

Simulazione di uno Spettrometro Magnetico + Silicon Charge Detector

Matteo Duranti

matteo.duranti@inf.n.it

(cfr. http://pdg.lbl.gov/2018/AtomicNuclearProperties/HTML/silicon_Si.html

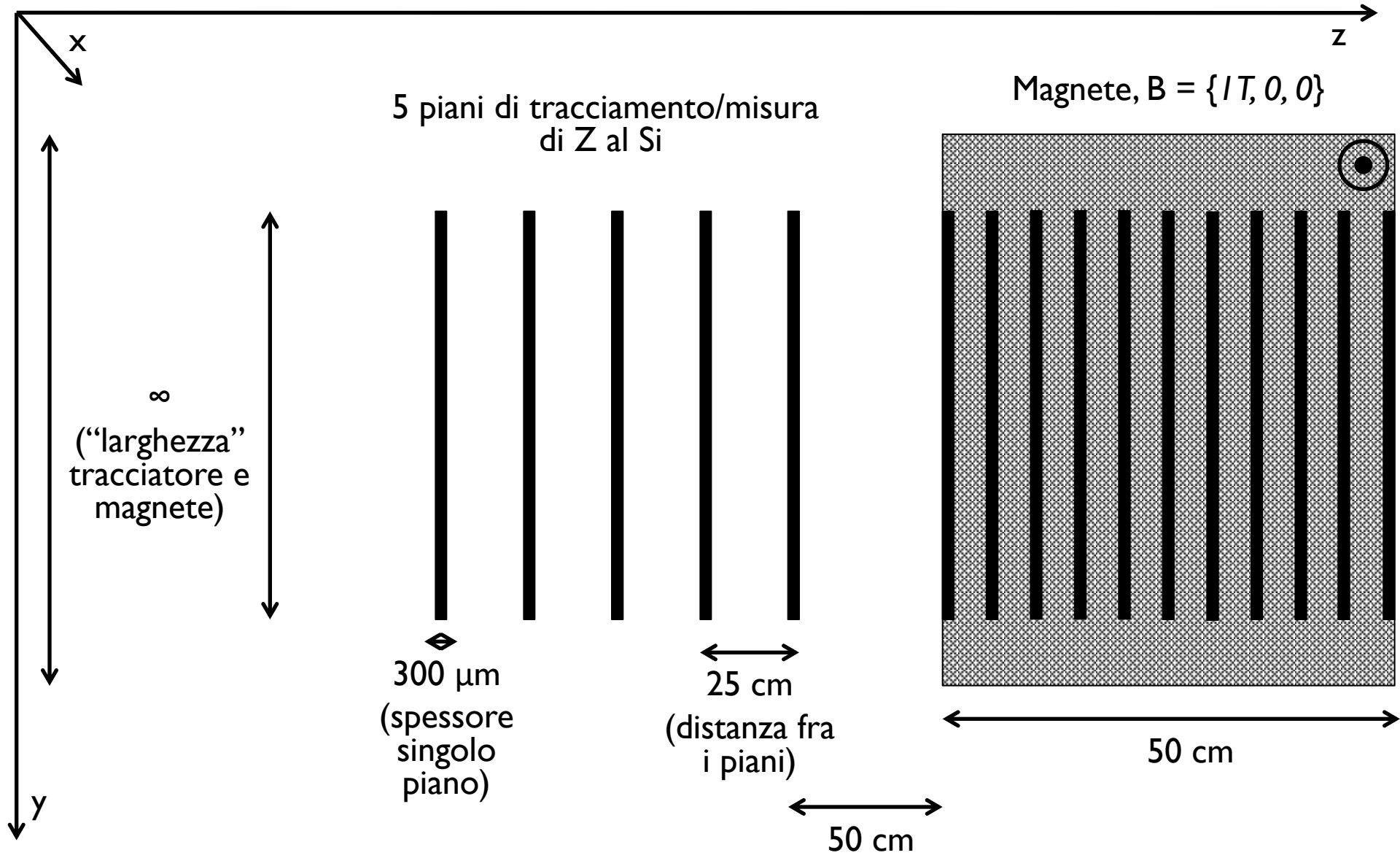
<https://root.cern.ch/root/html524/TMath.html#TMath:Landau>

<https://arxiv.org/pdf/1405.2759.pdf> Fig.4-5

<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.98.030001> Chapter 33

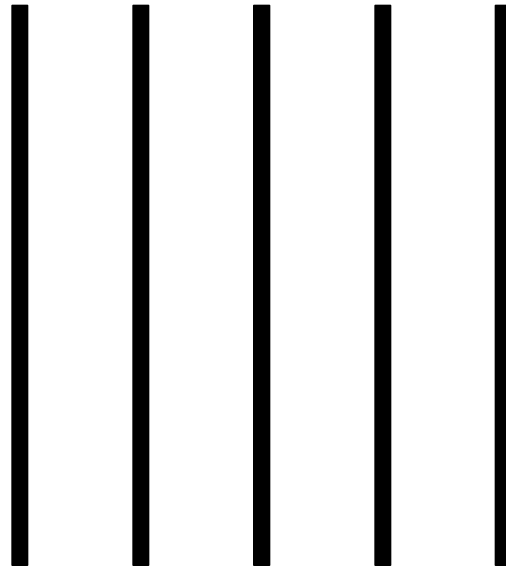
C. Grupen – Particle Detectors, Chapter 8)

Tracker/misuratore di Z + spettrometro

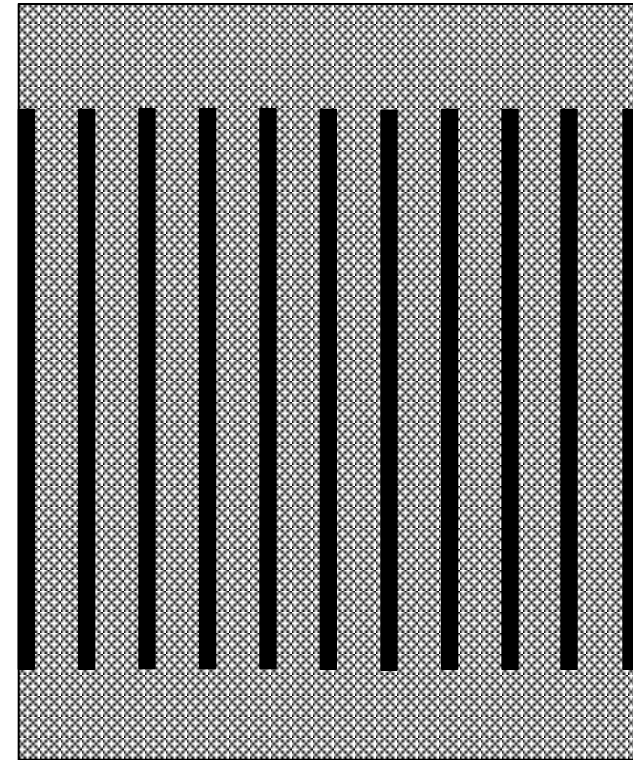


Tracker/misuratore di Z + spettrometro

5 piani di tracciamento/misura
di Z al Si



11 piani di tracciamento/misura
di Z al Si



risoluzione spaziale:

