = kE^{-p}dE = \frac{k}{(mc^2)^p} \frac{\nu^{-p/2}}{\nu_g^{-p/2}} \cdot \frac{mc^2}{2\nu_g^{1/2}} \nu^{-1/2} d\nu = \frac{k}{2(mc^2)^{p-1}} \nu_g^{p/2-1/2} \cdot \nu^{-p/2-1/2} d\nu$$

$$J(\nu)d\nu = \frac{4}{3} \sigma_T U_B c \frac{\nu}{\nu_g} \frac{k}{2(mc^2)^{p-1}} \nu_g^{p/2-1/2} \cdot \nu^{-p/2-1/2} d\nu \quad \nu_g = qB/2\pi m \quad U = B^2/8\pi$$

$$J(\nu)d\nu = \frac{4}{3} \sigma_T \frac{B^2}{8\pi} c \frac{k}{2(mc^2)^{p-1}} (qB/2\pi m)^{p/2-3/2} \nu^{-p/2+1/2} d\nu$$

Mettendo in evidenza la dipendenza da B , k e ν si ha $J(\nu)d\nu = DkB^{(p+1)/2} \nu^{-(p-1)/2} d\nu$

esattamente la stessa di quella ottenuta con l'analisi rigorosa

→ La forma dello spettro di radiazione e' determinata dallo spettro di elettroni e non dalla distribuzione di singola particella a causa del forte beaming a ν_c

→ La differente pendenza e' dovuta alla relazione quadratica tra ν ed E

RS: polarizzazione

- La potenza emessa nelle due direzioni di polarizzazione? e \mathbf{k} a \mathbf{B} e'

$$j_{\perp}(\omega) = \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_{\perp} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{4\pi mc} [F(x) + G(x)] \quad j_{\parallel}(\omega) = \left(\frac{dP}{d\omega}\right)_{\parallel} \approx \frac{\sqrt{3}q^3 B \sin \alpha}{4\pi mc} [F(x) - G(x)]$$

$$x = \omega/\omega_c$$

- Si vede subito che la potenza emessa nella componente **parallela** e' piu' piccola di quella nella direzione **perp**

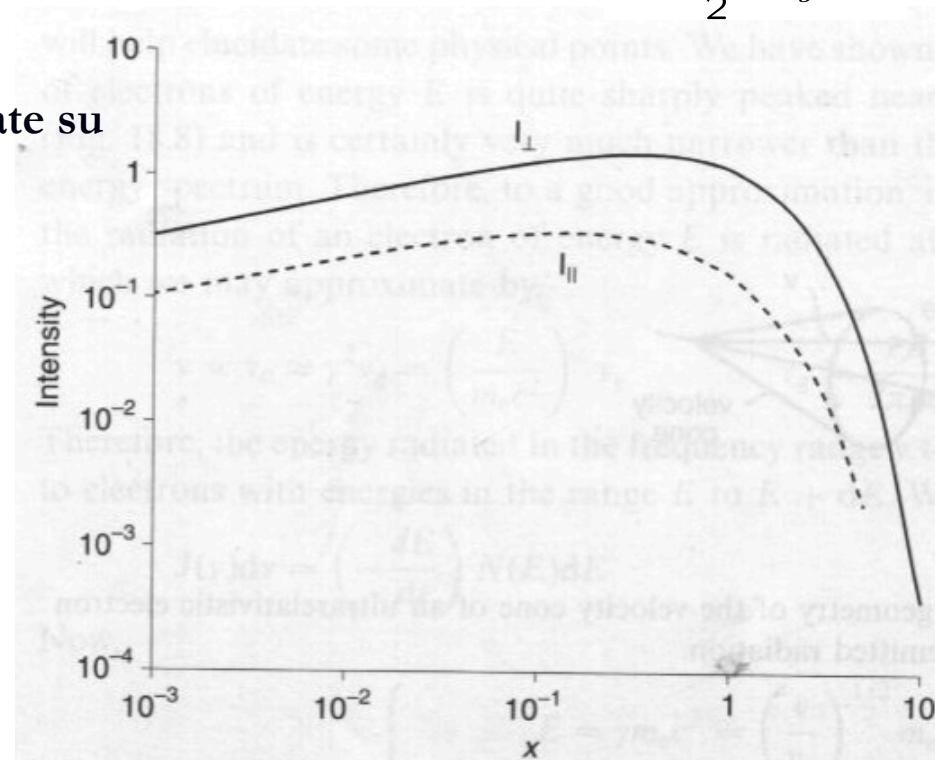
$$\omega_c = \frac{3}{2}\gamma^2\omega_g \sin \alpha$$

- Il rapporto delle energie totali (i.e. integrate su ω) irraggiate nelle due componenti e'

$$\begin{aligned} \frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}} &= \frac{\int_0^{\infty} [F(x) + G(x)] dx}{\int_0^{\infty} [F(x) - G(x)] dx} \\ &= \frac{\Gamma(7/3)\Gamma(2/3) + \Gamma(4/3)\Gamma(2/3)}{\Gamma(7/3)\Gamma(2/3) - \Gamma(4/3)\Gamma(2/3)} \end{aligned}$$

$$[\text{Dato che } \Gamma(n+1) = n\Gamma(n)] \quad = \frac{4/3 + 1}{4/3 - 1} = 7$$

- L'energia liberata nelle due polarizzazioni da un singolo elettrone e' esattamente 7:1

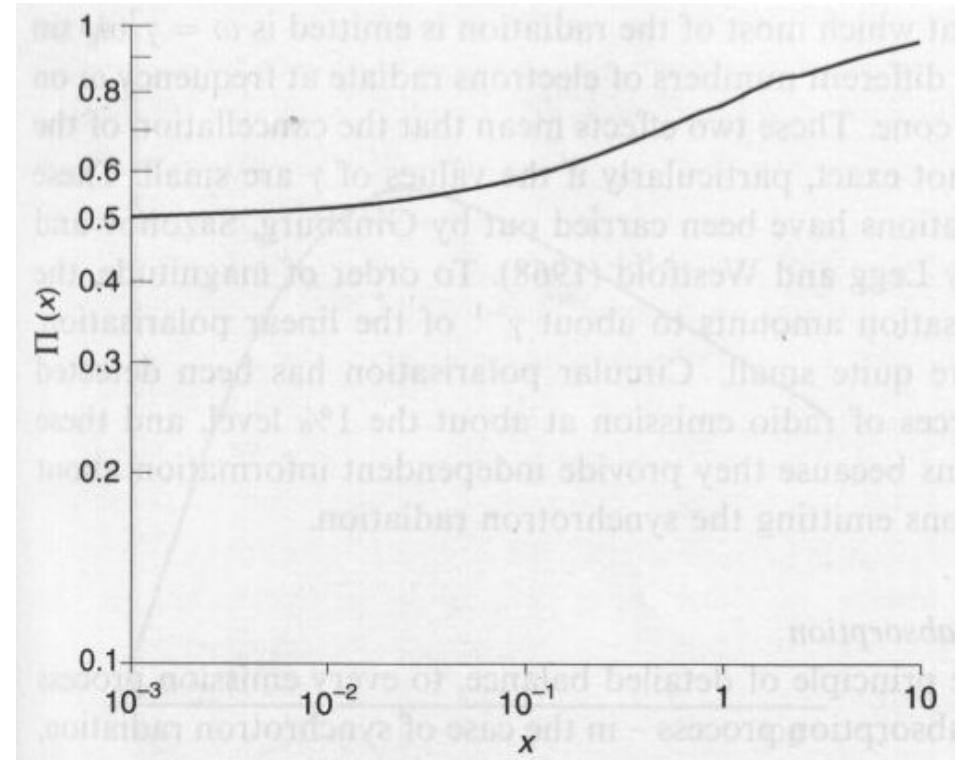


- La radiazione emessa da un e' ultrarelativistico e' quasi completamente polarizzata nel piano **perp** a \mathbf{B}

RS: polarizzazione

- La frazione di polarizzazione della radiazione di singolo elettrone e'

$$\Pi(\omega) = \frac{j_{\perp} - j_{\parallel}}{j_{\perp} + j_{\parallel}} = \frac{G(x)}{F(x)}$$



- La radiazione di singolo elettrone e' fortemente polarizzata a tutte le frequenze

RS: polarizzazione

- Nel caso di una popolazione di elettroni, per ottenere la polarizzazione bisogna mediare sulle energie degli elettroni che possono contribuire all'intensita' ad una data frequenza
- Per calcolarlo si procede esattamente come nel caso dello spettro totale. Senza ripetere i passaggi si ottiene

■ Usando gli integrali

$$\Pi = \frac{\int_0^\infty G(x)x^{(p-3)/2}dx}{\int_0^\infty F(x)x^{(p-3)/2}dx}$$
$$\int_0^\infty x^\mu F(x)dx = \frac{2^{\mu+1}}{\mu+2} \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{7}{3}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{2}{3}\right)$$
$$\int_0^\infty x^\mu G(x)dx = \frac{2^\mu}{\mu+2} \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{4}{3}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} + \frac{2}{3}\right)$$
$$\Pi = \frac{p+1}{4} \frac{\Gamma(p/4 + 7/12)}{\Gamma(p/4 + 19/12)} = \frac{p+1}{4} \frac{\Gamma(p/4 + 7/12)}{\Gamma(p/4 + 19/12)}$$
$$= \frac{p+1}{4\Gamma(p/4 + 7/12)} = \frac{p+1}{p+7/3}$$
$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$$

- I valori tipici dell'indice spettrale del flusso di elettroni e' $p \approx 2.5 \rightarrow \Pi \approx 72\%$

