

# **Laboratorio II, modulo 2**

## **2015-2016**

### **Amplificatori operazionali**

(cfr. <http://physics.ucsd.edu/~tmurphy/phys121/phys121.html>)

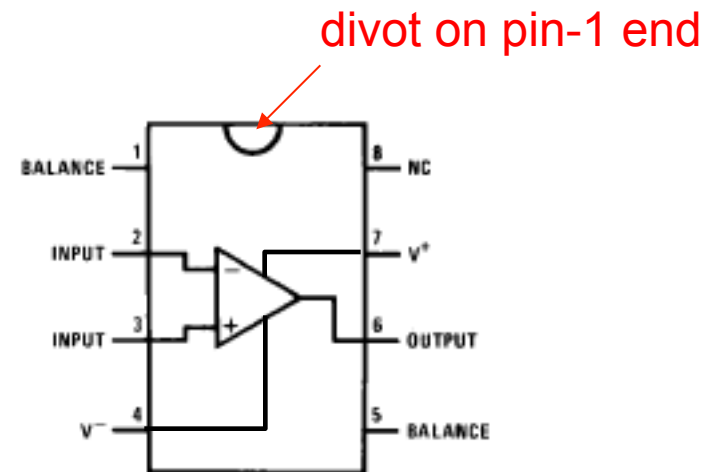
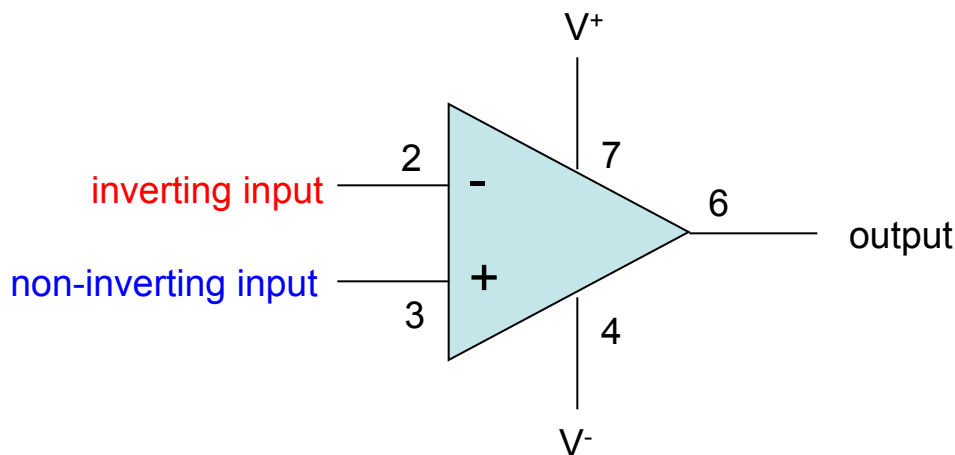
# Amplificatori operazionali



*Copyright c2005  
T.Kato JA9TTT/JH1WBU*

# Amplificatori operazionali

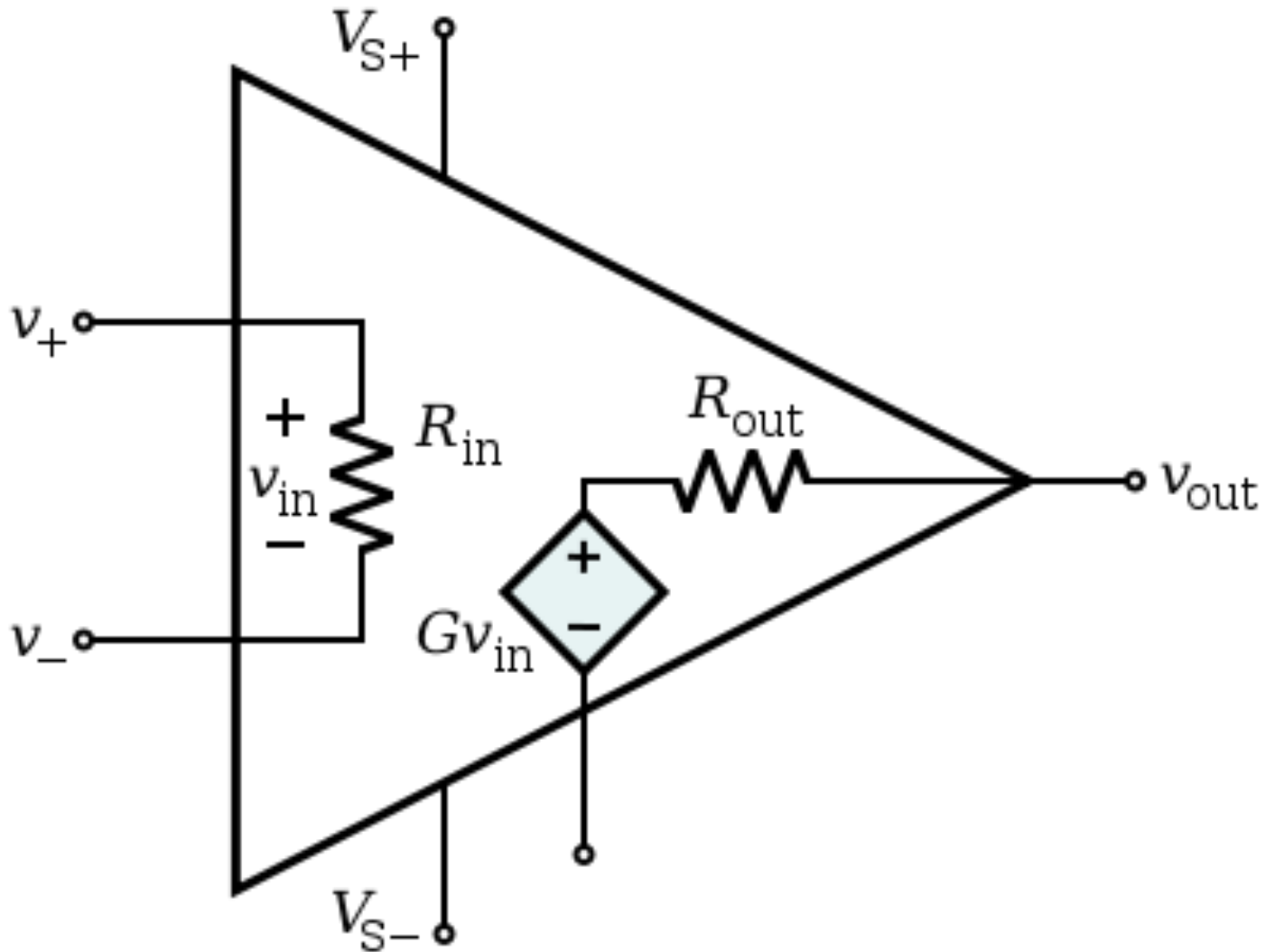
- sono disegnati come triangoli negli schematici dei circuiti
- ci sono due input
  - invertente and non-invertente
- un output
- alimentazione (nessuna messa a terra, floating)