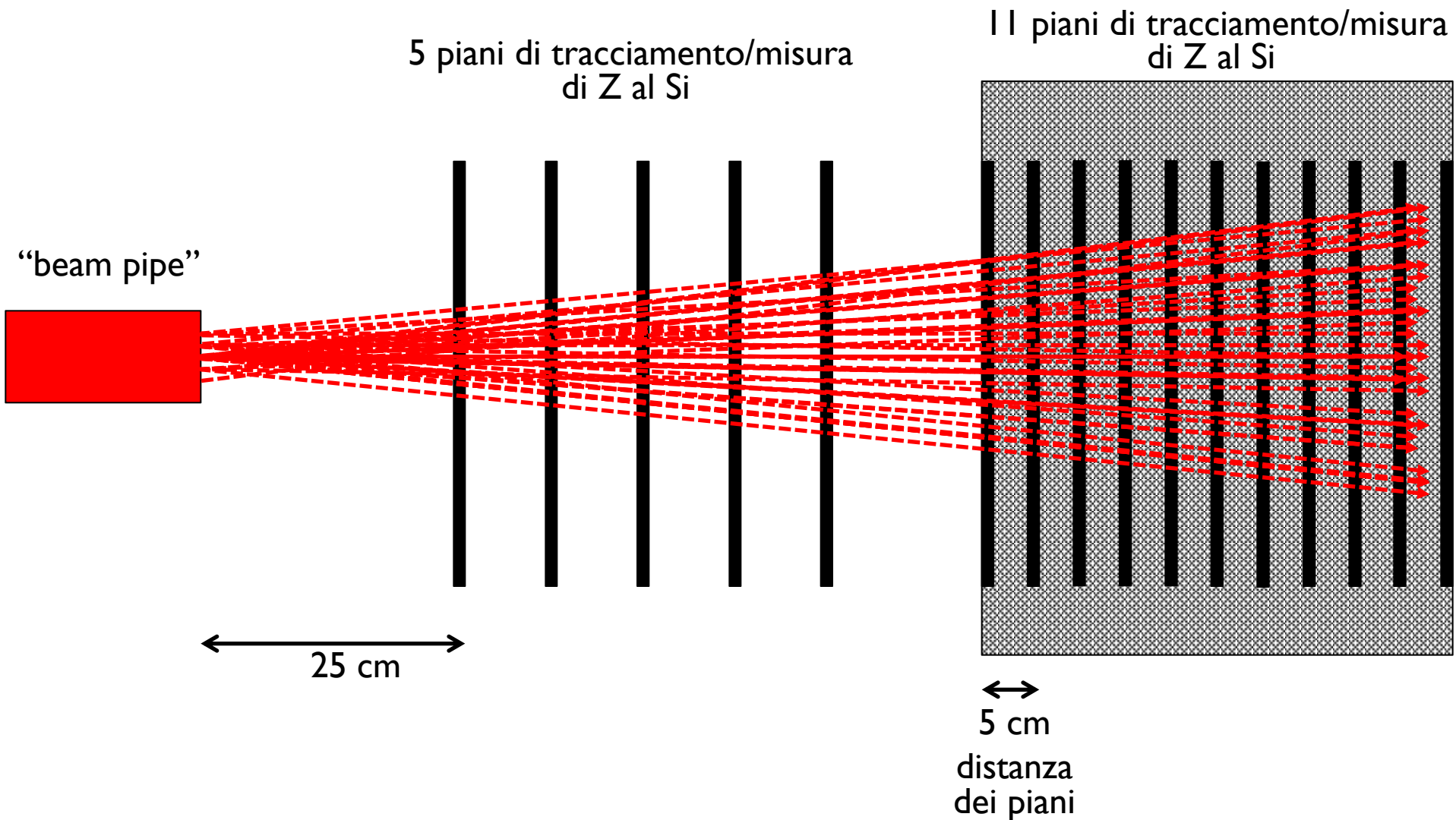
- $\sigma_x = 30 \mu\text{m}$
- $\sigma_y = 10 \mu\text{m}$



5 cm

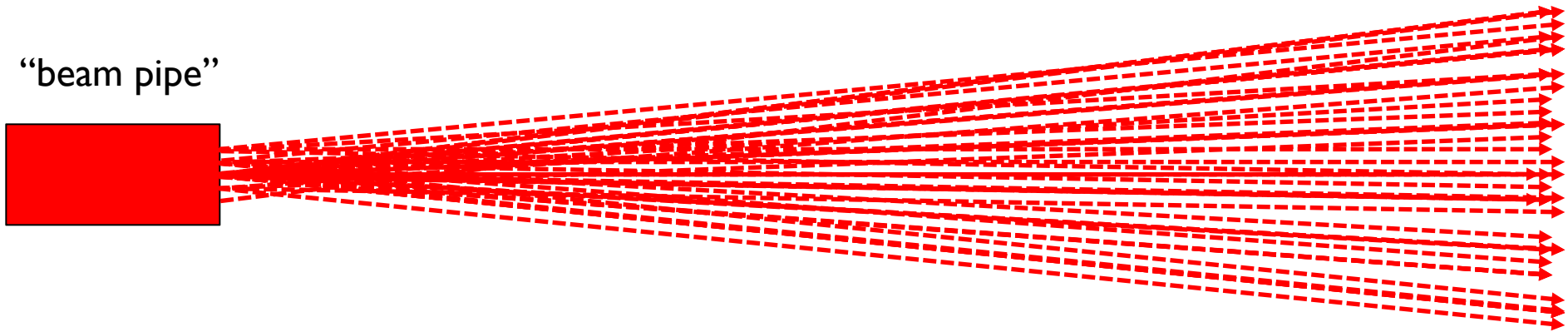
distanza
dei piani

Tracker/misuratore di Z + spettrometro



Beam

- beam “spot”: $\sigma \sim 1 \text{ cm}$ (X e Y), gaussiana
- divergenza beam: $\sigma \sim 10 \mu\text{rad}$ (θ_x e θ_y), gaussiana



- protoni e nuclei di He
- momento: $180 \text{ GeV}/c$ (prima parte) – varie (seconda parte)

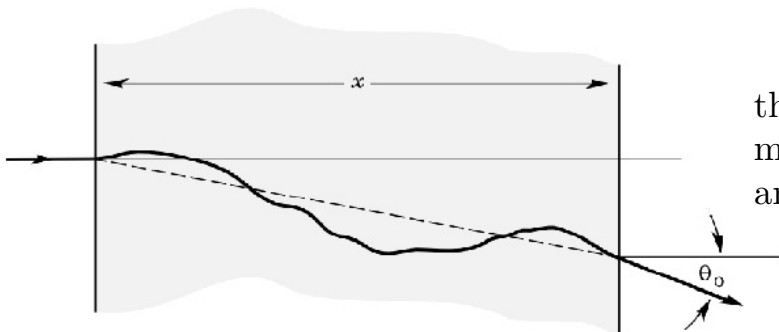
SCD + SM

Simulazione di un misuratore di carica al silicio e di uno spettrometro magnetico costituito da un magnete e dai piani al Si:

- simulare tutto l'apparato, la produzione del fascio di particelle, la propagazione del campo magnetico, etc...