- La radiazione di sincrotrone da una popolazione di elettroni e' MOLTO polarizzata
→ la polarizzazione e' una segnatura caratteristica della radiazione di sincrotrone

Sincrotrone/Compton Inverso

$$\langle \left(\frac{dE}{dt} \right) \rangle = \frac{4}{3} \sigma_T c U_B \beta^2 \gamma^2 \quad \quad \quad \langle \left(\frac{dE}{dt} \right)_{tot} \rangle = \frac{4}{3} c \sigma_T U_{rad} \gamma^2 \beta^2$$

Sono le stesse con $U_B \leftrightarrow U_{rad}$

Perche' l'emissione e' causata dal campo elettrico che accelera l'e- nel suo rest frame, indipendentemente dall'origine del campo elettrico:

sincrotrone – il campo \mathbf{E} e' quello indotto dal moto dell'e- nel campo \mathbf{B} , $\mathbf{E} \sim \mathbf{v} \times \mathbf{B}$

Compton – il campo \mathbf{E} e' la somma dei campi elettrici delle onde elm incidenti sull'e-

In entrambi i casi, l'emissione $e' \sim U$

In entrambi casi la perdita di energia $e' \sim E^2$

Sincrotrone/Compton Inverso

$$\langle \left(\frac{dE}{dt} \right) \rangle = \frac{4}{3} \sigma_T c U_B \beta^2 \gamma^2$$

$$\langle \left(\frac{dE}{dt} \right)_{tot} \rangle = \frac{4}{3} c \sigma_T U_{rad} \gamma^2 \beta^2$$

Importanza relativa di S ed IC:

$$\frac{(dE/dt)_{IC}}{(dE/dt)_S} = \frac{U_{rad}}{U_B}$$

- Assumendo $B \sim 3 \times 10^{-10}$ T, $U_B = B^2/2\mu_0 \sim 2.24 \times 10^5$ eV m⁻³
- $\rightarrow U_{rad}/U_B \sim 3$. quindi entrambi i processi rappresentano importanti perdite di energia per gli e- nella galassia
- NB: mentre sincrotrone e' "limitato" alla galassia, l'IC e' presente ovunque (anche nello spazio intergalattico, dove sincrotrone e' assente o minimo perche' $B \sim 0$) poiche' il CMB permea l'intero Universo e $U_{CMB}/U_B \sim 1$

Decelerazione adiabatica

E' possibile che il mezzo in cui le particelle diffondono sia in moto, p es di espansione, come accade per SuperNovae Remnant (SNR), venti stellari (plerioni – pulsars con venti stellari o come il vento solare)

Due conseguenze:

Oltre al flusso di diffusione, c'e' anche un flusso di convezione

Le particelle che diffondono in un mezzo in espansione perdono energia

Convezione

- Il flusso di convezione è semplicemente $\vec{J}_{conv} = m \vec{V}$
 \vec{V} = velocità di convezione del mezzo
- Il flusso totale è $\vec{J}_{tot} = \vec{J}_{diff} + \vec{J}_{conv} = m \vec{V} - D \vec{\nabla} m$ o
in comp. $J_{ti} = m V_i - D \nabla_i m$
 \Rightarrow Facciamo la divergenza $\nabla^i J_{ti} = \nabla^i (m V_i) - \nabla^i (D \nabla_i m)$
- In un fluido (gas), la massa si conserva $\Rightarrow \nabla^i J_i + \frac{\partial m}{\partial t} = 0$
 $\Rightarrow \nabla^i J_i = - \frac{\partial m}{\partial t}$
 $\Rightarrow - \frac{\partial m}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (m \vec{V} - D \vec{\nabla} m)$ e' l'equ. di diffusione
Termino di convezione
- Il resto dei termini dell'equazione rimane lo stesso

Decelerazione adiabatica (1)

I RC si muovono nell'ISM e ne sono parte

L'ISM e' un gas, quindi un sistema termodinamico

Se l'ISM o una parte di esso si espande, le particelle diffondono e allo stesso tempo perdono energia (in media), infatti:

L'energia interna U del gas diminuisce se si espande $dU = -pdV$

I RC che diffondono all'interno del mezzo in espansione devono fare lavoro contro l'espansione del gas che li trascina via

Decelerazione adiabatica (2)

• L'energia interna del gas è $U = n E \nu$ $E = E_{n, \text{media}}$,

$$\Rightarrow dU = n \nu dE \Rightarrow n \nu dE = -p dV$$

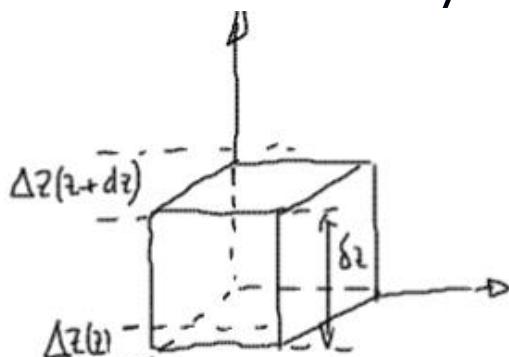
ma $p = \frac{n}{3} \langle u P \rangle$, $P = \text{mom. di una particella}$

$$\Rightarrow \nu \ll c \quad P = mu \Rightarrow p = \frac{2m}{3} \langle \frac{mu^2}{2} \rangle = \frac{2}{3} m E$$

$$\nu \approx c \Rightarrow E \approx c p \Rightarrow p = \frac{m E}{3}$$

$$\Rightarrow \nu dE = -\frac{2}{3} E dV \quad z = \begin{cases} 1 & \nu \approx c \\ 2 & \nu \ll c \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = -\frac{2}{3} \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = V_r \cdot v$$



o In un tempo dt , il volume si deforma a causa del moto di espansione

o Prendiamo p. es. il moto lungo z
Lo spost. dipende dalla velocità locale

$$\text{In } dt \text{ si ha } \Delta z(z) = v(z) dt$$

$$\Delta z(z + \delta z) = v(z + \delta z) dt$$

⇒ La variazione complessiva è

$$\Delta z_1 \equiv \Delta z(z + \delta z) - \Delta z(z) = [v(z + \delta z) - v(z)] dt \Rightarrow$$

$$\Delta z_1 = \frac{\partial v}{\partial z} \delta z dt \Rightarrow \frac{d \Delta z}{dt} = \frac{\partial v}{\partial z} dz$$

$$\Rightarrow \left(\frac{dV}{dt} \right)_z = \frac{\partial}{\partial z} \delta x \delta y \delta z = \frac{\partial v}{\partial z} \cdot \delta v$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{dV}{dt} \right)_{x_i} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) V$$

- Quindi $\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{3}(\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) E$
- Esempio: sfera in espansione uniforme
 $v_r = v_0 \left(\frac{r}{R}\right)$ con $v_0 = v(R)$
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_0 r^2}{R}\right) = 3 \left(\frac{v_0}{R}\right) \Rightarrow -\frac{dE}{dt} = -2 \left(\frac{v_0}{R}\right) E$
 $\Rightarrow -\frac{dE}{dt} = -2 \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right) E$
- Le perdite adiabatiche sono importanti quando il tempo scala dell'espansione $T_{\text{exp}} = \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt}\right)^{-1}$ è dell'ordine del tempo in cui le part. sono rimaste nel volume T_{conf}
- Importante in:
 - fuga di particelle da SNR
 - quando le part. esercitano pressione, le perdite adiab sono importanti nell'ISM in generale

Tempi scala di perdita (1)

- Il tempo scala per dimezzare l'energia e'

$$\tau_{1/2} = - \int_{E_i}^{E_f} \frac{dE}{(dE/dt)} \quad E_f = E_i/2$$

- Ionizz. $\frac{dE}{dt} = 7.64 \times 10^{-15} N (3 \log \gamma + 19.8) \text{ eV s}^{-1}$

- Trascurando la dipendenza logaritmica dall'energia, una buona approx e'

$$\frac{dE}{dt} \approx 10^{-5} N \text{ eV/anno}$$

Quindi $\tau = - \int_E^{E/2} \frac{dE}{10^{-5} N} = \frac{E(\text{eV})}{2 \cdot 10^{-5} N} \text{ anni}$

Per $E \sim 1 \text{ GeV}$ $\tau \approx \frac{5 \times 10^{13}}{N} \text{ anni}$

con $N \sim 10^6 \text{ pm}^{-3}$ $\tau \sim 5 \times 10^7 \text{ anni}$

Tempi scala di perdita

• Brems (H neutro) $\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = 3.66 \times 10^{-22} N \text{ s}^{-1}$

$$\tau = - \int_{E_0}^{E/2} \frac{dE}{3.66 \cdot 10^{-22} EN} = \frac{\ln 2}{3.66 \cdot 10^{-22} N} \quad s = \frac{1.9 \times 10^{21}}{N} s$$
$$\approx \frac{6 \times 10^{14}}{N} \text{ anni, indipendente da } E$$

■ $N \approx 10^6 \text{ pm}^{-3} \rightarrow \tau \approx 6 \times 10^8 \text{ anni}$

Tempi scala di perdita (3): IC+Sinc

$$\langle \left(\frac{dE}{dt} \right) \rangle = \frac{4}{3} \sigma_T c U_B \beta^2 \gamma^2 \quad \langle \left(\frac{dE}{dt} \right)_{tot} \rangle = \frac{4}{3} c \sigma_T U_{rad} \gamma^2 \beta^2$$