# Operazionale ideale

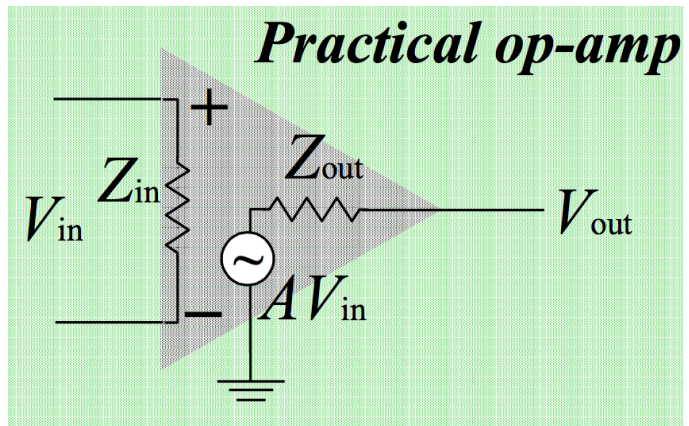
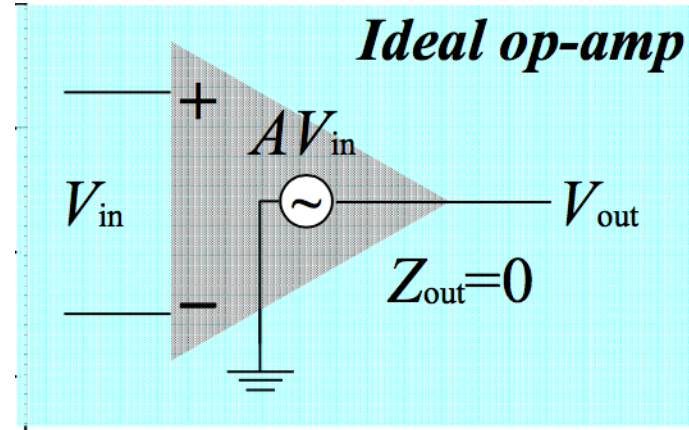
- guadagno in voltaggio infinito
  - una differenza di voltaggio fra i due input è amplificata infinitamente
  - nella realtà ~200000
- impedenza in ingresso infinita
  - non c'è flusso di corrente in entrata agli input
  - nella realtà ~  $10^{12} \Omega$  (operazionali con transistor FET)
- impedenza in uscita nulla
  - indipendente dal carico
  - in realtà vero fino ad una certa corrente (5-25 mA)
- infinitamente veloci (banda infinita)
  - in realtà, limitati a pochi MHz
  - slew rate limitato a 0.5–20 V/ $\mu$ s

# Modello



# Ideale vs reale

	Ideal	Practical (LM741)
Open Loop gain $A$	$\infty$	$10^5$
Gain-Bandwidth Product $GBP$	$\infty$	1MHz
Input Impedance $Z_{in}$	$\infty$	0.3-2M $\Omega$
Output Impedance $Z_{out}$	0 $\Omega$	10-100 $\Omega$
Output Voltage $V_{out}$	Depends only on $V_d = (V_+ - V_-)$ Differential mode signal	Depends slightly on average input $V_c = (V_+ + V_-)/2$ Common-Mode signal
CMRR	$\infty$	80-100dB

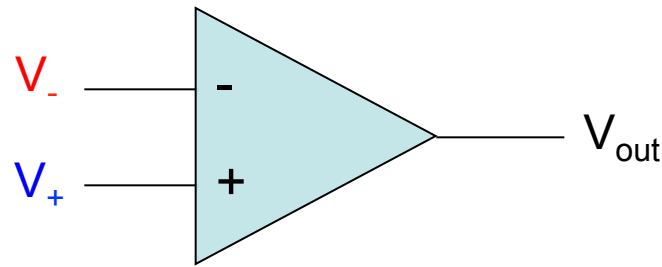


# Operazionale senza *feedback*

- Relazione fra uscita e ingressi:

$$V_{\text{out}} = G \times (V_{+} - V_{-})$$

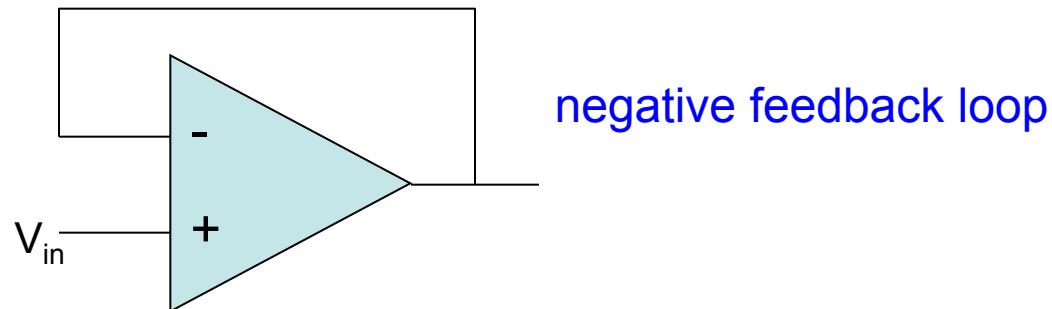
- se  $V_{+} > V_{-}$ , l'uscita sarà positiva
- se  $V_{-} > V_{+}$ , l'uscita sarà negativa



- Un **Guadagno** di 200000 rende l'utilizzo dell'operazionale, in questo montaggio mostrato sopra, praticamente inutilizzabile

# Guadagno infinito e feedback negativo

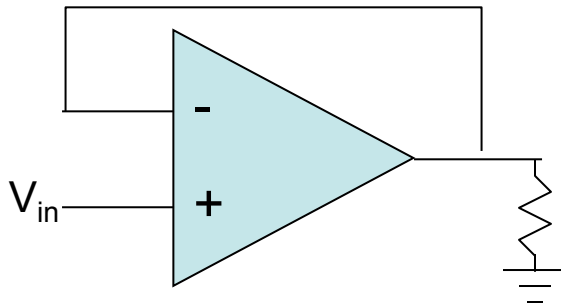
- Il guadagno infinito sarebbe inutile eccetto in un montaggio auto-regolante con feedback negativo:
  - feedback negativo → stabilità
  - feedback positivo → deriva e oscillazioni
- collegando l'output all'input invertente:
  - se l'output è  $< V_{in}$ , l'output tenderà a diventare positivo
  - se l'output è  $> V_{in}$ , l'output tenderà a diventare negativo
  - il risultato è che l'output velocemente si forza a diventare esattamente  $V_{in}$





# Buffer

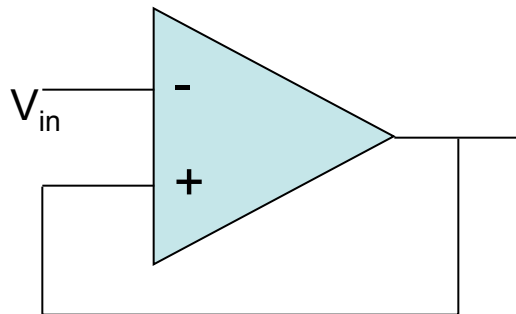
- Anche con un carico:
  - l'operazionale farà il possibile (all'interno delle sue limitazioni di corrente) per cambiare l'output affinché l'input invertente raggiunga  $V_{in}$
  - il feedback negativo lo rende auto-regolante
  - nel caso disegnato l'operazionale produce (o tira, se  $V_{in}$  è negativa) una corrente\* attraverso il carico finché l'output non raggiunge  $V_{in}$
- abbiamo creato un **buffer**: possiamo “applicare”  $V_{in}$  a un carico senza alterarlo con nessuna corrente