Scattering Multiplo

Interazioni Coulombiane con gli atomi del materiale deviano la traiettoria della particella con un “cammino dell’ubriaco”



If we define

$$\theta_0 = \theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{\text{space}}^{\text{rms}}, \quad (33.14)$$

then it is sufficient for many applications to use a Gaussian approximation for the central 98% of the projected angular distribution, with an rms width given by Lynch & Dahl [39]:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.088 \log_{10} \left(\frac{x z^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \\ &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x z^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (33.15)$$

- la media dell’angolo di deflessione è nulla: $\langle \theta \rangle = 0$
- la “divergenza”, invece, è non nulla: $\theta^{\text{rms}} \neq 0$
- approssimazione gaussiana

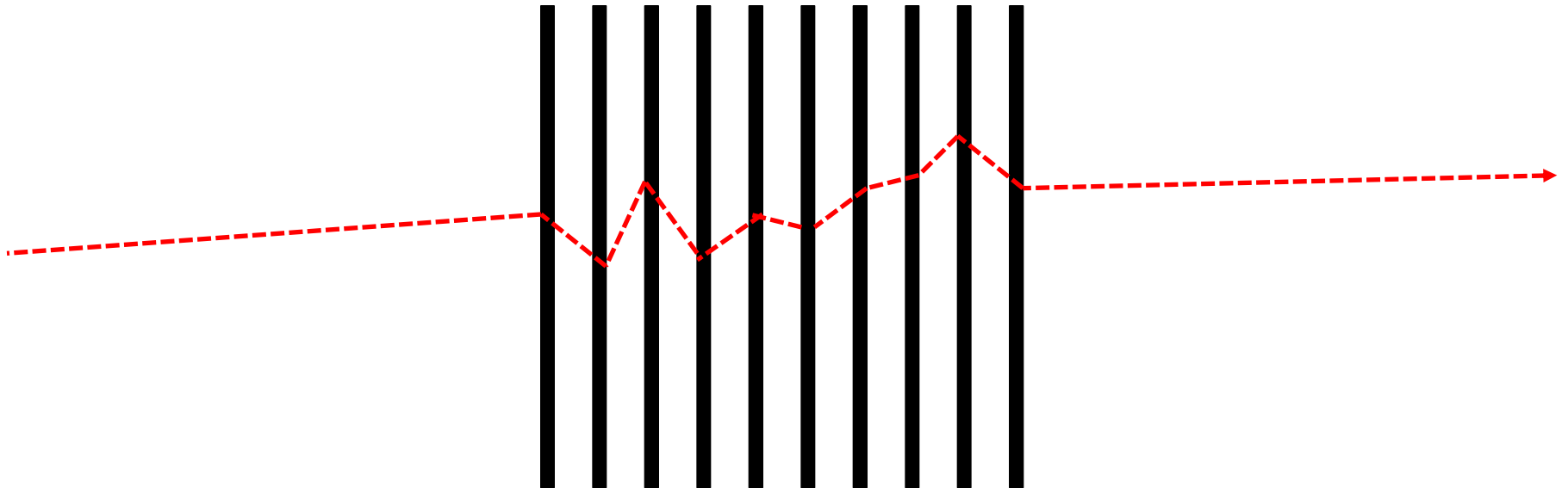
Scattering Multiplo

If we define

$$\theta_0 = \theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{\text{space}}^{\text{rms}} , \quad (33.14)$$

then it is sufficient for many applications to use a Gaussian approximation for the central 98% of the projected angular distribution, with an rms width given by Lynch & Dahl [39]:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \approx \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.088 \log_{10} \left(\frac{x z^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \\ &= \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \approx \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[1 + 0.038 \ln \left(\frac{x z^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (33.15)$$



Scattering Multiplo

Attenzione, la gaussiana 3D la possiamo fare come $(\theta_x \text{ e } \theta_x)$ o $(\theta \text{ e } \Phi)$

- nel primo caso possiamo generare due gaussiane
- nel secondo caso NON si deve fare una gaussiana per θ e una uniforme per Φ : la uniforme è ok, ma la gaussiana no. θ infatti NON ha un massimo per $\theta=0$ ma anzi ha un minimo: la probabilità di avere uno dei due $(\theta_x \text{ e } \theta_x)$ diversi da zero (e quindi di conseguenza θ) è nulla. Sul PDG, proprio per il MS, la cosa è spiegata bene: generando in θ ci va messo tutto l'angolo solido, cioè $d\Omega$, cioè $\sin \theta d\theta$, e quindi, di fatto va generata una

gaussiana * sin

The nonprojected (space) and projected (plane) angular distributions are given approximately by [34]

$$\frac{1}{2\pi \theta_0^2} \exp \left(-\frac{\theta_{\text{space}}^2}{2\theta_0^2} \right) d\Omega , \quad (33.16)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \theta_0} \exp \left(-\frac{\theta_{\text{plane}}^2}{2\theta_0^2} \right) d\theta_{\text{plane}} , \quad (33.17)$$

SCD + SM

Simulazione di un misuratore di carica al silicio e di uno spettrometro magnetico costituito da un magnete e dai piani al Si:

- simulare tutto l'apparato, la produzione del fascio di particelle, la propagazione del campo magnetico, etc...
- simulare l'effetto del multiplo scattering, su tutti i piani al Si