- $$\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3} \sigma_T c (U_R + U_B) \gamma^2 \quad \tau = \int \frac{dE}{\frac{4}{3} \sigma_T c (U_R + U_B) \gamma^2}$$

$$E = mc^2(\gamma - 1) \Rightarrow dE = mc^2 \gamma \Rightarrow \tau = - \int_{\gamma}^{\gamma/2} \frac{mc^2}{\frac{4}{3} \sigma_T c} \cdot \frac{1}{(U_R + U_B)} \cdot \frac{d\gamma}{\gamma^2}$$

Perciò $\tau = \frac{mc^2}{\frac{4}{3} \sigma_T c} \cdot \frac{1}{(U_R + U_B)} \cdot \frac{1}{\gamma}$
- $$\frac{4}{3} \sigma_T c = 2.66 \times 10^{-20} \text{ m}^2 \text{s}^{-1} \quad mc^2 = 5.11 \times 10^5 \text{ eV}$$

$$U_B \approx 2.2 \times 10^5 \text{ eV m}^{-3} \quad \text{e} \quad B = 3 \times 10^{-10} \text{ T}$$

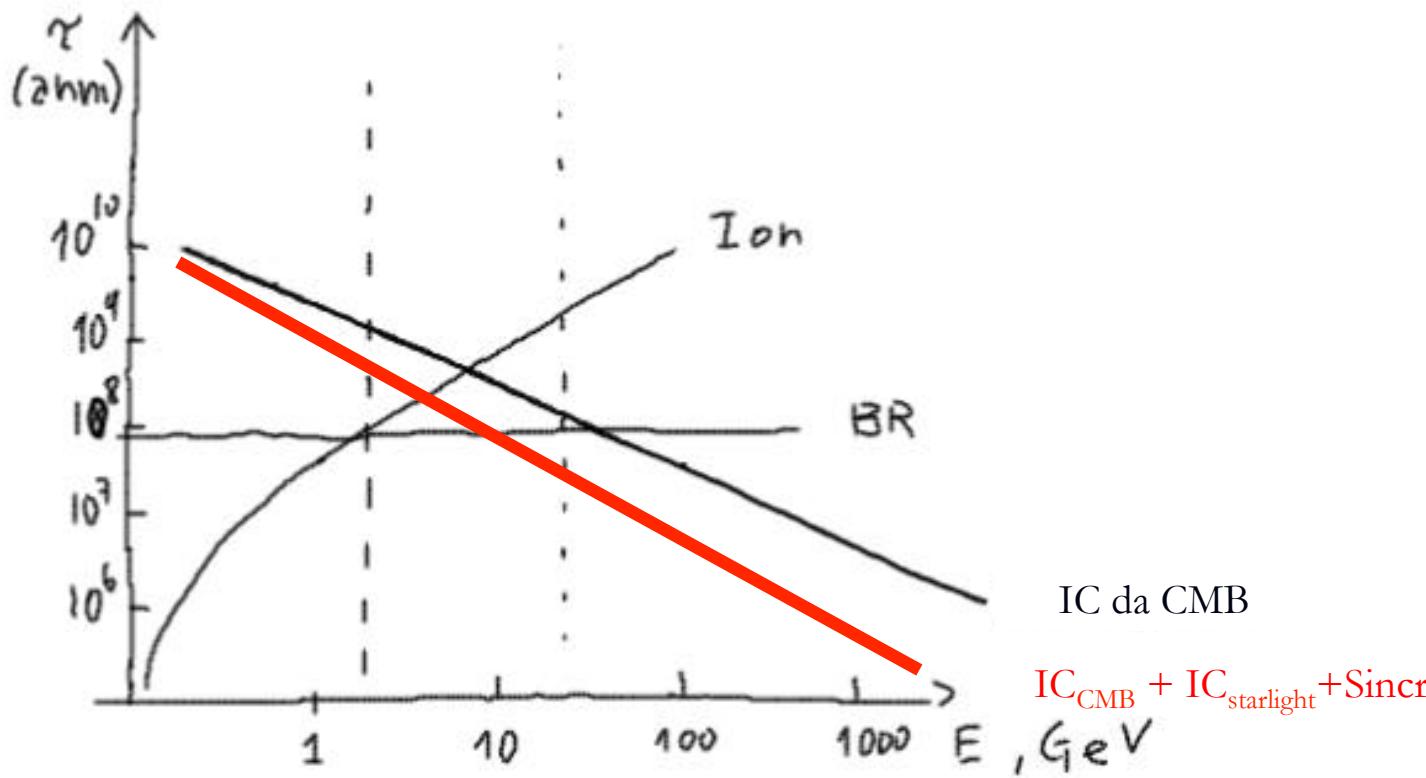
$$U_{CMB} \approx 2.62 \times 10^5 \text{ eV m}^{-3}$$

$$U_{Star} \approx 6 \times 10^5 \text{ eV m}^{-3}$$

$\times CMB$ presente ovunque \Rightarrow Agisce sempre

$$\tau \leq \tau_{CMB} = \frac{7.328 \times 10^{19}}{\gamma} \text{ s} = \frac{2.32 \times 10^{12}}{\gamma} \text{ anni} \quad \left(= \frac{4.54 \times 10^9}{E \text{ (GeV)}} \text{ anni} \right)$$

Per $e^- \approx E = 100 \text{ GeV}$, $\tau \lesssim 10^7 \text{ anni}$

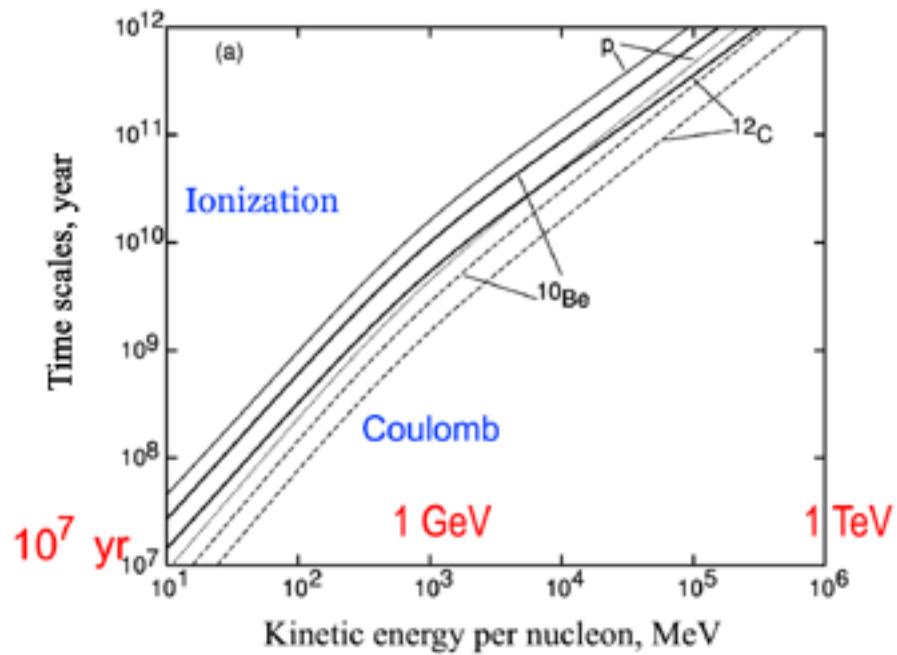


Differenti regimi di perdite, dipendenti da E

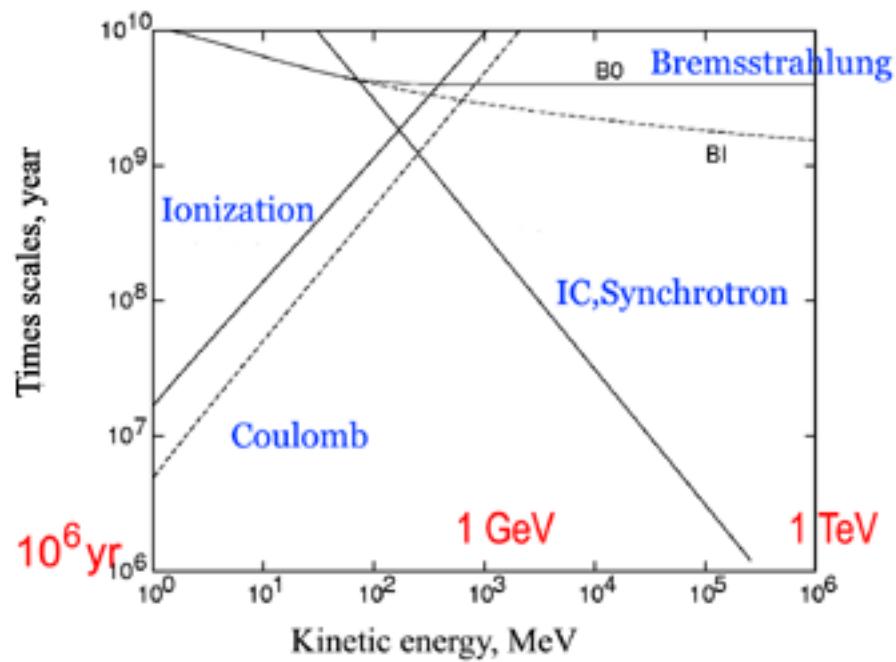
Il tempo scala piu' breve domina

IC e' un lim superiore: nella galassia non c'e' solo CMB ma anche starlight (ottica, UV, X,...) e campi magnetici $\rightarrow U \approx 10^6 \text{ eVcm}^{-3}$

nucleons



electrons & positrons



- Nel caso di diffusione, le particelle si spostano in media di $\lambda \approx (2D\tau)^{1/2}$