\* l'output, a differenza degli input produce o tira corrente

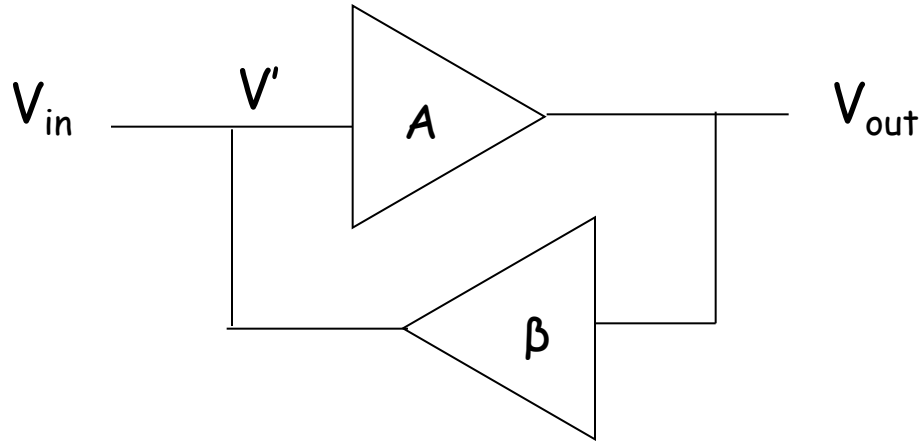
# Patologia da feedback positivo

- nella configurazione sotto, se l'input non invertente è anche di pochissimo  $> V_{in}$ , l'output sarà positivo (in realtà dipende dalla differenza ma è amplificato dal guadagno ideale dell'operazionale)
- questo rende l'output maggiore di  $V_{in}$  ancora di più, peggiorando la situazione di cui sopra
- il sistema deriva immediatamente alla tensione di alimentazione (la direzione dipende dalla condizione iniziale)



feedback positivo: “sbagliato”

# Feedback



$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}}$$

$$V_{out} = AV'$$

$$V' = V_{in} + \beta V_{out}$$

$$V_{out} = A(V_{in} + \beta V_{out})$$

$$V_{out}(1 - \beta A) = AV_{in}$$

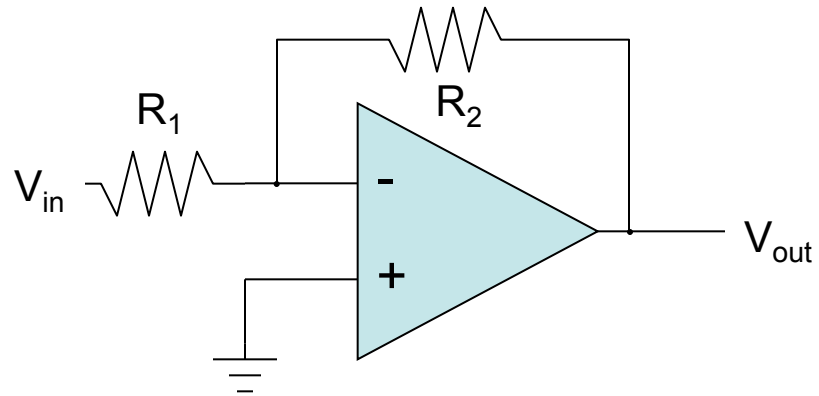
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A}{(1 - \beta A)}$$

$$G = \frac{A}{(1 - \beta A)} \sim \frac{1}{\beta}$$

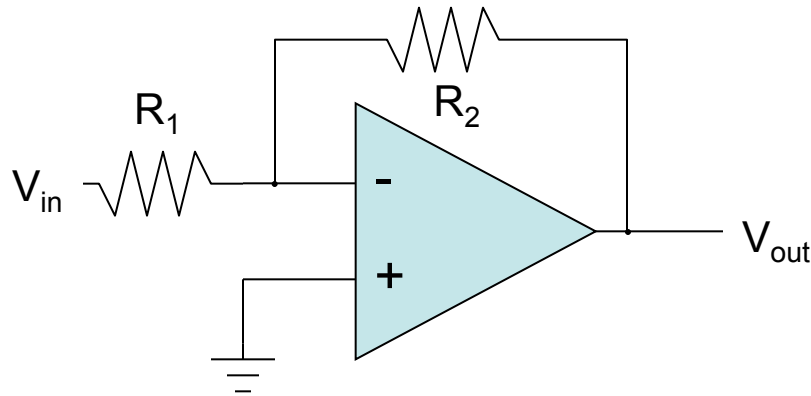
# "Regole d'oro" dell'operazionale

- quando un amplificatore operazionale è in una qualsiasi configurazione a feedback negativo, obbedirà alle seguenti due regole:
  - gli input non tirano o producono corrente (questo è vero anche senza feedback)
  - l'operazionale farà di tutto per portare a zero la differenza di voltaggio fra i due input

# Operazionale invertente

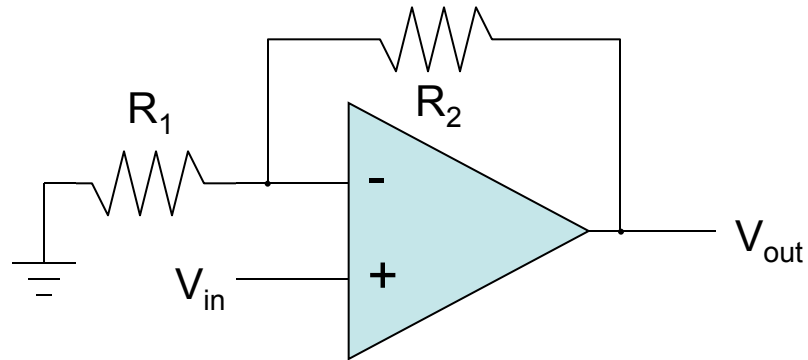


# Operazionale invertente

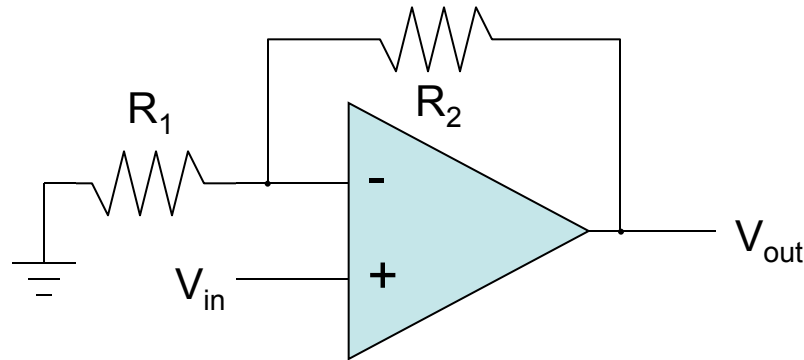


- terminali a “ground virtuale”:
  - la corrente attraverso  $R_1$  è  $I_f = V_{in}/R_1$
- non c'è corrente in entrata all'operazionale (prima regola):
  - la corrente attraverso  $R_1$  deve andare attraverso  $R_2$
  - la caduta di potenziale ai capi di  $R_2$  è  $I_f R_2 = V_{in}(R_2/R_1)$
- quindi  $V_{out} = 0 - V_{in}(R_2/R_1) = -V_{in}(R_2/R_1)$
- quindi  $V_{in}$  viene amplificato di un fattore  $-R_2/R_1$ :
  - il segno **negativo** lo rende un amplificatore **invertente**