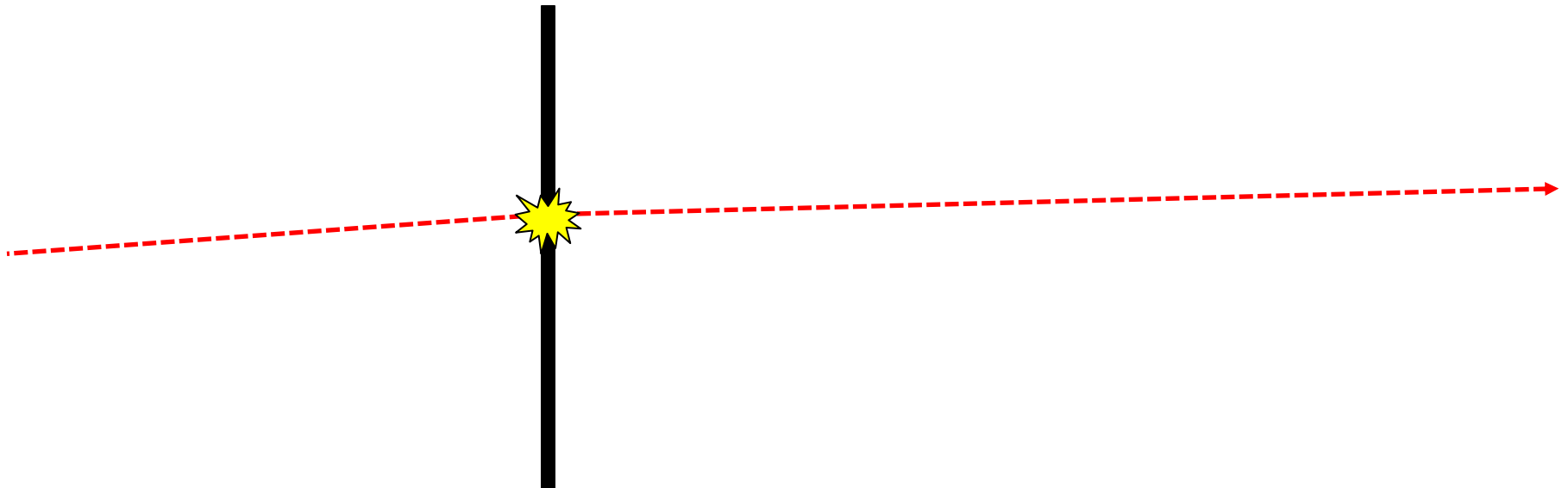
Misura di carica

Nel passaggio di una particella carica attraverso la materia viene depositata dell'energia (ionizzazione), rivelabile ed utilizzabile per rivelare la particella e misurare delle sue proprietà

The mean rate of energy loss by moderately relativistic charged heavy particles is well-described by the “Bethe equation,”

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]. \quad (33.5)$$

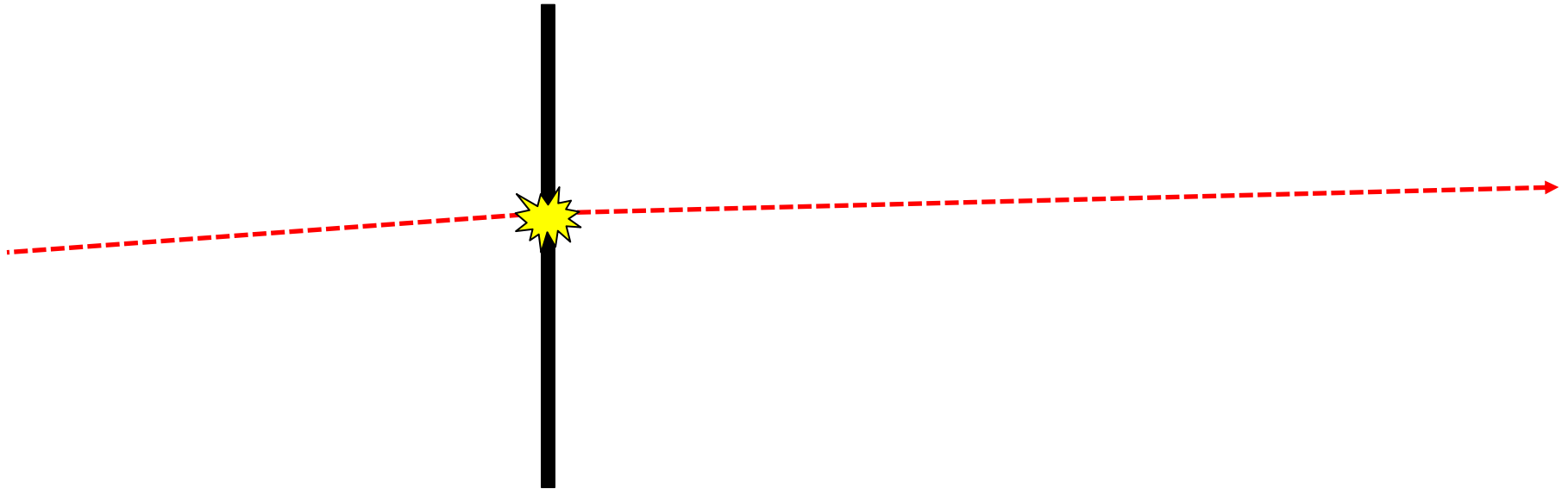
It describes the mean rate of energy loss in the region $0.1 \lesssim \beta\gamma \lesssim 1000$



Misura di carica

Nel passaggio di una particella carica attraverso la materia viene depositata dell'energia (ionizzazione), rivelabile ed utilizzabile per rivelare la particella e misurare delle sue proprietà

- nel silicio vengono generate ~ 80 coppie elettrone-lacuna, in media^{*}, per μm di materiale attraversato;
- per la generazione di ogni coppia sono richiesti 3.6 eV;



* in realtà 80 è il *valore più probabile*, mentre la media è 108

** in realtà 80 coppie è il numero *standard* che si utilizza per *particelle al minimo di ionizzazione* (i.e. protone a un paio di GeV). Per un elettrone di centinaia di GeV è ~ 120

Misura di carica

Il rilascio totale, in un certo spessore, x , di materiale, però è solo in media quello descritto.

Il rilascio è soggetto a fluttuazioni descritte \sim da una funzione di Landau ($TMath::Landau(m, p, \sigma)$) con *most probable value* quello descritto prima e σ descritto da:

33.2.1. The fwhm of the Landau-Vavilov function is about 4ξ for detectors of moderate thickness. $\rightarrow 4\xi$ significa $\sigma = 2\xi$

where $\xi = (K/2) \langle Z/A \rangle z^2 (x/\beta^2)$ MeV for a detector with a thickness x in g cm^{-2} , $K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 = 0.307075 \text{ MeV mol}^{-1} \text{ cm}^2$

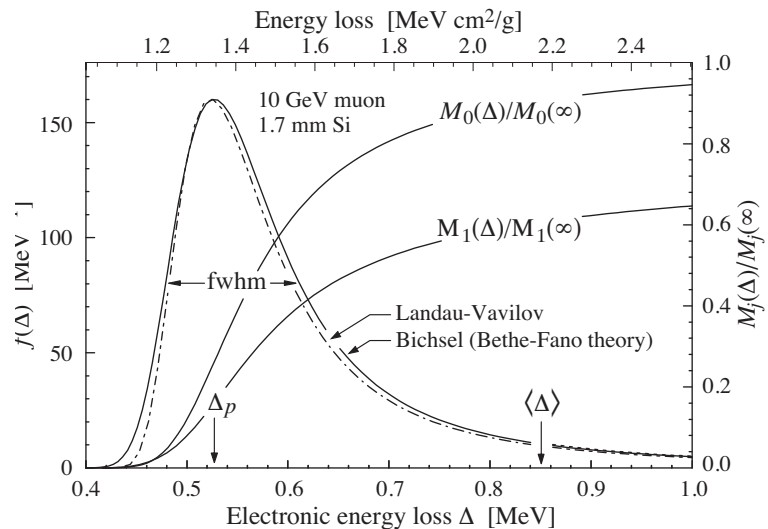
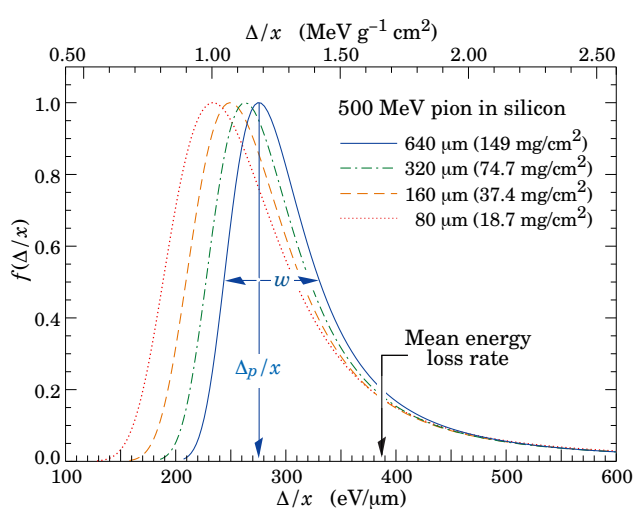