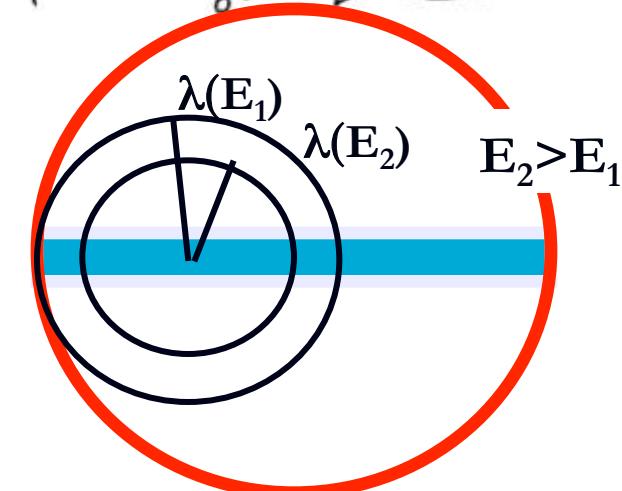
- In generale $D = D(E) \Rightarrow \lambda(E, E_0) = \left(\int_0^E D(E') d\tau' \right)^{1/2} = \left(\int_{E_0}^E \frac{D(E') dE'}{b(E)} \right)^{1/2}$

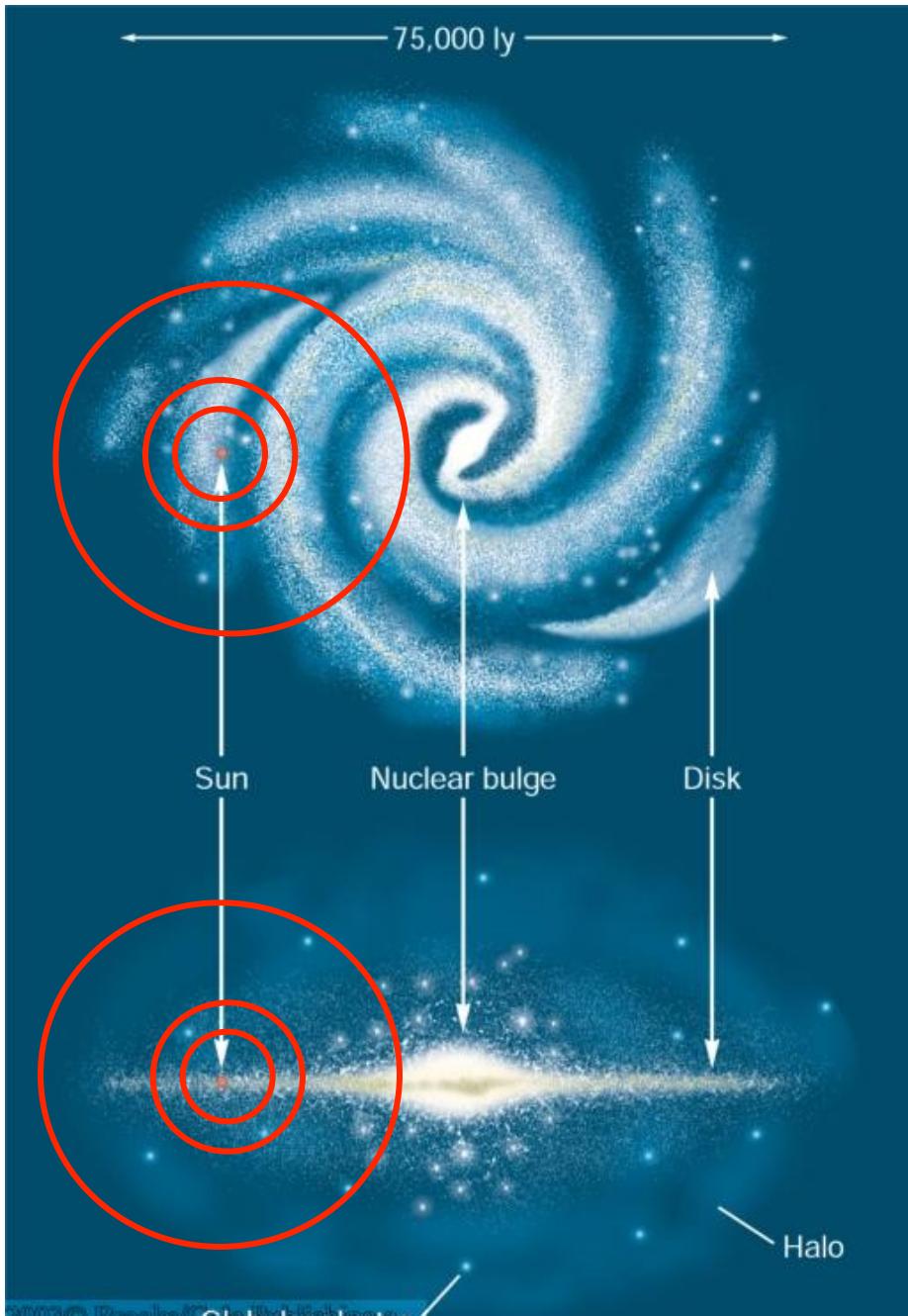
$\times D \approx 10^{27} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ (val. medio galattico) $\Rightarrow \lambda \approx 10 \text{ kpc} \text{ (} 1 \text{ GeV}$
 (solo IC + Sinc $\Rightarrow \gamma = \frac{1}{KE_0}$)

\times Trascurando la dipend. di D da E $\lambda \propto E^{-1/2} \Rightarrow$
 Lo spettro degli e^\pm nei differenti intervalli di energia dipende dalle condizioni medie di propagazione nell'ISM in una regione di raggio $R \sim \lambda(E)$

\times Esempio: per e^- con $E > 1 \text{ GeV}$, $\lambda(E) \lesssim 10 \text{ kpc} = R_{\text{gal}} \Rightarrow$ solo
 \Rightarrow Gli e^- sono galattici.

- Quindi lo spettro osservato cambia parecchio durante la propagazione





$\approx 10^2$ ly *@ 1 TeV*
 $\approx 3.16 \times 10^3$ ly *@ 100 GeV*
 $\approx 10^4$ ly *@ 10 GeV*
 $\approx 3 \times 10^4$ ly *@ 1 GeV*

Gli elettroni
vengono da vicino!

Ancora propagazione

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} - \vec{v} \cdot (\vec{D}_i \vec{\nabla} N_i) + \frac{\partial}{\partial E} (b_i N_i) + m v r_i N_i + \cancel{\frac{N_i}{\tau_i}} = q_i + \sum_{j \neq i} m v r_{ij} N_j + \cancel{\sum_j \frac{N_j}{\tau_{ij}}}$$

σ_i e' la sez d'urto per il processo $p_{\text{CR}} p_{\text{ISM}} \rightarrow \pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \rightarrow e^\pm$ ed n e' la densita' di p nell ISM, N_i e' la densita' di elettroni

Da dove vengono gli elettroni?

Da interazione dei RC con i protoni del mezzo interstellare

Da sorgenti primarie, cioe' siti di accelerazione

Da sorgenti esotiche(?)

Per gli elettroni, a differenza della componente nucleare, sono importanti i processi di perdita di energia durante la propagazione. Il termine che descrive le perdite di energia continue non puo' essere trascurato ma anzi diventa dominante

Toy Model

- o Caso semplice di: - soluz. stazionarie $dN/dt = 0$
- o c'è una distrib infinita e uniforme di sorgenti che iniettano e^- con spettro di iniezione $Q(E) = k E^{-p}$
- o \Rightarrow La diffusione non è importante \Rightarrow L'equ. diventa
$$-\frac{d}{dE} [b(E)N(E)] = Q(E) \Rightarrow \int d [b(E)N(E)] = - \int Q(E) dE$$
- o Assumiamo $N(E) \rightarrow 0$ per $E \rightarrow \infty \Rightarrow$
$$N(E) = \frac{kE^{-(p-1)}}{(p-1)b(E)} \quad \text{dove } b(E) = A_1 \left(\ln \frac{E}{mc^2} + 19.8 \right) + A_2 E + A_3 E^2$$
- o \Rightarrow Se domina ionizz. $N(E) \propto E^{-(p-1)}$ spettro di E più piatto
- o Se " Brems $N(E) \propto E^{-p}$ lo spettro non cambia (adiab. loss)
- o Se IC o sinc dominano $N(E) \propto E^{-(p+1)}$ spettro più ripido

Spettro a bassa E

Ad $E < 10$ GeV, lo spettro locale di e^- e' distorto dal vento solare (densita' soppressa e decel adiabatica) \rightarrow il flusso misurato sulla Terra non e' rappresentativo del flusso nell ISM

Deducibile da misure indirette, come lo spettro radio nell' alone della galassia dovuto ad emissione di sincr nel campo magn galattico

