Esercizio n^o 6

- Si scriva un VI per realizzare lo studio in frequenza dei seguenti segnali:
  - onda sinusoidale a 100 Hz, 1 KHz, 10 KHz
  - onda triangolare a 100 Hz, 1 KHz, 10 KHz
  - onda quadra a 100 Hz, 1 KHz, 10 KHz

- Si sviluppi un algoritmo per il riconoscimento automatico del tipo di segnale: “Shazam”

ricordiamo: La condizione di Nyquist

$$\bar{X}(f) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - \frac{k}{T})$$

La trasformata di Fourier di una sequenza è la periodicizzazione della trasformata del segnale originale, con una periodicità pari alla frequenza di campionamento $f_c = 1/\mathrm{T}$.

Per garantirsi l'assenza di $aliasing$, la frequenza di campionamento deve essere tale che:

$$f_c = \frac{1}{T} \geq 2B$$

dove B è la banda del segnale.

Sviluppo in serie di Fourier (1)

$$x(t) = A_o + 2\sum_{k=1}^{\infty} A_k cos(2\pi k f_o t + \theta_k)$$

Ogni particolare x(t) è caratterizzato da particolari valori di A_k e θ_k

Sviluppo in serie di Fourier (2)

$$x(t) = A_o + 2\sum_{k=1}^{\infty} A_k cos(2\pi k f_o t + \theta_k)$$

$$cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \qquad sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$x(t) = A_o + 2\sum_{k=1}^{\infty} A_k \frac{e^{i(2\pi k f_o t + \theta_k)} + e^{-i(2\pi k f_o t + \theta_k)}}{2}$$

$$x(t) = A_o + \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{i\theta_k} e^{i2\pi k f_0 t} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-i\theta_k} e^{-i2\pi k f_0 t}$$

Sviluppo in serie di Fourier (3)

$$x(t) = A_o + \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{i\theta_k} e^{i2\pi k f_o t} + \sum_{k=-\infty}^{1} A_{-k} e^{-i\theta_{-k}} e^{i2\pi k f_o t}$$

- $X_o = A_o$; $X_k = A_k \exp(i\theta_k)$; $X_k = A_{-k} \exp(-i\theta_{-k})$

$$x(t) = X_o + \sum_{k=1}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_o t} + \sum_{k=-\infty}^{-1} X_k e^{i2\pi k f_o t}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_o t}$$

Rappresentazione in forma complessa della trasformata di Fourier

Sviluppo in serie di Fourier (5)