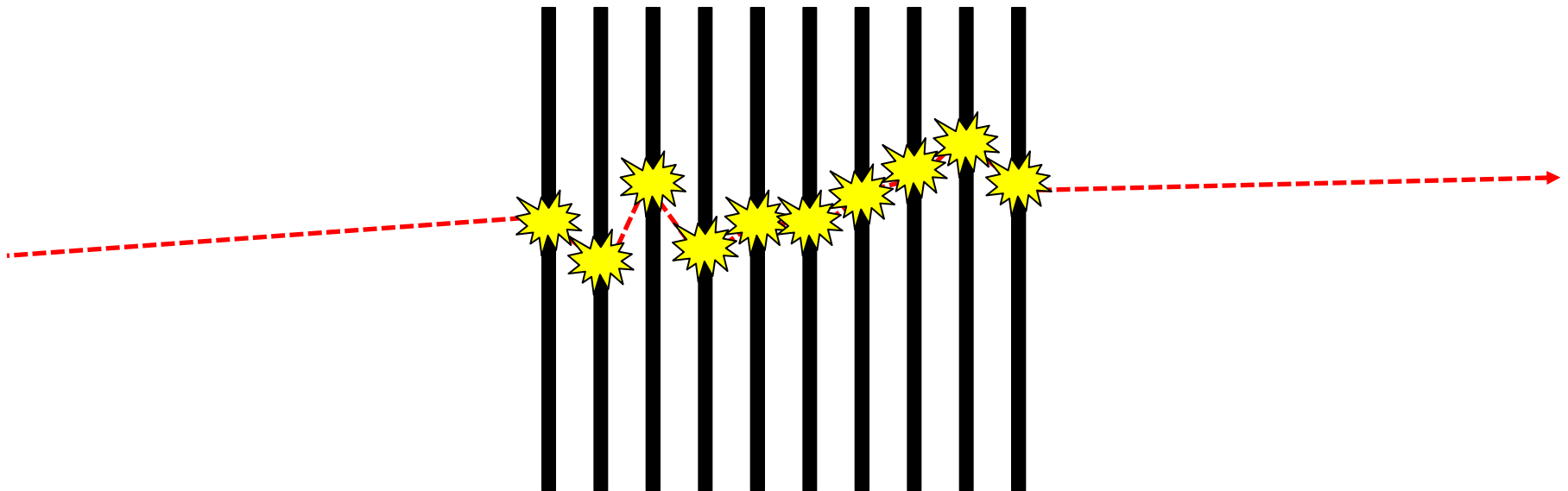
Figure 33.8: Straggling functions in silicon for 500 MeV pions, normalized to unity at the most probable value Δ_p/x . The width w is the full width at half maximum.

Misura di carica

La misura dell'energia depositata nel singolo *layer* di Silicio può essere utilizzata per inferire alcune proprietà della particella incidente:

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

Combinare l'informazione di N layer riduce di molto l'effetto delle fluttuazioni e fornisce uno strumento potente per la misura, ad esempio, della carica, z , della particella incidente

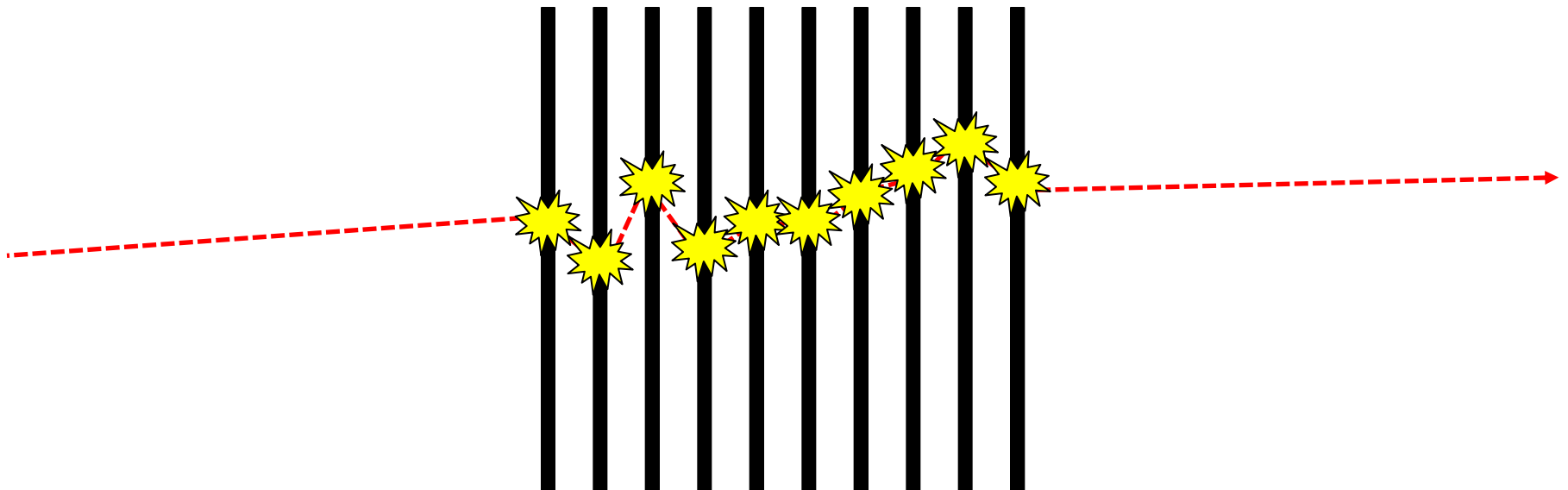


Inefficienza

Non sempre l'energia depositata dalla particella viene "raccolta" dall'elettronica di lettura (assenza di elettrodi di lettura, zone morte, materiale passivo, etc...) → inefficienza di rivelazione

Facoltativo: simulare, per i piani, un'efficienza di rivelazione del 95%:
in media il 95% delle particelle incidenti dà luogo ad un segnale raccolto.

Il fenomeno è di tipo binomiale.



Misura di carica

La misura dell'energia depositata nel singolo *layer* di Silicio può essere utilizzata per inferire alcune proprietà della particella incidente:

$$\left\langle -\frac{dE}{dx} \right\rangle = K z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

Combinare l'informazione di N layer riduce di molto l'effetto delle fluttuazioni e fornisce uno strumento potente per la misura, ad esempio, della carica, z , della particella incidente.