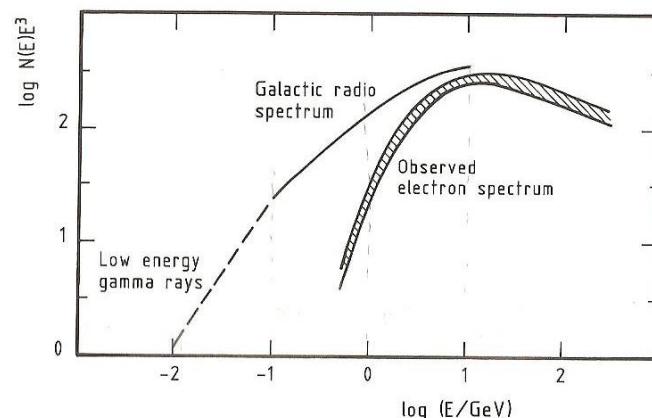
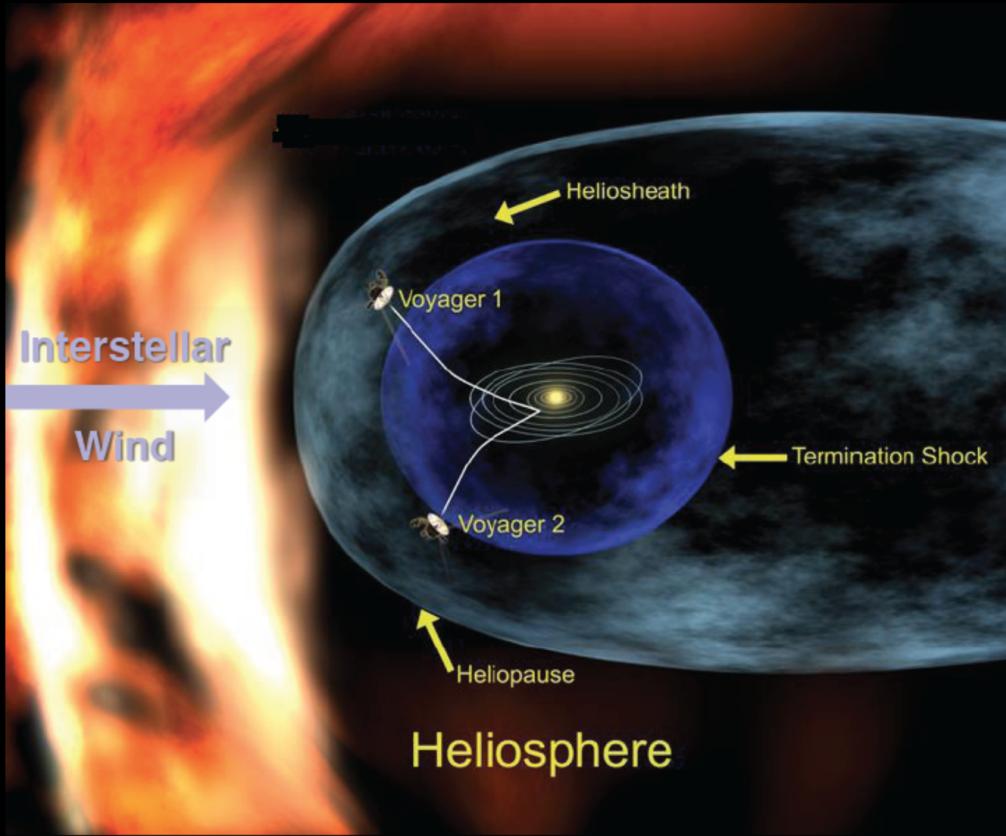


Figure 18.14. The spectrum of relativistic electrons in the local interstellar medium (see also Fig. 9.3). The observed electron spectrum is indicated by the hatched area. The spectrum deduced from the spectrum of the Galactic radio emission is indicated by a solid line. The low energy spectrum deduced from observations of low energy γ -rays is shown as a dashed line. The difference between the observed electron spectrum and that inferred from the Galactic radio emission provides a measure of the solar modulation of the flux of cosmic ray electrons. The units of $N(E)E^3$ are particles $m^{-2} s^{-1} \text{GeV}^2$. (From W. Webber (1983). In *Composition and origin of cosmic rays*, ed. M.M. Shapiro, p. 83. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.)

Intermezzo: Voyager data

Voyager 1 in the interstellar space

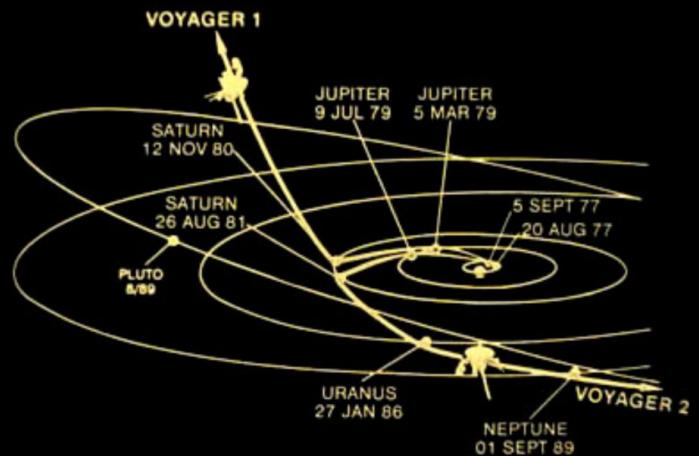


First interstellar probe!
Will operate until 2026

Voyager 1 131.0 AU
19.7 billion km

Voyager 2 107.7 AU
16.2 billion km
~2 years to interstellar
space?

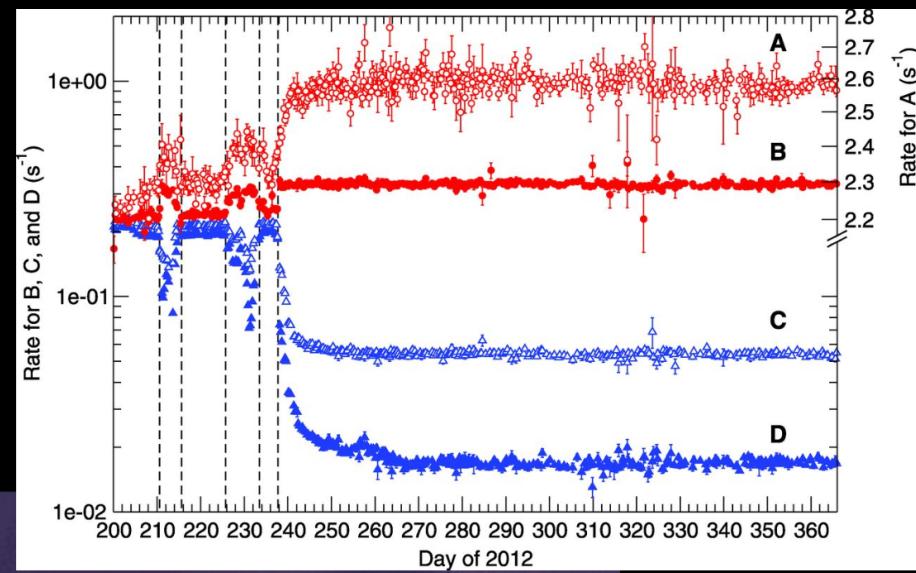
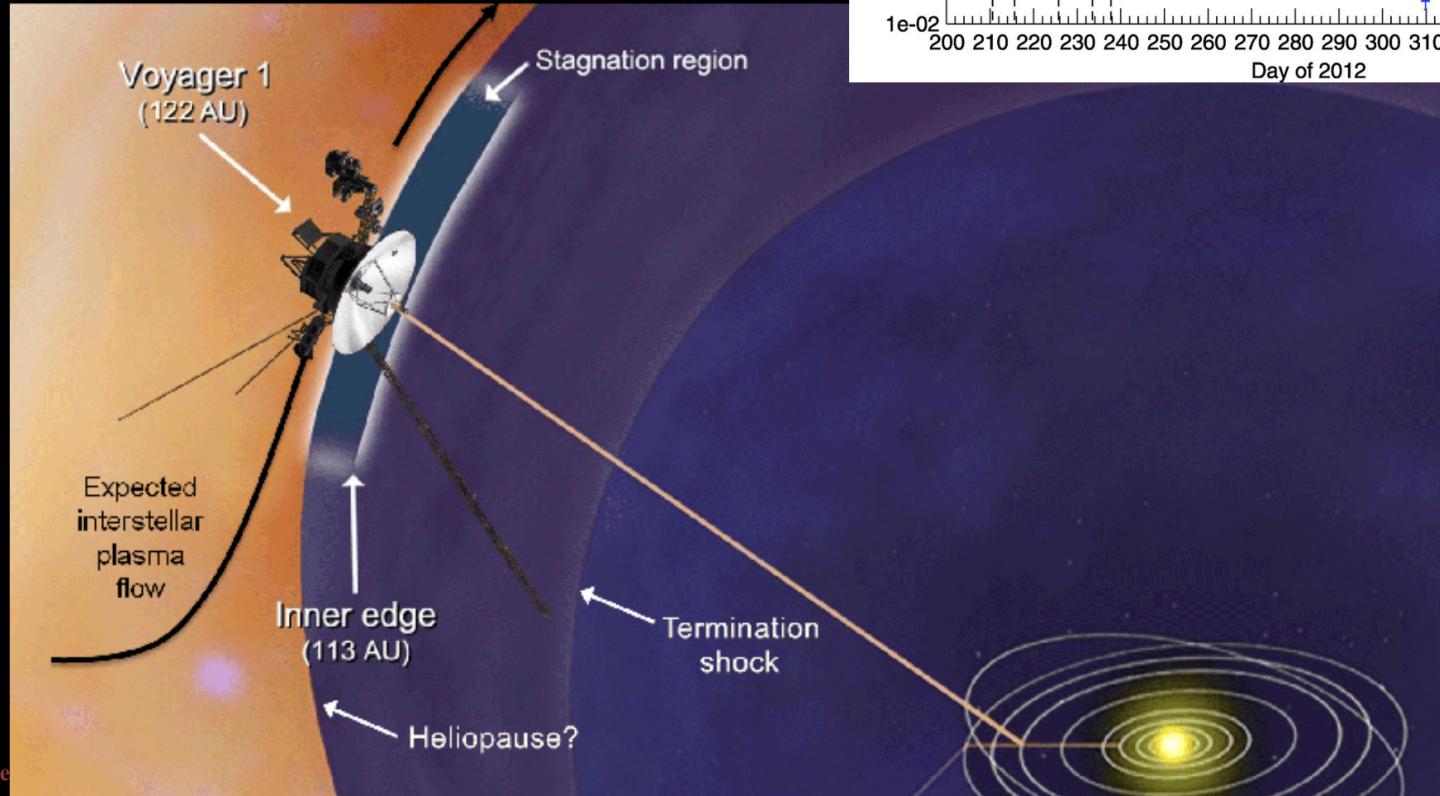
Launched in 1977!