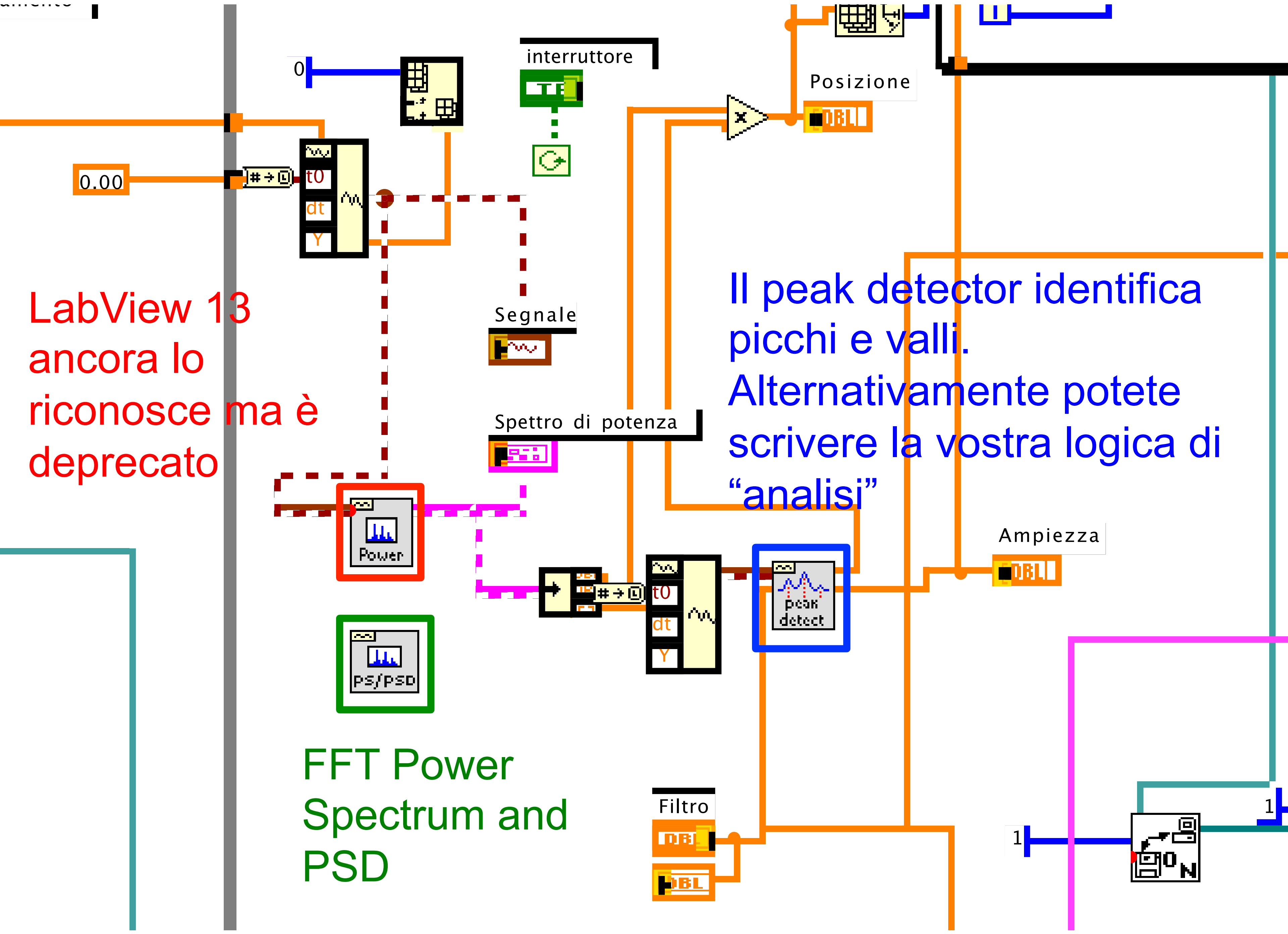
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_0 t}$$

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt = \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_0 t} e^{-i2\pi n f_0 t} dt$$

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k \int_{-T/2}^{T/2} e^{i2\pi (k-n) f_0 t} dt$$

$$\int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi n f_0 t} dt = X_n T_0$$

$$X_k = \frac{1}{T_o} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-i2\pi k f_o t} dt$$



LabView 13 ancora lo riconosce ma è deprecato

Il peak detector identifica picchi e valli. Alternativamente potete scrivere la vostra logica di “analisi”

FFT Power Spectrum and PSD

Equazioni di analisi e sintesi

(segnali periodici a tempo continuo)

$$X_k = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)e^{-i2\pi k f_0 t}dt$$

Analisi

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_o t}$$

Sintesi

$$x(t) \Leftrightarrow X_k$$

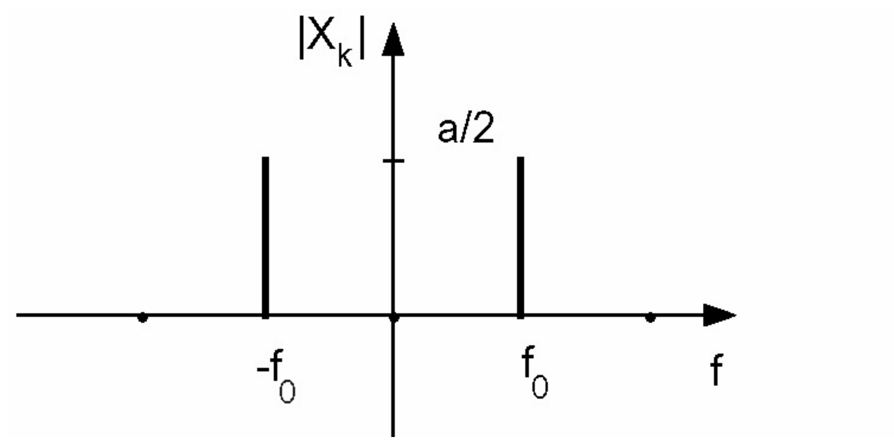
(nota: X_k è in generale complessa)