Le fluttuazioni, specialmente le lunghe code ad alti valori di ΔE , le possiamo “smorzare” con diversi algoritmi più “furbi”, tipo la *media troncata* (il valore più alto viene scartato), nel creare la nostra “carica ricostruita”

→ valutare la “risoluzione in carica” (deviazione standard del valore di carica ricostruita su M eventi / media del valore di carica ricostruita su M eventi) con un ToyMC

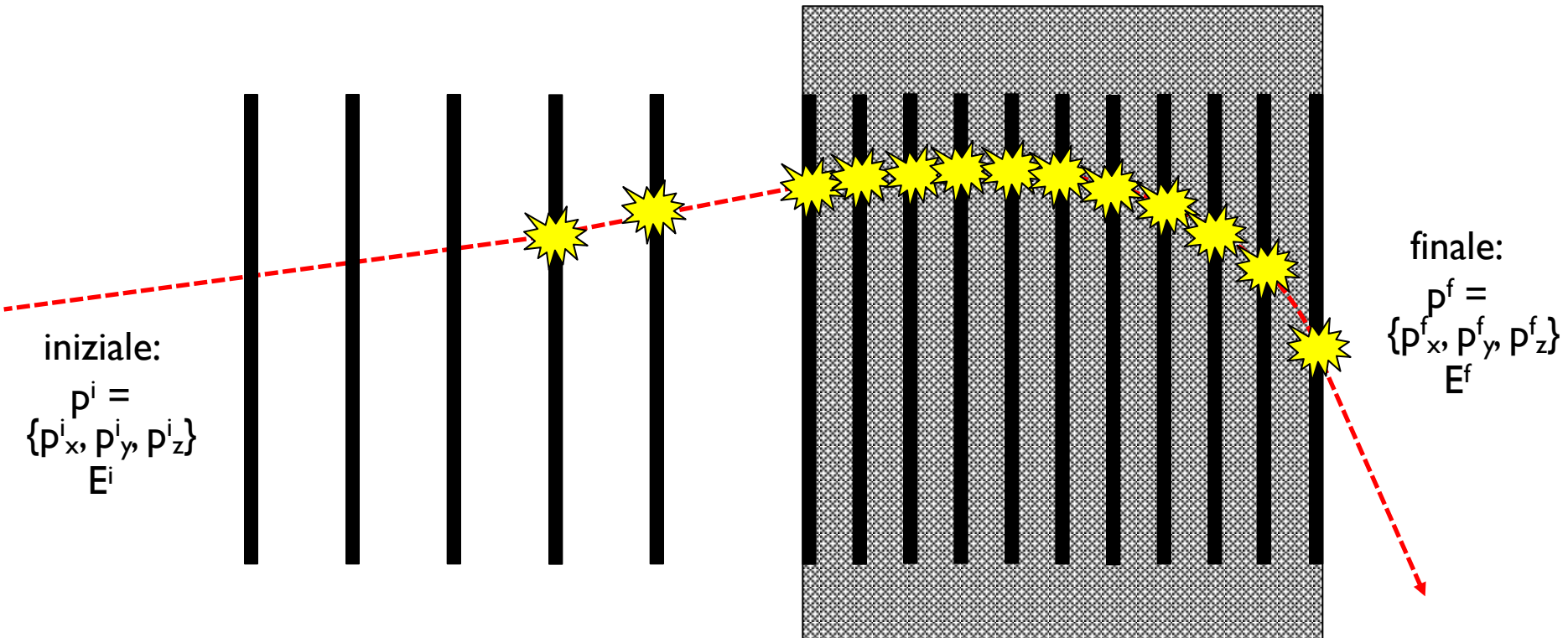
SCD + SM

Simulazione di un misuratore di carica al silicio e di uno spettrometro magnetico costituito da un magnete e dai piani al Si:

- simulare tutto l'apparato, la produzione del fascio di particelle, la propagazione del campo magnetico, etc...
- simulare l'effetto del multiplo scattering, su tutti i piani al Si
- prima parte:
 - valutazione della risoluzione in carica dell'apparato, confrontando anche p ed He. Usare due "fasci" dello stesso momento, 180 GeV/c

Spettrometro magnetico

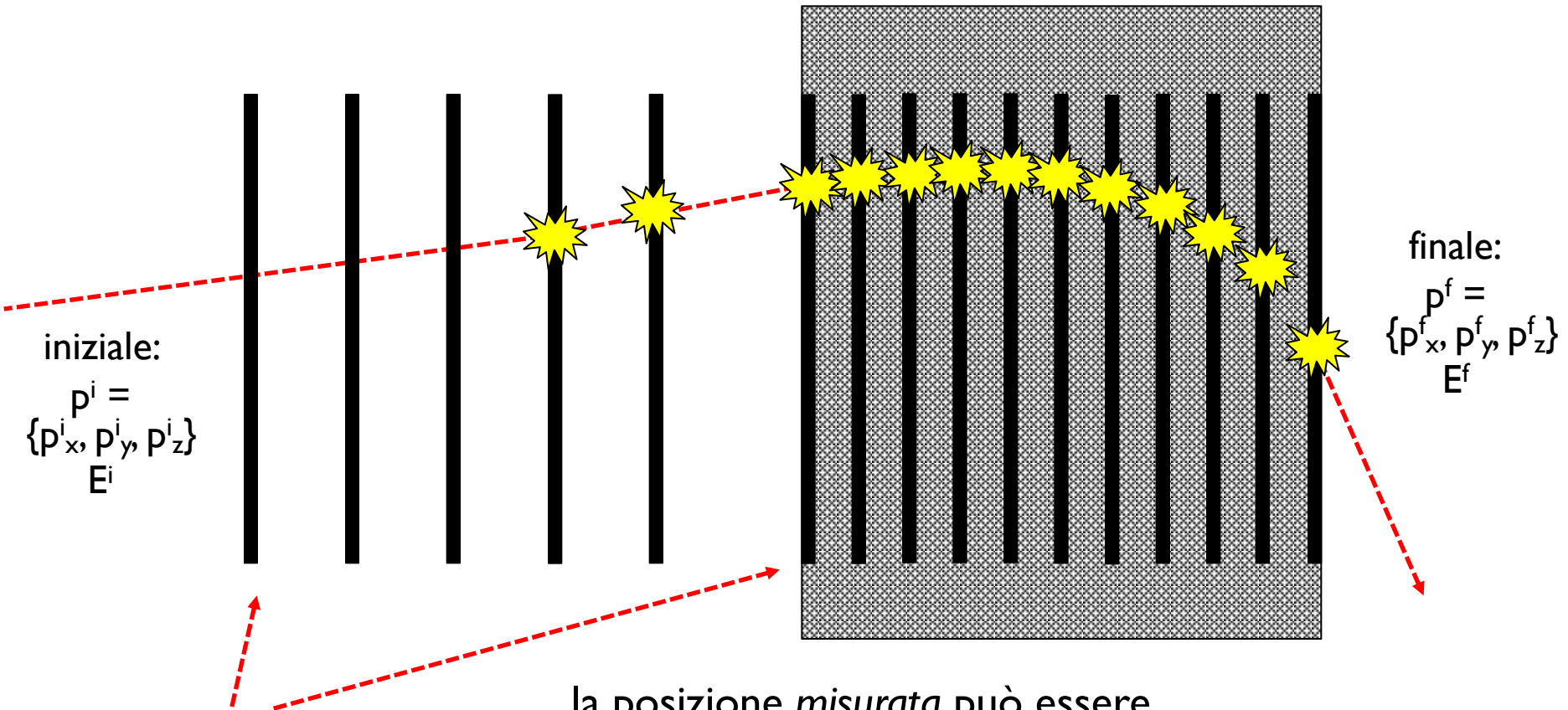
Una particella carica, dentro il campo magnetico, curva



tracciando le posizioni di passaggio delle particelle (simulando la risoluzione spaziale) nei piani di silicio uno può ricostruire la traiettoria curva della particella e quindi il suo momento (o meglio: il modulo della componente *trasversa* al campo magnetico)