# Operazionale non-invertente



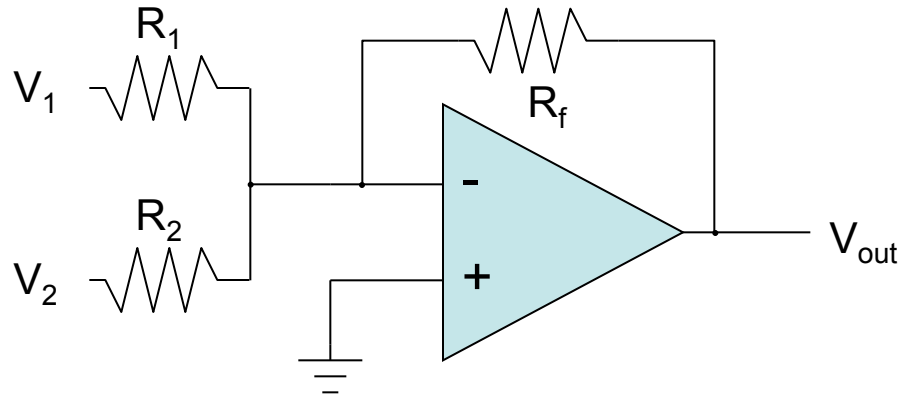
# Operazionale non-invertente



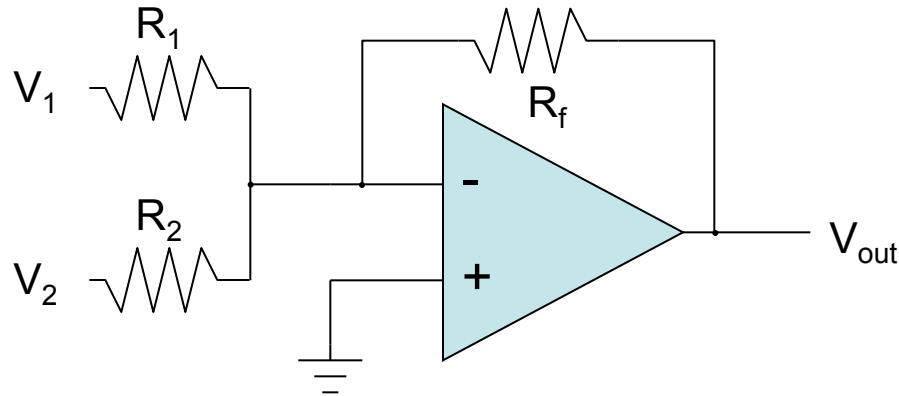
- il terminale negativo viene portato a  $V_{in}$  (cfr. ground virtuale):
  - la corrente attraverso  $R_1$  è  $I_f = V_{in}/R_1$
- la corrente in  $R_1$  non viene dagli input:
  - viene dall'output, attraverso  $R_2$
  - la caduta su  $R_2$  è  $I_f R_2 = V_{in}(R_2/R_1)$
  - $V_{out} = V_{in} + V_{in}(R_2/R_1) = V_{in}(1 + R_2/R_1)$
  - il guadagno è  $(1 + R_2/R_1)$ , ed è **positivo**



# Amplificatore sommatore

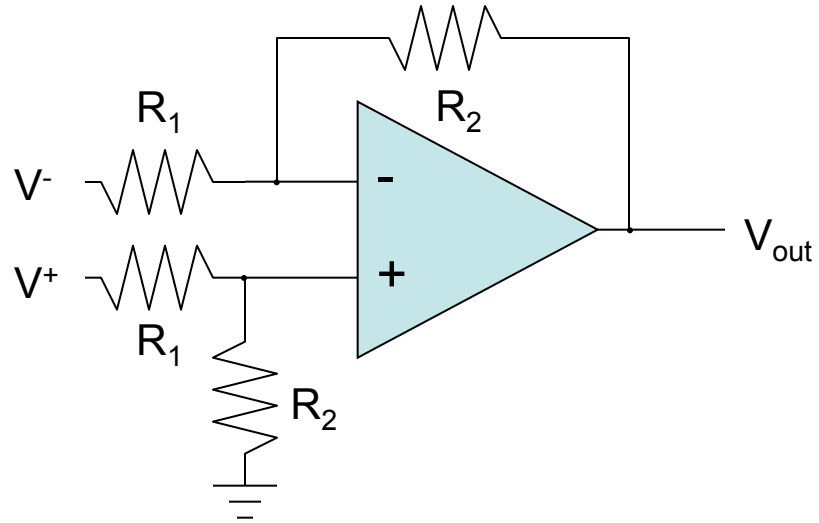


# Amplificatore sommatore

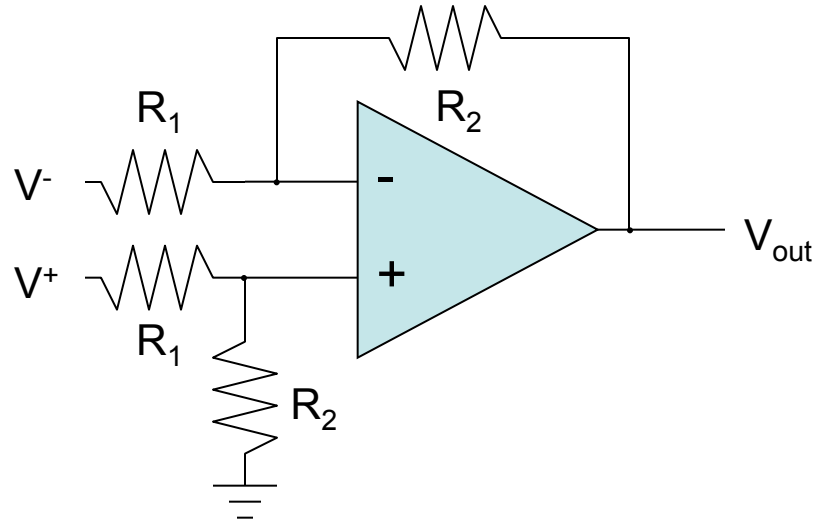


- come l'invertente ma con due input:
  - input invertente a “ground virtuale”
  - $I_1$  e  $I_2$  si sommano e passano per  $R_f$
  - otteniamo la somma (invertita):  
$$V_{out} = -R_f (V_1/R_1 + V_2/R_2)$$
    - se  $R_2 = R_1$ , la somma è “normale”:  $(V_1 + V_2)$
    - altrimenti è “pesata”

# Amplificatore sottrattore

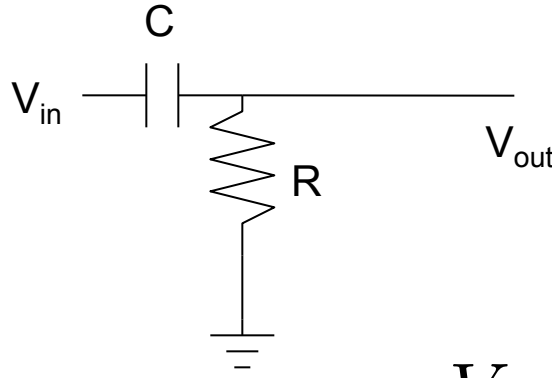


# Amplificatore sottrattore



- l'input non invertente è un partitore di tensione:
  - $V_{nodo} = V_+ R_2 / (R_1 + R_2)$
- quindi  $I_f = (V_- - V_{nodo}) / R_1$ 
  - $V_{out} = V_{nodo} - I_f R_2 =$   
 $V_+ (1 + R_2 / R_1) (R_2 / (R_1 + R_2)) - V_- (R_2 / R_1)$
  - quindi  $V_{out} = (R_2 / R_1) (V_+ - V_-)$