Trasformata del segnale sinusoidale

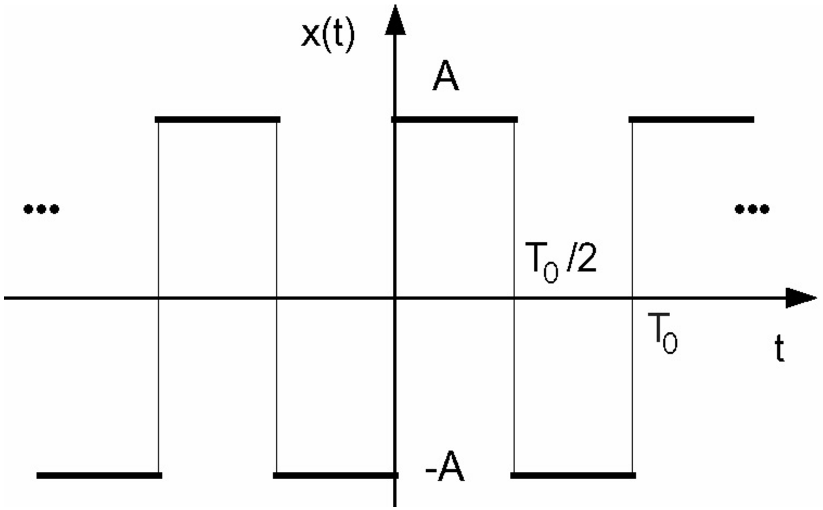
- Trasformata del segnale $x(t)= a \cos(2\pi\ f_o\ t)$

$$x(t) = A_o + 2\sum_{k=1}^{\infty} A_k cos(2\pi k f_o t + \theta_k)$$

- $X_o = A_o$; $X_k = A_k \exp(i\theta_k)$; $X_k = A_{-k} \exp(-i\theta_{-k})$
- $X_1 = a/2 \quad X_{-1} = a/2$



Trasformata del segnale onda quadra



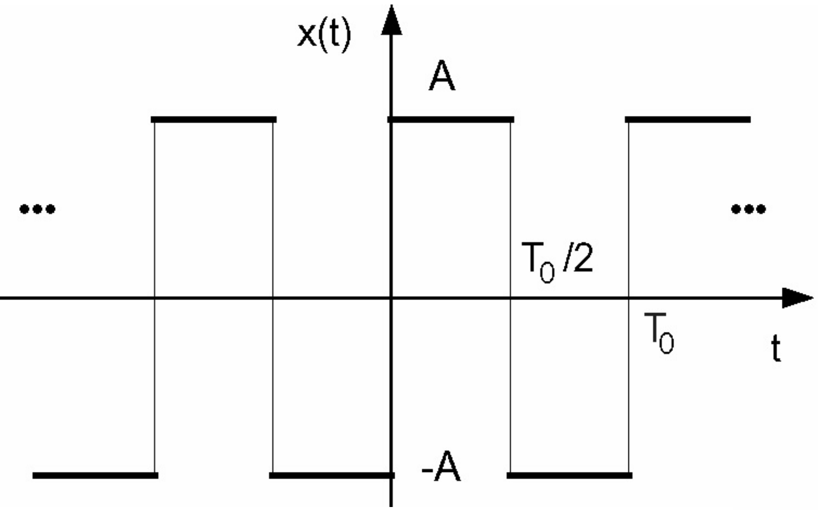
$$X_k = -\frac{2i}{T_o}\int_0^{T_o/2} x(t) sin(2\pi k f_o t) dt$$