Spettrometro magnetico

Una particella carica, dentro il campo magnetico, curva



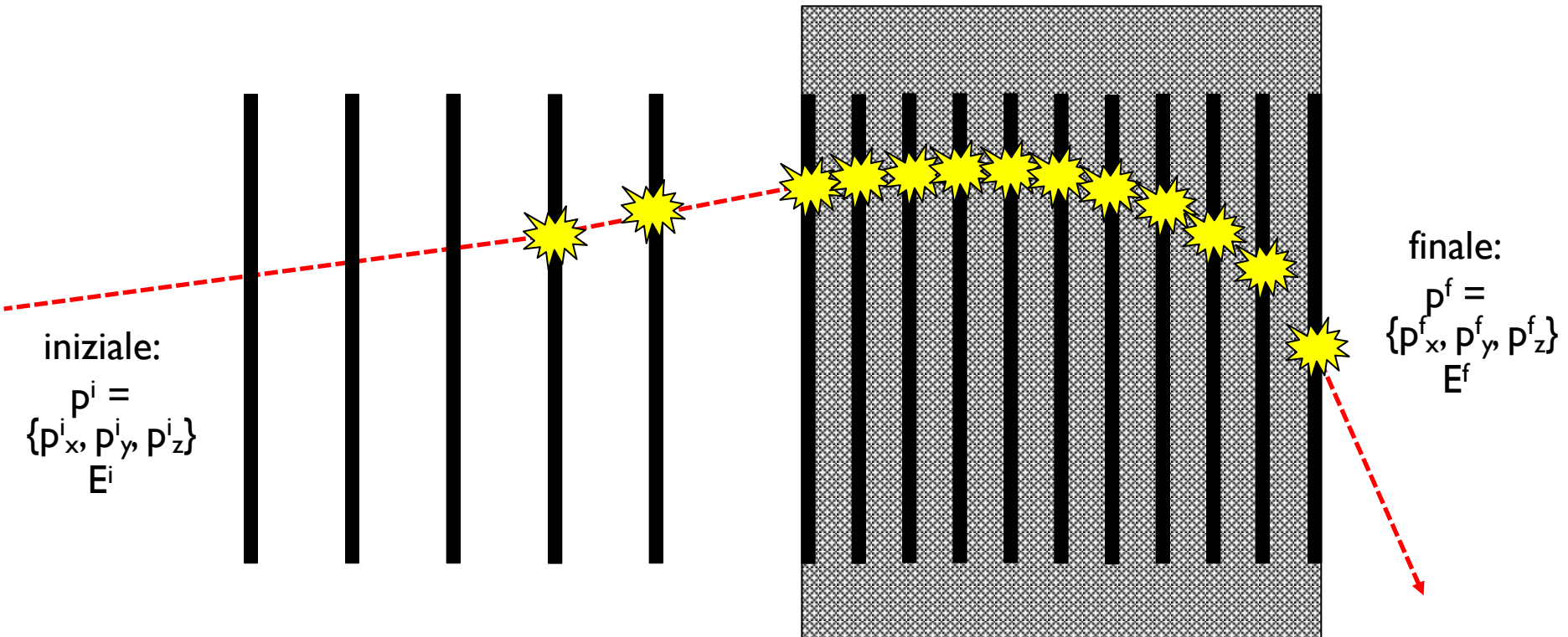
risoluzione spaziale:

- $\sigma_x = 30 \mu\text{m}$
- $\sigma_y = 10 \mu\text{m}$

la posizione *misurata* può essere simulata come la posizione *vera* con uno *smearing* gaussiano con σ uguale alle risoluzione spaziale del rivelatore

Spettrometro magnetico

Una particella carica, dentro il campo magnetico, curva



Una volta misurato il modulo della componente *trasversa* al campo magnetico, p , si può ricostruire anche la componente parallela, e quindi il modulo totale ($p = p_{\perp} + p_{\parallel}$), e poi il vettore completo, tenendo conto delle direzioni (misurate) delle tracce

Spettrometro magnetico

→ propagare le particelle nel campo magnetico

→ ricostruire la traiettoria curva, fittando i parametri dell'arco di circonferenza che minimizzano il χ^2 (punti misurati dal tracciatore vs fit)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

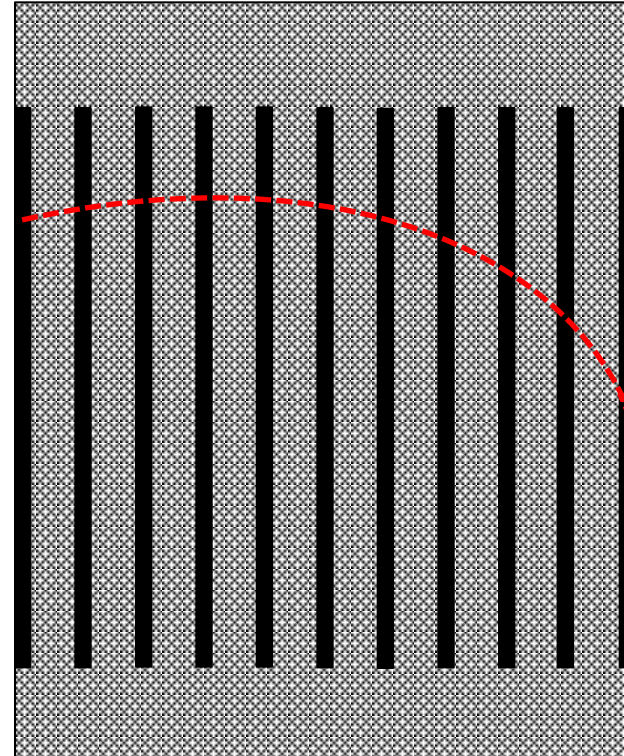
$$x^2 + x_0^2 - 2xx_0 + y^2 + y_0^2 - 2yy_0 - \rho^2 = 0$$