# Differenziatore/Filtro passa-alto



$$Q = CV$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

$$I = C \frac{d}{dt} (V_{in} - V_{out}) = \frac{V_{out}}{R}$$

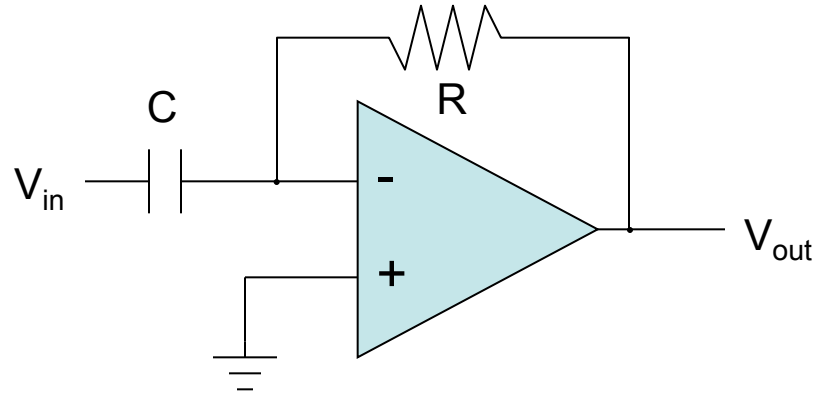
Se vale la condizione

$$\frac{dV_{out}}{dt} \ll \frac{dV_{in}}{dt}$$

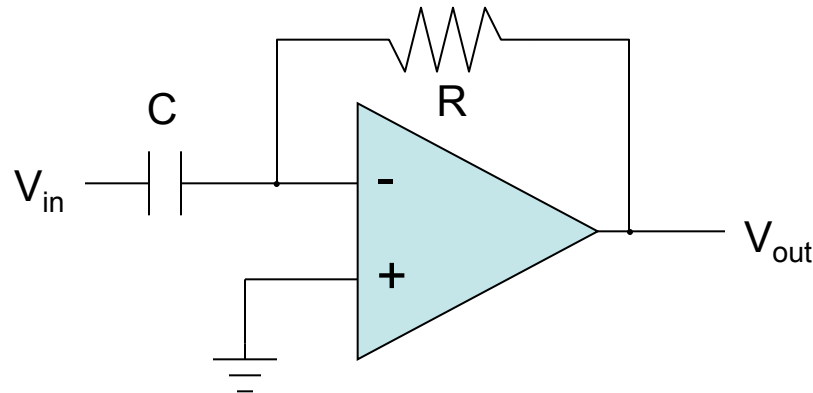
cioè se la caduta ai capi di  $R$  è  $\ll$  di quella ai capi di  $C$

$$C \frac{dV_{in}}{dt} = \frac{V_{out}}{R} \quad \rightarrow \quad V_{out} = RC \frac{dV_{in}}{dt}$$

# Amplificatore differenziatore/filtro passa-alto



# Amplificatore differenziatore/filtro passa-alto



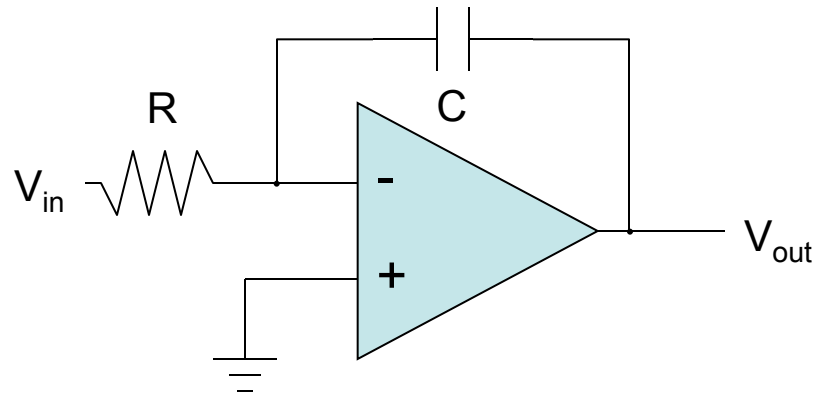
- per il capacitore  $Q = CV$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

$$V_{out} = -I_{cap}R = -RC \frac{dV}{dt}$$

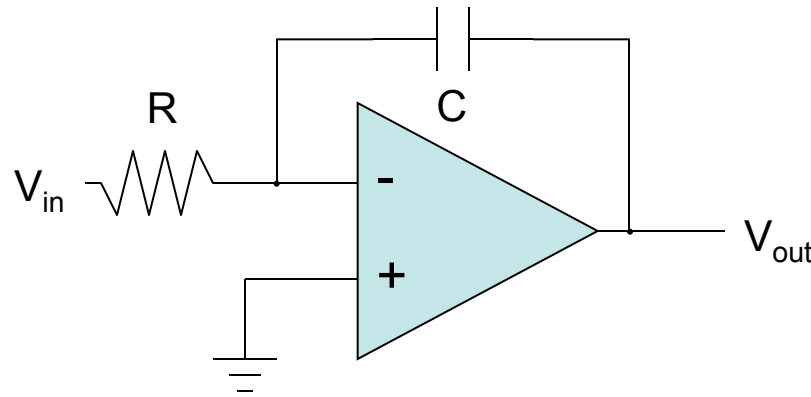
- quindi abbiamo realizzato un differenziatore o un filtro passa-alto

# Amplificatore integratore/filtro passa-basso





# Amplificatore integratore/filtro passa-basso



$$Q = CV$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

- $I_f = V_{in}/R \rightarrow C \cdot dV_{cap}/dt = V_{in}/R$

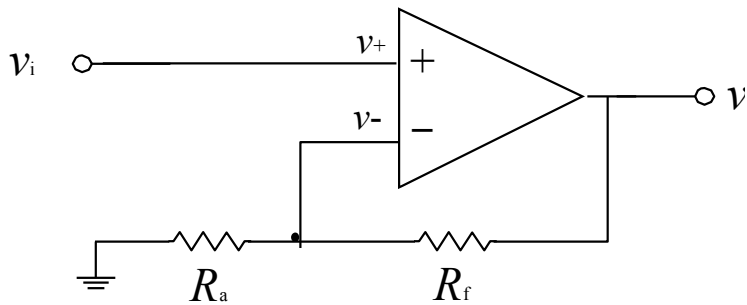
– e siccome il capacitore a sinistra è a “ground virtuale”:

$$V_{out} = V_{cap} \rightarrow -dV_{out}/dt = V_{in}/RC$$

$$V_{out} = -\frac{1}{RC} \int V_{in} dt$$

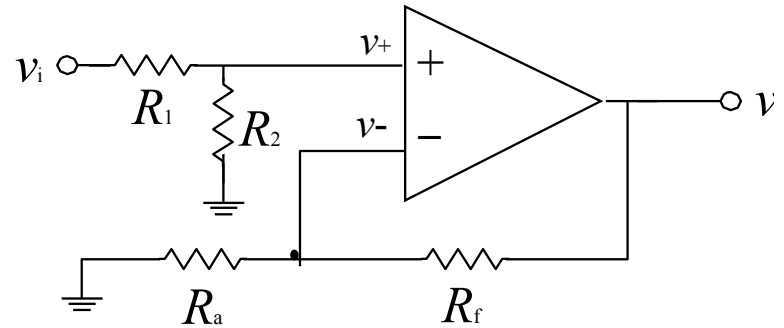
– abbiamo quindi realizzato un integratore o un filtro passa-basso

# Altri montaggi



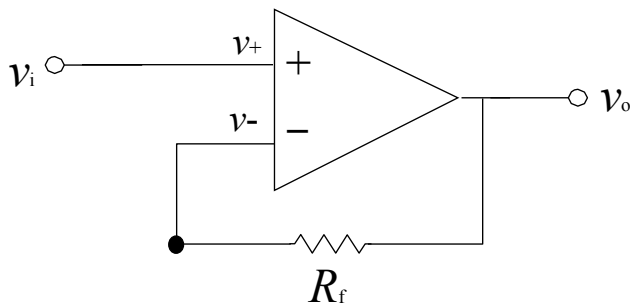
Amplificatore non invertente

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_a}\right)v_i$$



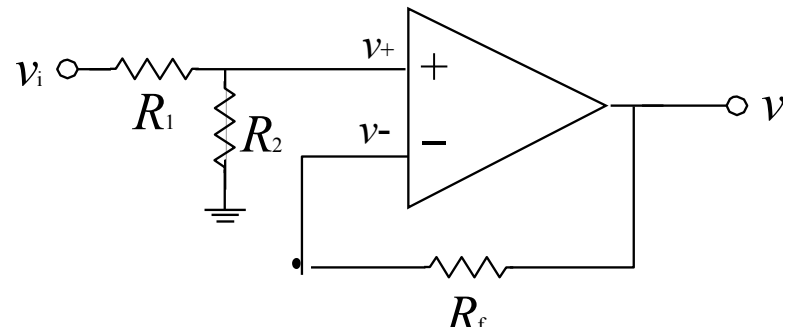
Amplificatore non invertente con partitore

$$v_o = \left(1 + \frac{R_f}{R_a}\right)\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)v_i$$