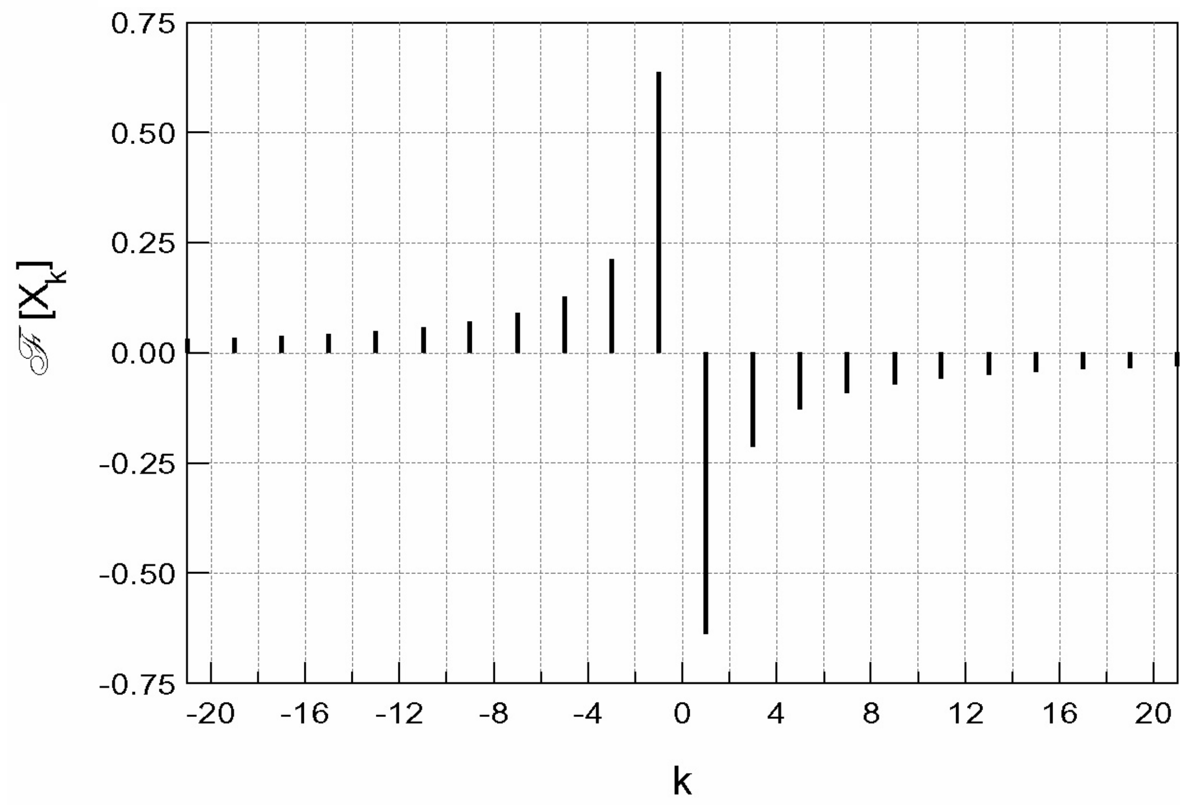
$$X_k = -\frac{2iA}{T_o}\int_0^{T_o/2} sin(2\pi k f_o t) dt = \frac{2iA}{2\pi k f_o T_o} cos(2\pi k f_o t)|_{t=0}^{t=T_o/2}$$

$$X_k = \frac{iA}{\pi k}[cos(\pi k) - 1] = \frac{iA}{\pi k}[(-1)^k - 1] = \frac{2A}{i\pi k}$$