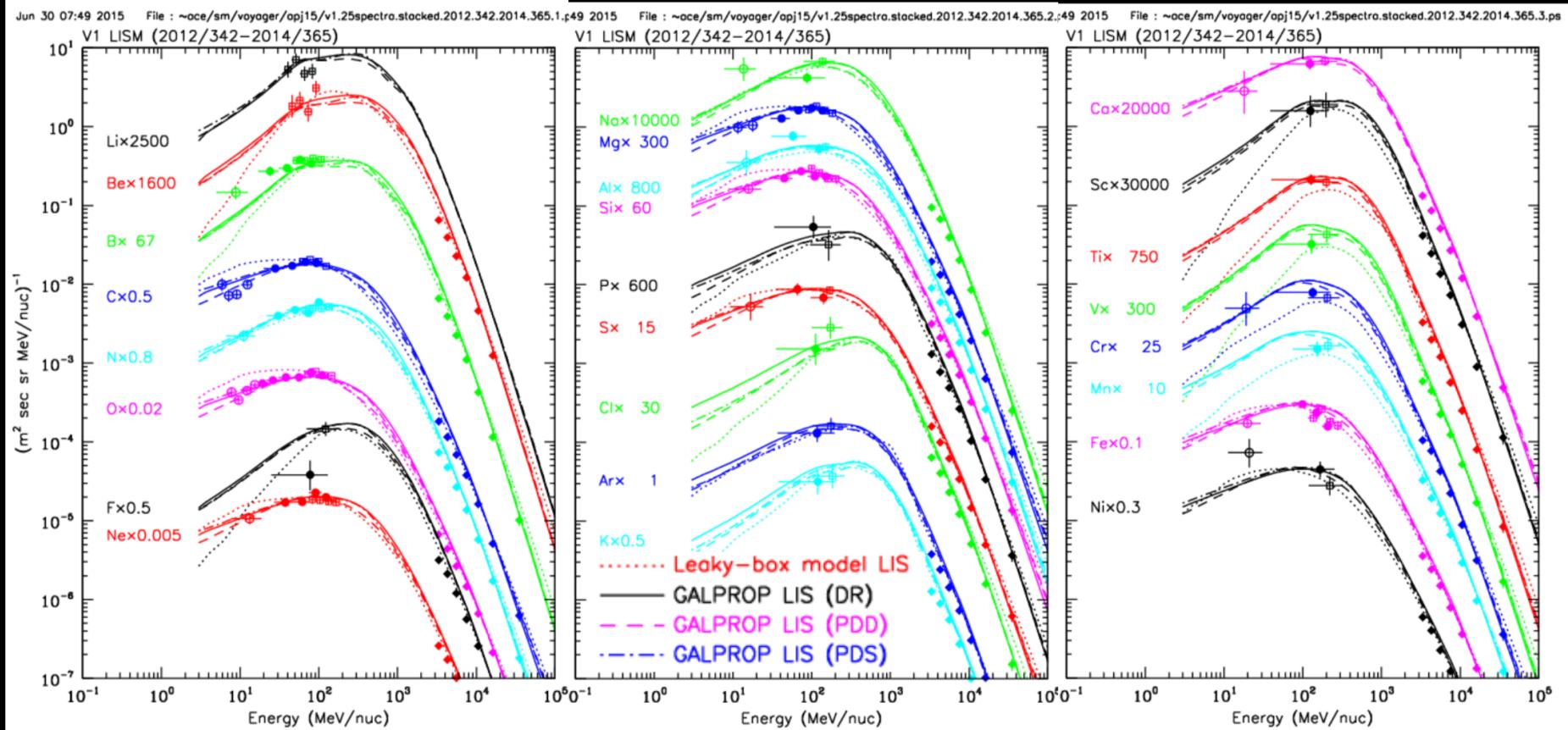
E. Stone 2015

Interstellar probe – Voyager 1

- (A) (y axis on right) GCR nuclei ($E > 70$ MeV) at the High Energy Telescope 1
- (B) (y axis on left) GCR electrons (6-100 MeV) observed by the Electron Telescope
- (C) (y axis on left) Protons with 7 to 60 MeV stopping in HET 1 are mainly anomalous cosmic rays before 2012/238 (25 August) and galactic cosmic rays after that
- (D) (y axis on left) Low-energy particles mainly protons with 0.5 to ~ 30 MeV accelerated at the termination shock and in the heliosheath



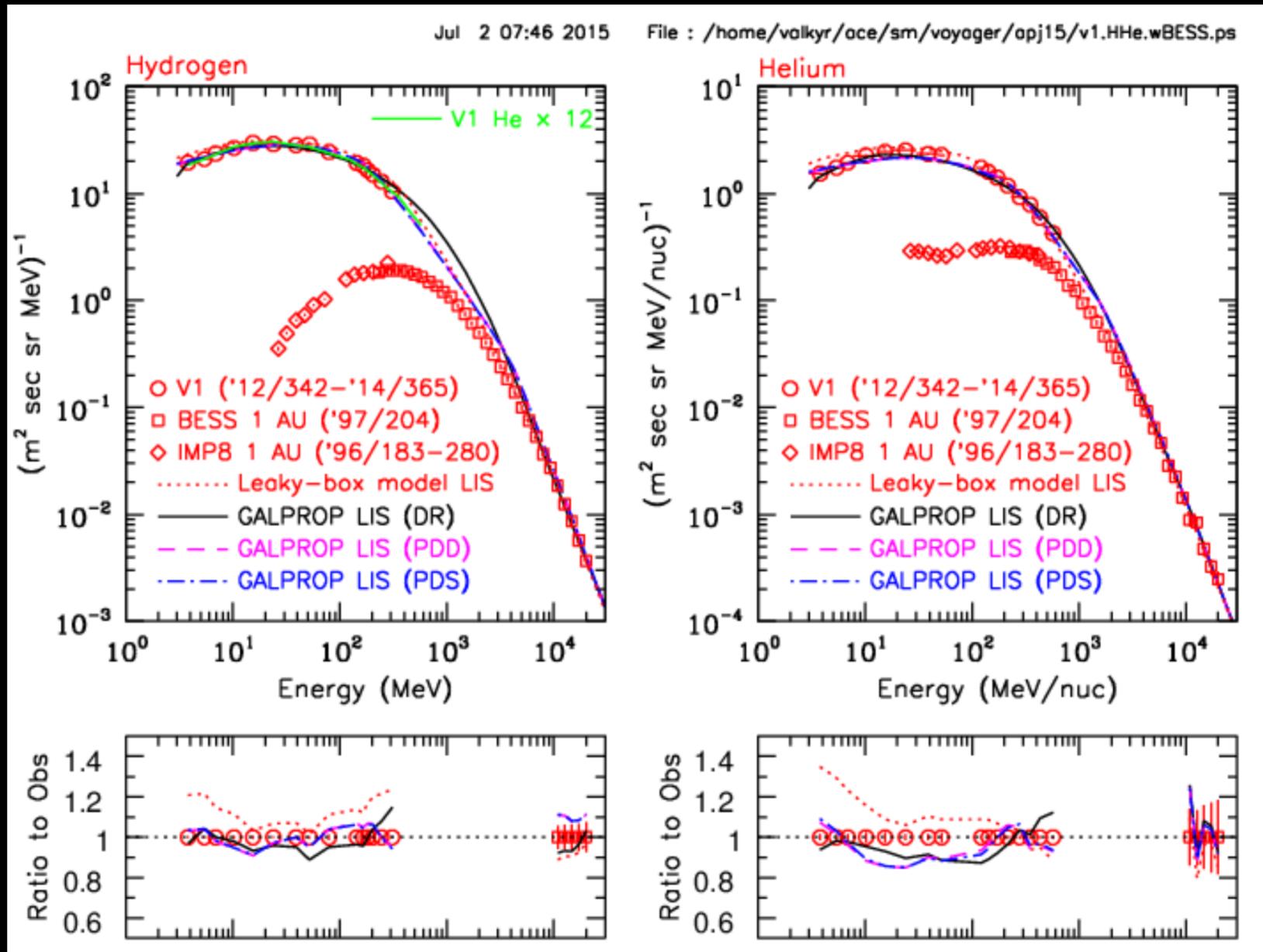
Voyager 1 spectra for 2012/342-2014/365



Li – Ni : V1 spectra together with HEAO-3-C2 data (≥ 3.35 GeV/nuc)