Inseguitore di voltaggio - buffer

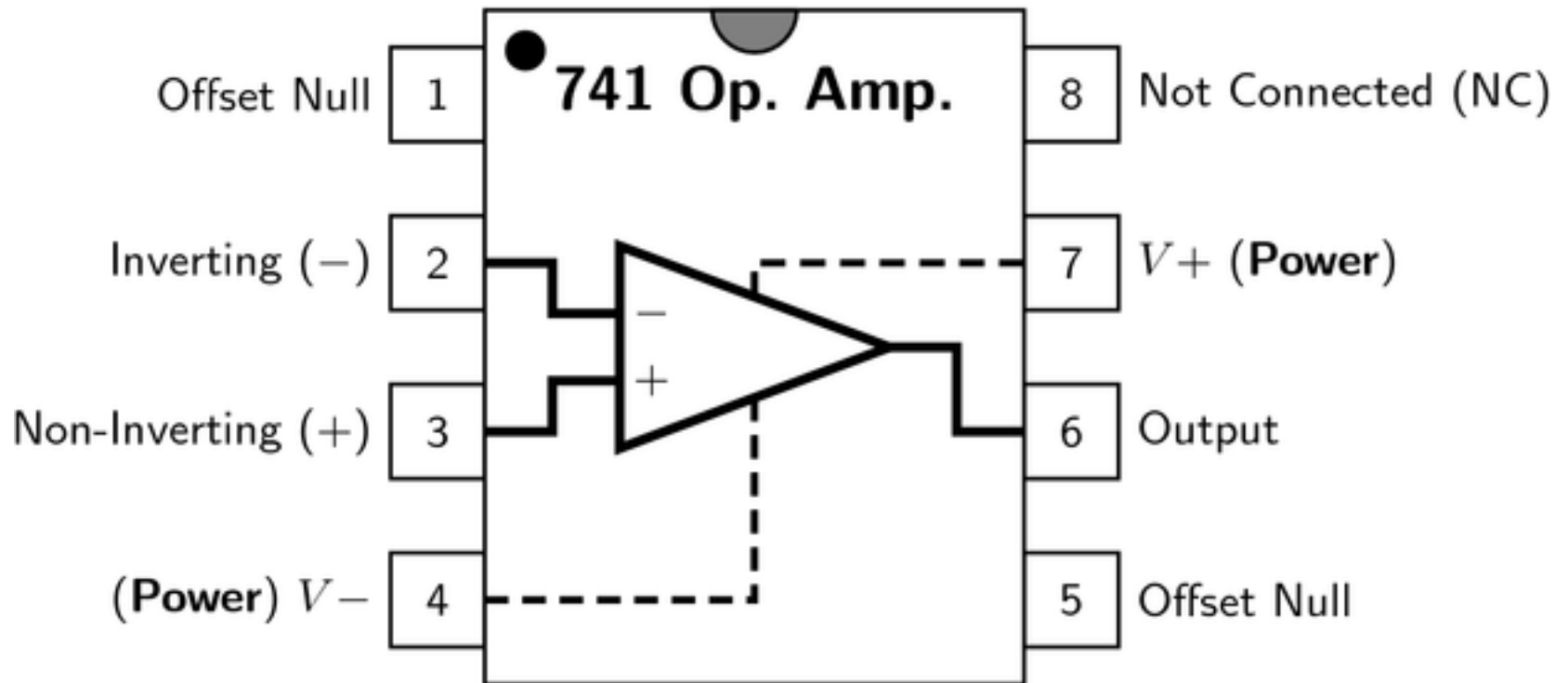
$$v_o = v_i$$



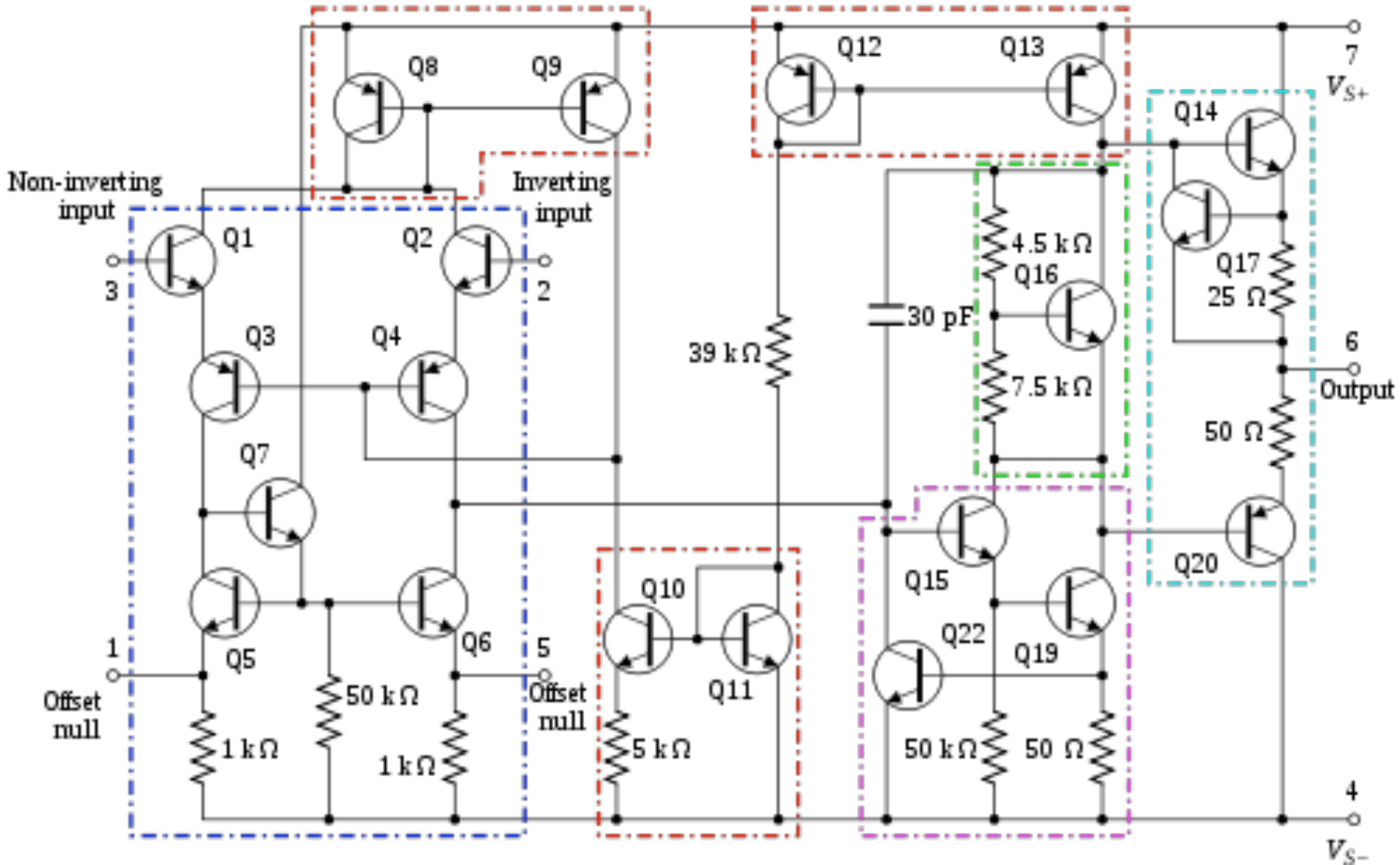
Amplificatore a guadagno  $< 1$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2}v_i$$