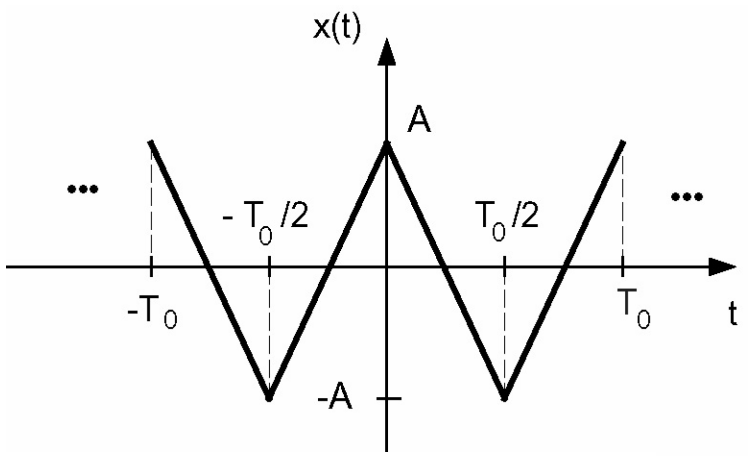
k dispari

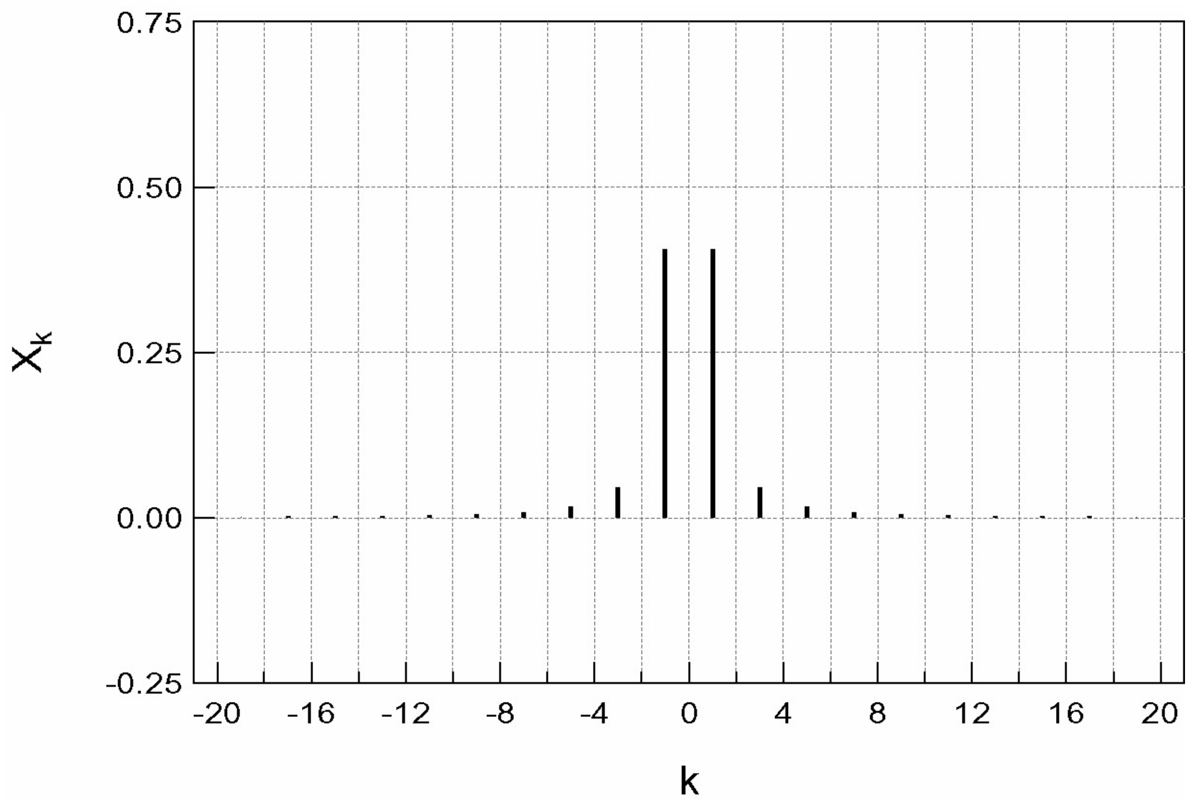
Trasformata dell' onda quadra





Trasformata dell' onda triangolare





Esercizio n° 0.1

- Si scriva un VI per:
  - sintetizzare un segnale di onda quadra a partire di suoi coefficenti di Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{i2\pi k f_o t}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} (-1)^{(k-1)/2} cos(2\pi k f_o t) \qquad k\ dispari$$

Sintesi