$$y^2 - 2yy_0 + (x^2 + x_0^2 - 2xx_0 + y_0^2 - \rho^2) = 0$$

$$y_{1,2} = y_0 \pm \sqrt{y_0^2 - (x^2 + x_0^2 - 2xx_0 + y_0^2 - \rho^2)} =$$

$$y_{1,2} = y_0 \pm \sqrt{-(x^2 + x_0^2 - 2xx_0 - \rho^2)}$$

dipende dal segno di q e B



finale:
 $\{p_x^f, p_y^f, p_z^f\}$
 E^f

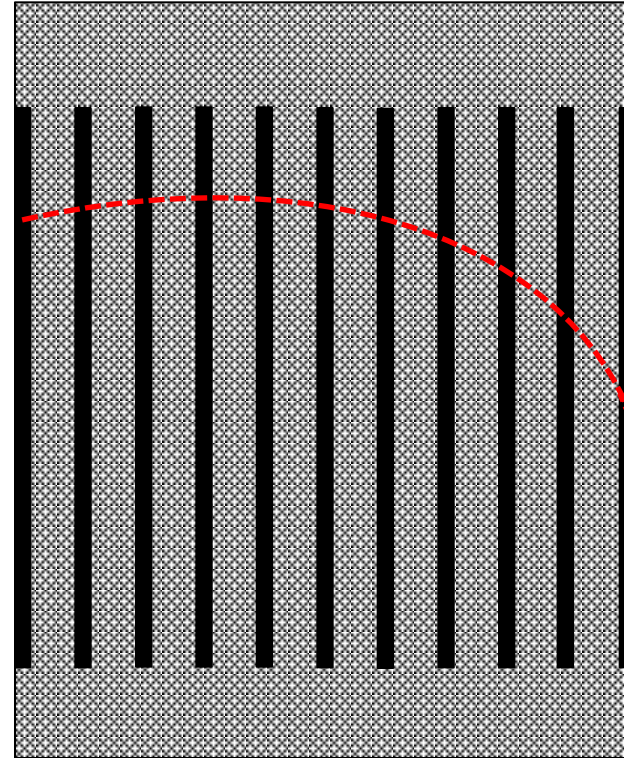
Spettrometro magnetico

→ propagare le particelle nel campo magnetico

→ ricostruire la traiettoria curva, fittando i parametri dell'arco di circonferenza che minimizzano il χ^2 (punti misurati dal tracciatore vs fit)

→ confrontare il momento ricostruito (la curvatura fittata) con quello generato e ricavare la risoluzione in momento dello spettrometro (i.e. la deviazione standard)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$



finale:
 $\{p_x^f, p_y^f, p_z^f\}$
 E^f

la variabile che è distribuita gaussianamente non è la curvatura (o il momento) ma il suo inverso (e quindi l'inverso del momento)

SCD + SM

Simulazione di un misuratore di carica al silicio e di uno spettrometro magnetico costituito da un magnete cilindrico:

- simulare tutto l'apparato, la produzione del fascio di particelle, la propagazione del campo magnetico, etc...
- simulare l'effetto del multiplo scattering, su tutti i piani al Si
- prima parte:
 - valutazione della risoluzione in carica dell'apparato, confrontando anche p ed He. Usare due "fasci" dello stesso momento, 180 GeV/c
- seconda parte:
 - valutare la risoluzione in momento, confrontando anche p ed He, in funzione del momento per una almeno decina di valori di momento nel range [1 – 1000] GeV/c

Programma e relazione

- Il programma scritto dovrà essere accompagnato da opportuno *Makefile* e istruzioni (se sono più di 10 righe c'è un problema!) di come compilarlo ed eseguirlo e come guardare i risultati (terminale, ROOT file da aprire o immagini salvate su disco);
- Il programma scritto dovrà essere accompagnato da una relazione che descriva le scelte fatte e i risultati ottenuti, ma che sia anche sintetica.
La relazione NON deve essere un manuale del programma ma una relazione: è ok descrivere le scelte *informatiche* fatte ma devono esserci anche considerazioni *fisiche*.

Relatività

Relatività:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$\vec{p} = m_0 \vec{\beta} c \gamma$$

$$E = m_0 c^2 \gamma = m c^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = m_0 \vec{\beta} c \gamma \\ E = m_0 c^2 \gamma = m c^2 \end{array} \right\} \vec{\beta} = \frac{\vec{p} c}{E}$$

Unità di misura

Unità di misura:

✓ $eV = 1.6021766208(98) \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (cfr. <https://en.wikipedia.org/wiki/Electronvolt>)

ma tipicamente si utilizza il $\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$

– E in GeV

– p in $\text{GeV}/c \rightarrow 1 \text{ GeV}/c = 5.344286 \cdot 10^{-19} \text{ kg m/s}$

– m in $\text{GeV}/c^2 \rightarrow 1 \text{ GeV}/c^2 = 1.783 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

spesso si usa $c=1$ e quindi tutte sono in GeV .

✓ Le cariche si misurano in *carica elementare*, e .

→ Particelle “comuni”:

- elettrone: $q = -e$, $m \sim 0.5 \text{ MeV}$

- protone: $q = e$, $m \sim 1 \text{ GeV}$

- nucleo di ${}^4\text{He}$: $q = 2e$, $m \sim 4 \text{ GeV}$

Relatività e unità di misura

Relatività:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

$$\vec{p} = m_0 \vec{\beta} c \gamma$$

$$E = m_0 c^2 \gamma = m c^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = m_0 \vec{\beta} c \gamma \\ E = m_0 c^2 \gamma = m c^2 \end{array} \right\} \vec{\beta} = \frac{\vec{p} c}{E}$$

che in un sistema di unità in cui $c=1$:

$$E^2 = m_0^2 + p^2$$

$$\vec{p} = m_0 \vec{\beta} \gamma$$

$$E = m_0 \gamma = m$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p} = m_0 \vec{\beta} \gamma \\ E = m_0 \gamma = m \end{array} \right\} \vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E}$$

- un protone di 1 GeV di momento ha $\sim \sqrt{2}$ GeV di energia
- un protone di 10 GeV di momento ha ~ 10 GeV di energia
- un elettrone di 1 GeV di momento ha ~ 1 GeV di energia

Forza di Lorentz e unità di misura

→ Nel caso dell'elettromagnetismo la conversione è banale.

Ad esempio il raggio di girazione, ρ , di una particella carica, in un campo magnetico uniforme è:

$$\rho = \frac{p}{qB} \rightarrow \text{la variabile che "domina" il moto è la rigidità} \quad R = \frac{pc}{q} \quad (\text{V})$$

Per $p=1\text{GeV}$, $q=1e$ ($\rightarrow R=1\text{V}$) e $B=1\text{T}$

$$\rho = \frac{5.34 \cdot 10^{-19} \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \frac{\text{Kg}}{\text{C s}}} \approx \frac{1}{0.3} \text{ m}$$

che può essere "mnemonizzato" come "mettere 0.3 davanti al campo B, utilizzando le formule in metri, GeV, cariche elementari e Tesla":

$$\frac{\rho}{1\text{m}} = \frac{\frac{p}{1 \text{ Kg m/s}}}{\frac{q}{1 \text{ C}} \frac{B}{1 \text{ T}}} \approx \frac{1}{0.3} \frac{p}{1 \text{ GeV}} \frac{q}{1 e} \frac{B}{1 \text{ T}}$$