# esempio: serie 741

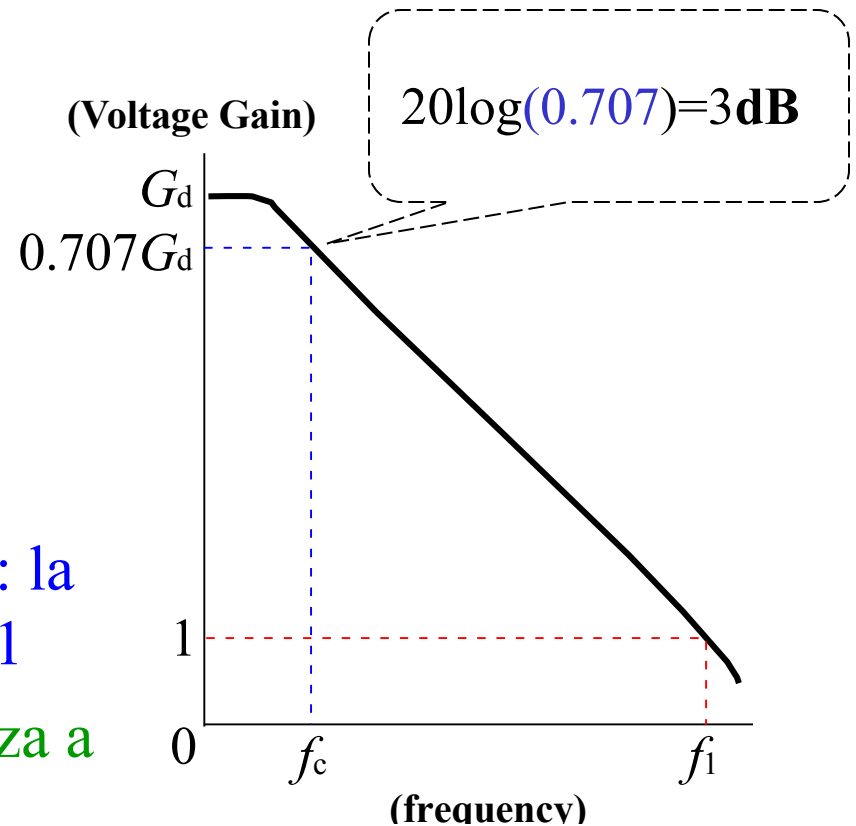


# esempio: serie 741



# Relazione Frequenza-Guadagno

- idealmente i segnali sono amplificati a tutte le frequenze
- nella realtà la banda è limitata
- gli operazionali della famiglia 741 hanno un limite di pochi KHz.
- frequenza a guadagno unitario,  $f_1$ : la frequenza a cui il guadagno vale 1
- frequenza di cutoff,  $f_c$ : la frequenza a cui il guadagno ha avuto una diminuzione di 3dB



$$\text{prodotto GB: } f_1 = G_d f_c$$

# Prodotto GB

Esempio: determinare la frequenza di cutoff di un'operazionale che ha una frequenza di guadagno unitario di  $f_1 = 10 \text{ MHz}$  e un guadagno differenziale  $G_d = 20 \text{ V/mV}$  (20000)

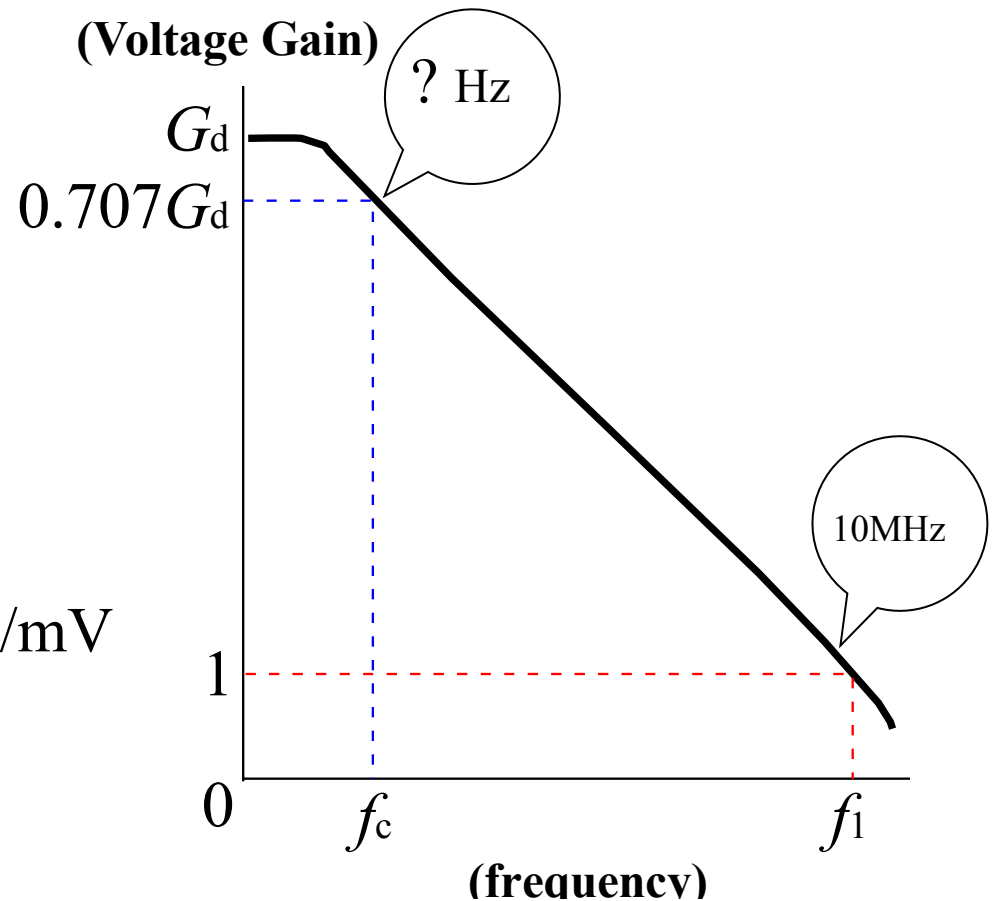
Soluzione:

$$f_1 = 10 \text{ MHz}$$

usando l'equazione del prodotto GB:

$$f_1 = G_d f_c$$

$$\begin{aligned} f_c &= f_1 / G_d = 10 \text{ MHz} / 20 \text{ V/mV} \\ &= 10 \times 10^6 / 20 \times 10^3 \\ &= 500 \text{ Hz} \end{aligned}$$