ApJ Paper – in progress

Voyager 1 – H and He spectra



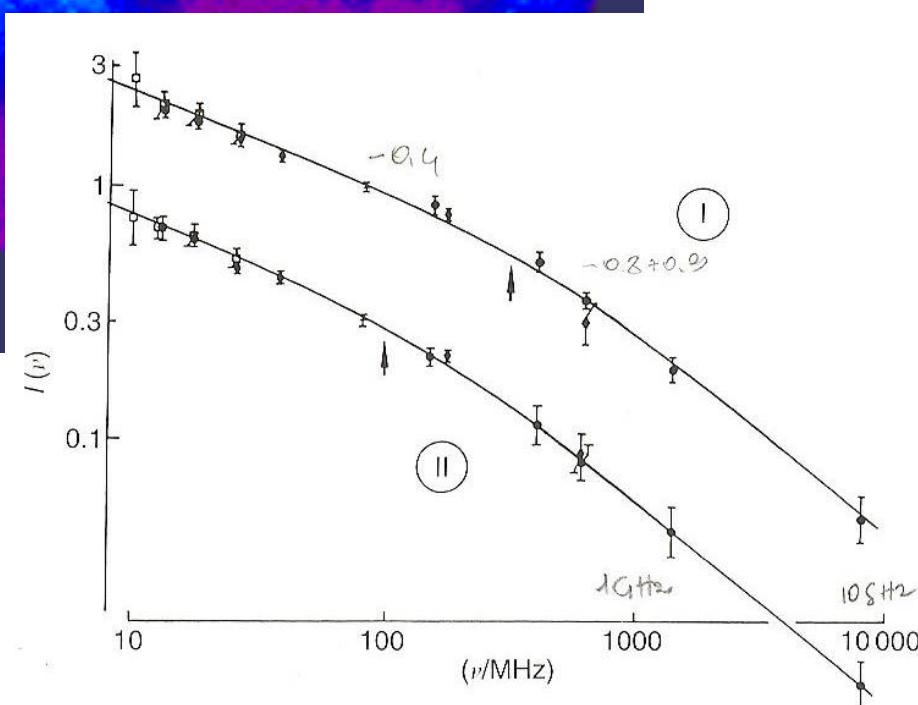
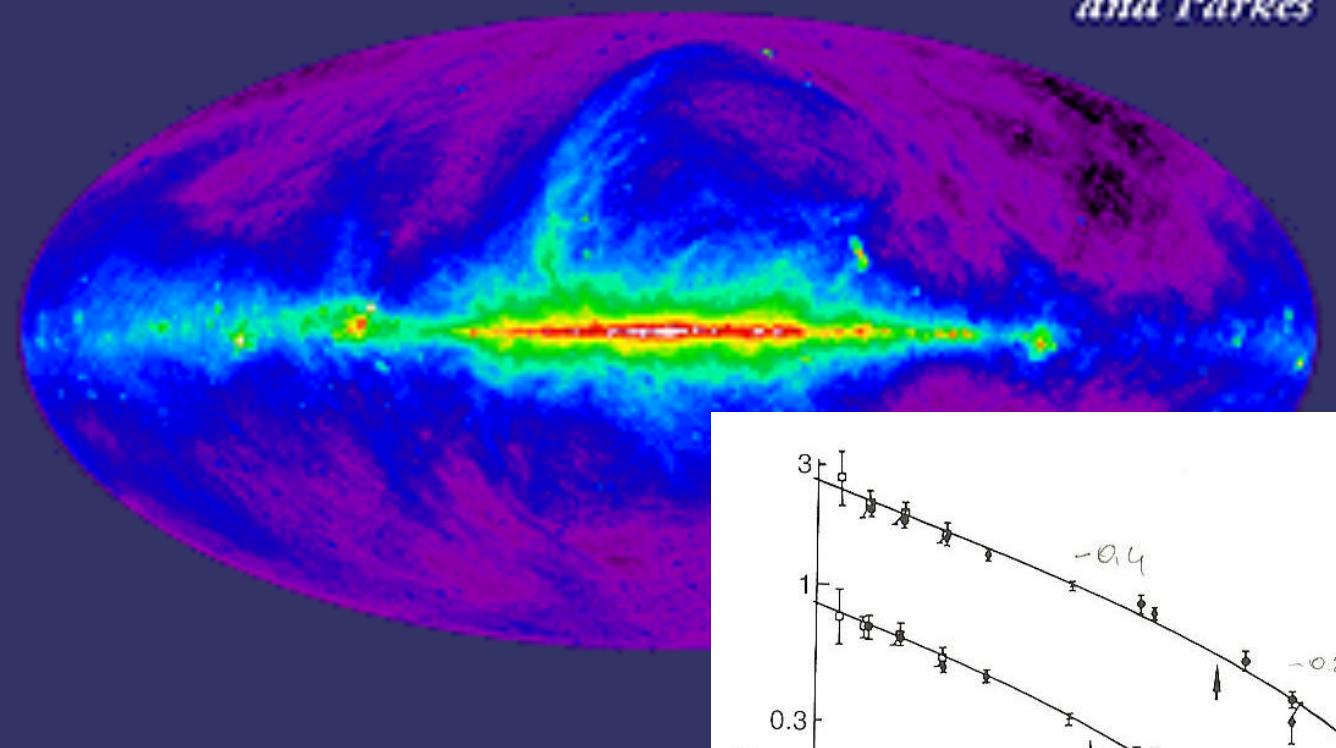


Figure 18.13. The spectrum of the Galactic radio emission. Region I corresponds to the anticentre direction at high galactic latitudes, and region II corresponds to the interarm region. (From A.S. Webster (1971). *Cosmic ray electrons, and Galactic radio emission*. Ph.D. dissertation; and A.S. Webster (1974). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **166**, 355.)

Lo spettro di radiazione misurato e' una legge di potenza $I(\nu) \approx \nu^{-\alpha}$ con $\alpha = 0.4$ @ $\nu < 200$ MHz e $= 0.8-0.9$ a $\nu > 200$ MHz

Per emissione di sincrotrone $I(\nu) \approx \nu^{-(p-1)/2}$ dove p e' l'indice spettrale della popolazione di e^- che mette

Un e^- irraggia quasi tutta l'energia ad una frequenza $\nu = 28\gamma^2 B$ GHz ($B \approx 1.5-6 \times 10^{-10}$ T, val medio 3×10^{-10}) $\rightarrow \nu \approx 100$ MHz corrispondono ad e^- di $E \approx 1$ GeV, $\nu \approx 1$ GHz ad e^- di ≈ 4 GeV

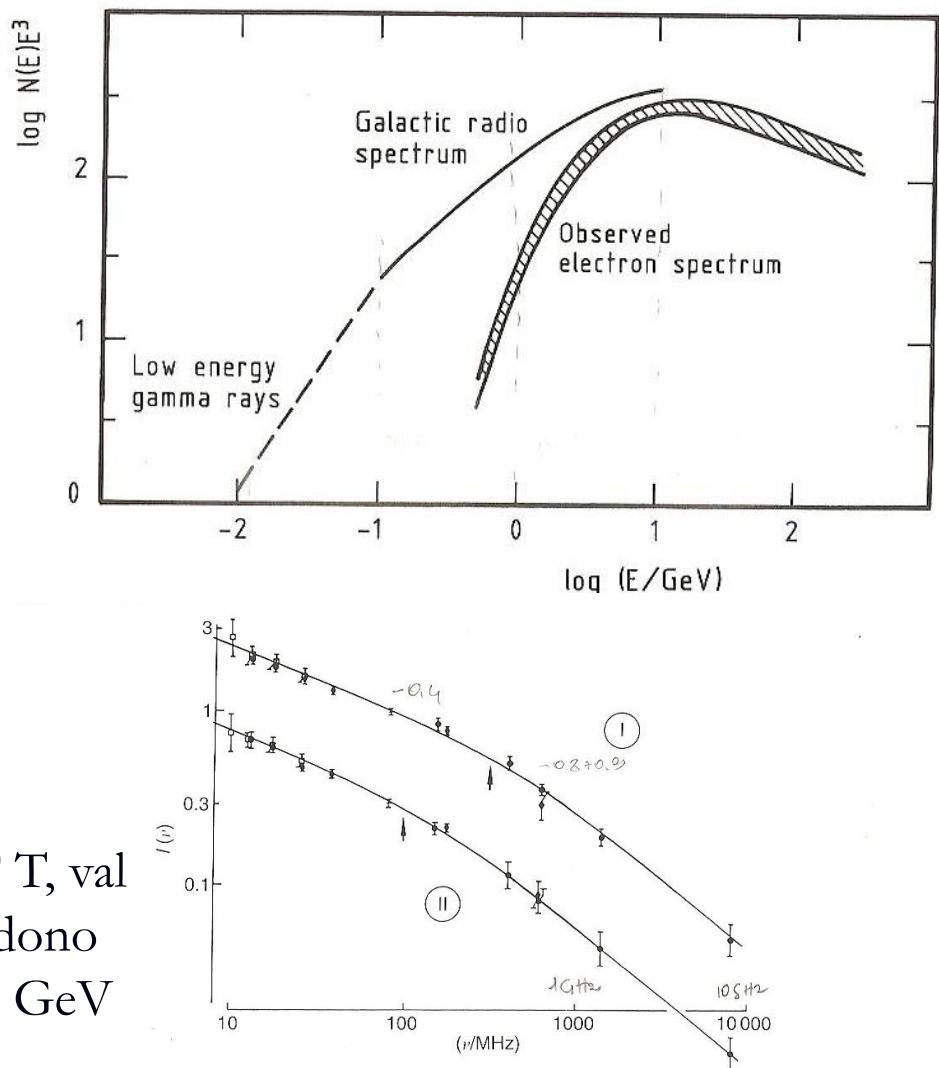


Figure 18.13. The spectrum of the Galactic radio emission. Region I corresponds to the anticentre direction at high galactic latitudes, and region II corresponds to the interarm region. (From A.S. Webster (1971). *Cosmic ray electrons, and Galactic radio emission*. Ph.D. dissertation; and A.S. Webster (1974). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **166**, 355.)

- Da $(p-1)/2 = 0.4 \rightarrow p = 1.8$ @ $E \approx 1$ GeV
- $(p-1)/2 = 0.9 \rightarrow p = 2.8$ @ $E \approx 10$ GeV

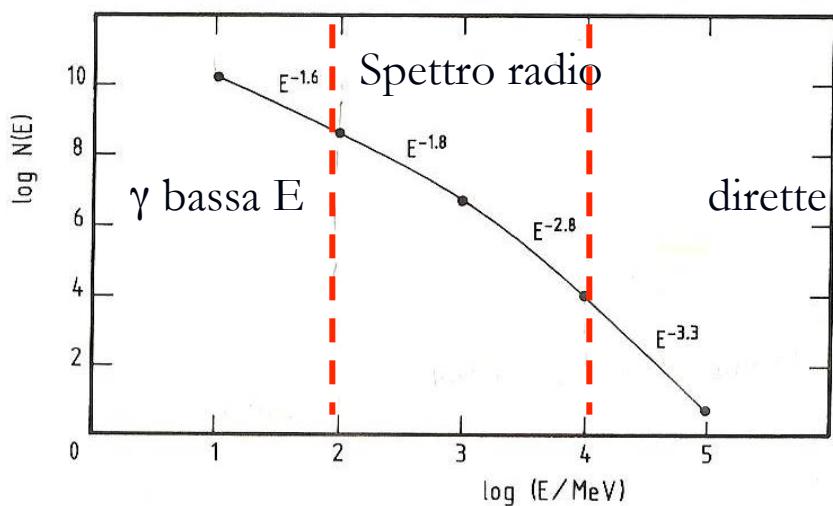


Figure 19.3. A schematic representation of the electron energy spectrum in the local interstellar medium from the data discussed in Sections 18.2 and 18.3. This spectrum has been subject to energy losses at high and low energies during propagation of the electrons through the interstellar medium. The units on the ordinate are relative units (see Fig. 18.14 for physical units).

Remember:

$$N(E) = (4\pi/c)\phi(E)$$

Lo spettro diventa piu' ripido
all'aumentare di E

Al di sotto di 10 MHz il mezzo
interstellare diventa opaco alla
radiazione a causa dell'auto-
assorbimento (cfr. nota black body) →
si usa l'emissione gamma a bassa
energia (10-100 MeV) per stimare lo
spettro degli elettroni tra 30- 100 MeV

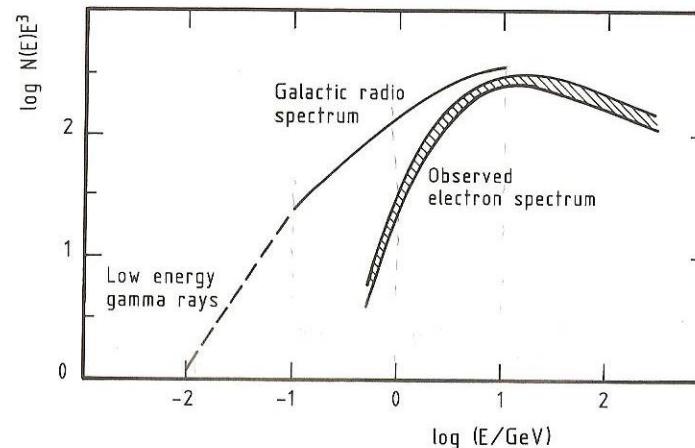
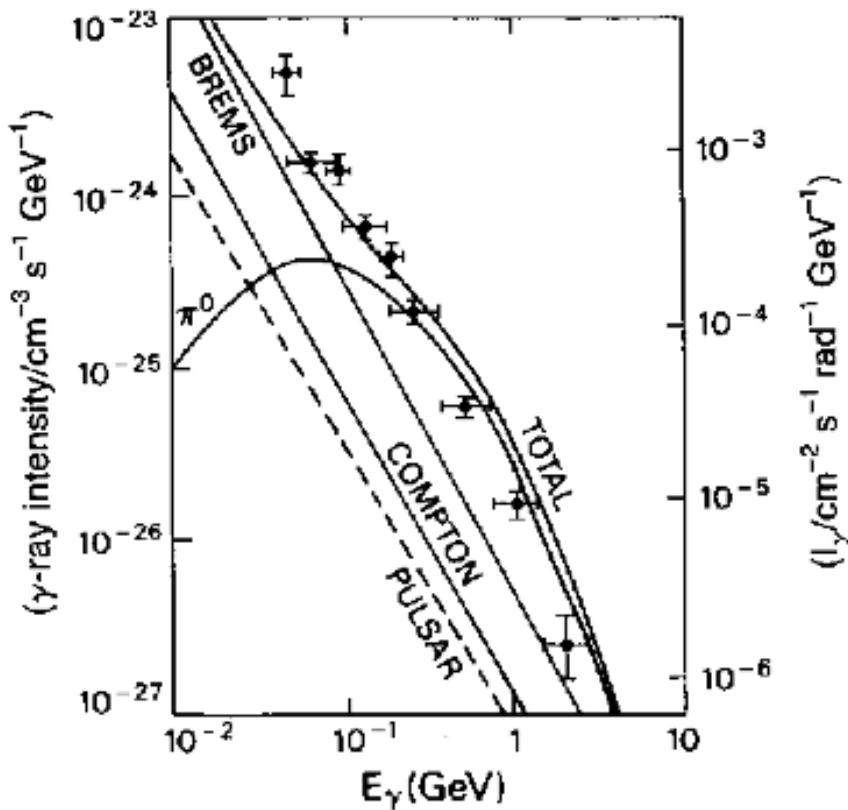


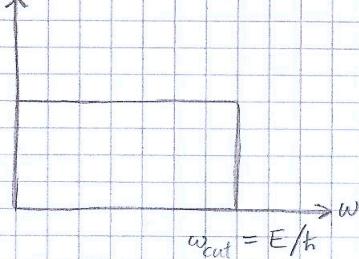
Figure 18.14. The spectrum of relativistic electrons in the local interstellar medium (see also Fig. 9.3). The observed electron spectrum is indicated by the hatched area. The spectrum deduced from the spectrum of the Galactic radio emission is indicated by a solid line. The low energy spectrum deduced from observations of low energy γ -rays is shown as a dashed line. The difference between the observed electron spectrum and that inferred from the Galactic radio emission provides a measure of the solar modulation of the flux of cosmic ray electrons. The units of $N(E)E^3$ are particles $m^{-2} s^{-1} \text{ GeV}^2$. (From W. Webber (1983). In *Composition and origin of cosmic rays*, ed. M. M. Shapiro, p. 83. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.)



- Lo spettro γ dal disco galattico ad alta E e' dominato dall'emissione dovuta alla produzione di π^0
- A bassa E (30-100 MeV) il contributo dominante e' quello di brems di e- sui nuclei di H nell'ISM: l'emissivita' γ del disco dovuta a brems puo' essere valutata sottraendo il contributo dei π^0
- Lo spettro risultante e' $\kappa_\gamma(\epsilon) \approx 10^{-27} \times \epsilon^{-1.6}$ fotoni/cm³secGeV

Spettro a bassa E ($\approx 30-100$ MeV)

$$\frac{dP}{dw} = \frac{Z(Z+1.3)e^6 N}{16\pi^3 E_0^3 m_e^2 c^4} \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad k_B T < E \quad [W Hz^{-1}] \quad \text{Spettro di potenza di singola part. di energia E}$$



Il # di fotoni con E fra ϵ e $\epsilon + d\epsilon$ è

$$\frac{dN_\gamma(\epsilon)}{dt d\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} \frac{dP}{dw} \frac{dw}{d\epsilon} = \frac{Z(Z+1.3)e^6 N}{16\pi^3 E_0^3 m_e^2 c^4 k} \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \cdot \frac{1}{\epsilon} \quad \text{# fotoni / sec MeV}$$

$$= \frac{\alpha N}{\epsilon} \quad \text{dove } \alpha = 3.62 \times 10^{-22} Z(Z+1.3) \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad m^3 s^{-1}$$

$$\text{Assumendo } 90\% \text{ H e } 10\% \text{ He } \alpha \approx 10^{-21} m^3 s^{-1}$$

L'emissività è quindi (integro sulla popolazione di e⁻)

$$K_\gamma(\epsilon) = \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dN_\gamma(\epsilon)}{dt d\epsilon} \cdot n_e(E) dE \quad \text{con } n_e(E) = \kappa E^{-p} \quad \Rightarrow \quad K_\gamma(\epsilon) = \frac{\alpha N \kappa \epsilon^{-p}}{(p-1)} \quad \text{# fotoni / m^3 sec MeV}$$

\uparrow dN_γ

Sol e⁻ con $E \geq \epsilon$ contribuiscono

$$= \frac{\alpha N}{(p-1)} n_e(\epsilon) \quad \Rightarrow \quad \frac{n_e(\epsilon)}{p-1} = \frac{K_\gamma(\epsilon)}{\alpha N} \quad \text{cm}^{-3} \text{ MeV}^{-1}$$

$$\Rightarrow \phi_e(\epsilon) = \frac{c}{4\pi} n_e(\epsilon) \quad \text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ MeV}^{-1} \text{ sr}^{-1}$$

■ L'indice spettrale degli elettroni e' lo stesso dei fotoni ≈ 1.6