# GBP per il 741

Gain for the 741 Op-Amp

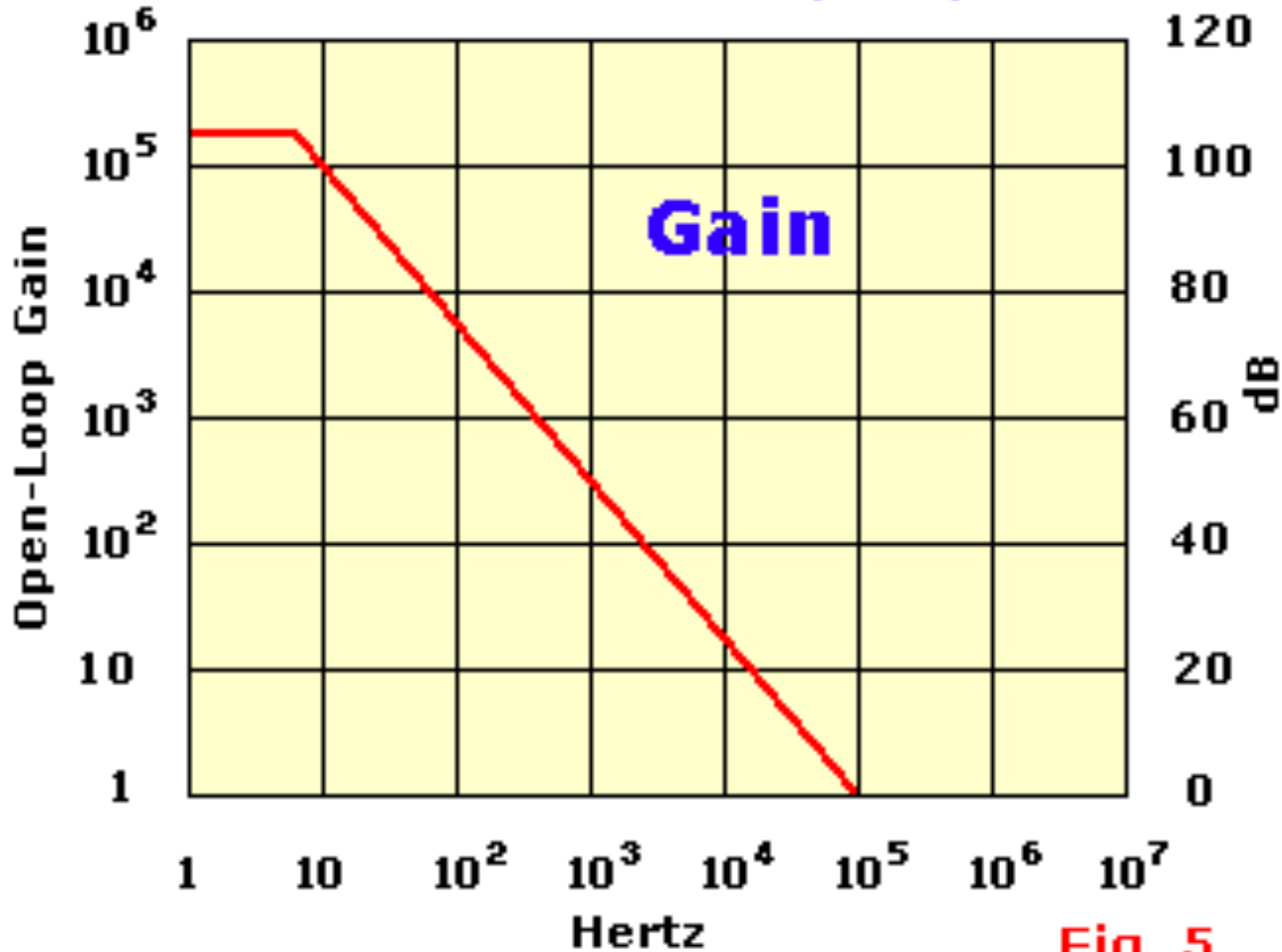


Fig. 5

$$\text{Gain-Bandwidth Product (GBP)} = A * \text{BW}$$

# Common-Mode Rejection Ratio

Definiamo:

- Input differenziale:

$$V_d = (V_+ - V_-)$$

- Input modo comune:

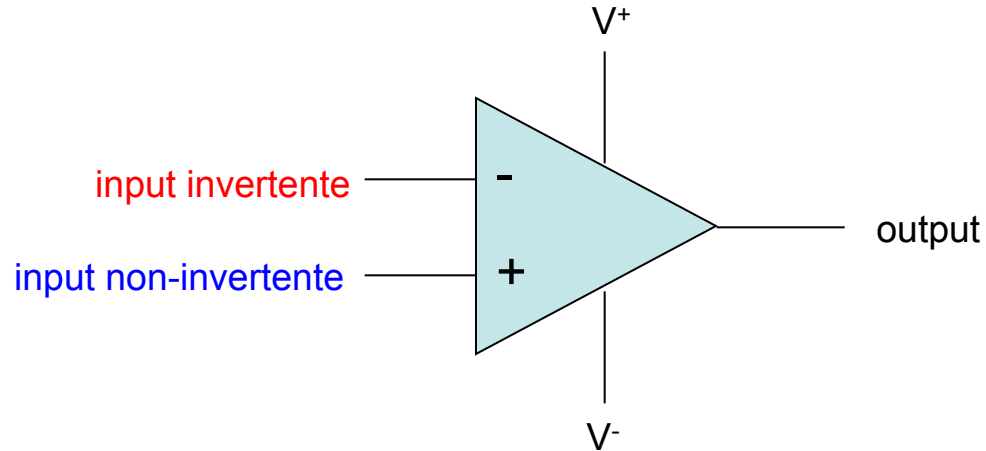
$$V_c = \frac{1}{2} (V_+ + V_-)$$

Un operazionale reale avrà:

$$V_o = G_d V_d + \frac{1}{2} G_c V_c$$

$G_d$ : guadagno differenziale

$G_c$ : guadagno modo comune



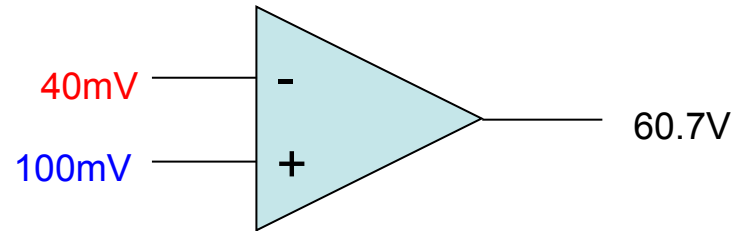
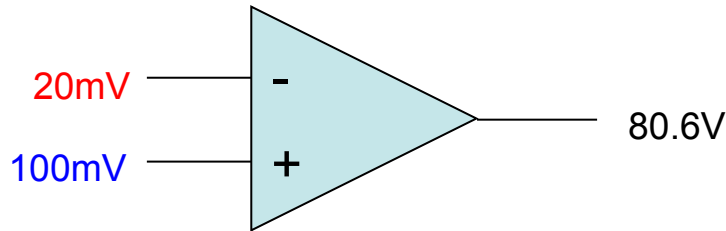
$$\begin{aligned} \text{CMRR} &= G_d / G_c \quad \text{o, in dB} \\ &= 20 \log_{10} (G_d / G_c) \end{aligned}$$

Nota:

$$\begin{aligned} \text{se } G_d \gg G_c, \text{ cioè } \text{CMRR} \rightarrow \infty \\ \rightarrow V_o \sim G_d V_d \end{aligned}$$



# Misura CMRR



Risoliamo il sistema:

$$V_{d1} = (100 - 20)\text{mV} = 80\text{mV}$$

$$V_{d2} = (100 - 40)\text{mV} = 60\text{mV}$$

$$V_{c1} = \frac{1}{2}(100 + 20)\text{mV} = 60\text{mV}$$

$$V_{c2} = \frac{1}{2}(100 + 40)\text{mV} = 70\text{mV}$$

$$(1) \quad V_o = 80\text{mV} G_d + 60\text{mV} G_c = 80.6\text{V}$$

$$(2) \quad V_o = 60\text{mV} G_d + 70\text{mV} G_c = 60.7\text{V}$$

$$\rightarrow G_d = 1000 \quad G_c = 10 \rightarrow \text{CMRR} = 20 \log_{10}(1000/10) = 40\text{dB}$$