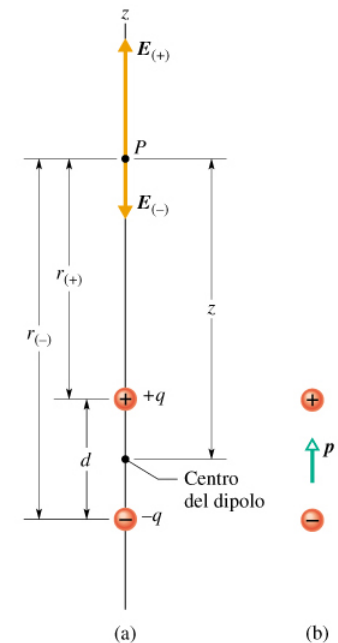
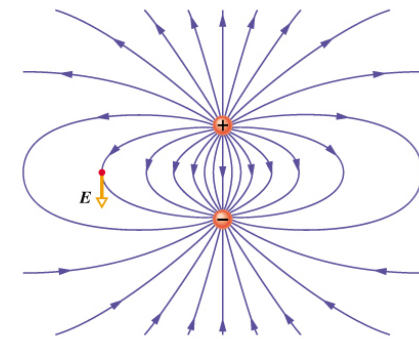


# Il Corso di Fisica per Scienze Biologiche

- Prof. Attilio Santocchia
  - Ufficio presso il Dipartimento di Fisica (Quinto Piano) Tel. 075-585 2708
  - E-mail: [attilio.santocchia@pg.infn.it](mailto:attilio.santocchia@pg.infn.it)
  - Web: <http://www.fisica.unipg.it/~attilio.santocchia>
- Testo: Fondamenti di Fisica (Halliday-Resnick-Walker, Casa Editrice Ambrosiana)

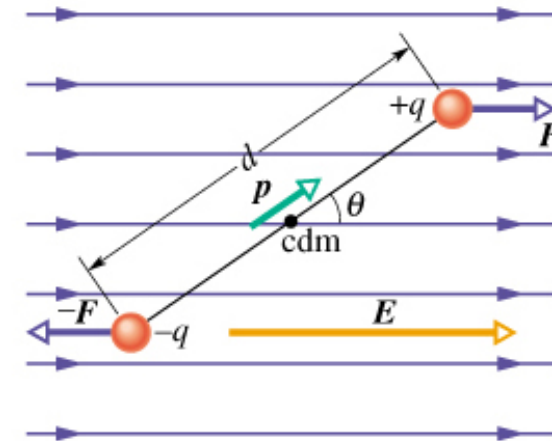
# Dipolo Elettrico

- ◆ Il dipolo elettrico è costituito da due cariche puntiformi ( $\pm q$ ), eguali in modulo, ma di segno opposto, poste ad una distanza  $d$
- ◆ Si definisce, momento di dipolo elettrico il vettore  $\mathbf{p}$  che ha:
  - direzione la congiungente le due cariche
  - verso quello che va dalla carica negativa alla positiva
  - modulo il prodotto  $p=a \cdot |q|$
- ◆ Molte molecole hanno una distribuzione di carica negativa (elettroni) non coincidente con la distribuzione di carica positiva (nuclei). Per questo motivo esse hanno momento di dipolo non nullo anche in assenza di campo elettrico esterno. **Fra queste, la più nota è l'acqua.** Esse si dicono **polari**.
- ◆ Per altre sostanze invece le due distribuzioni hanno *baricentro* comune quindi sono dette **apolari**.



## Dipolo Elettrico immerso in un Campo Elettrico Uniforme

- ◆ Supponiamo di avere un campo elettrico  $E$  uniforme e un dipolo  $p$  immerso nel campo
- ◆ Sulle 2 cariche agiscono 2 forze uguali e di verso opposto:  $\pm F = \pm qE$
- ◆ Le 2 forze costituiscono una coppia di forze che producono una rotazione



(a)



(b)

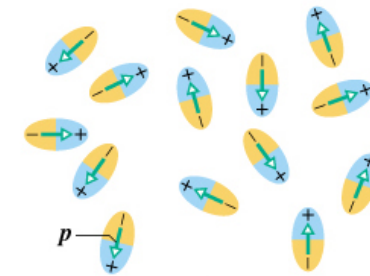
# Dipolo Elettrico ed Energia Potenziale

- ◆ Ad un dipolo elettrico può essere associata anche una Energia Potenziale
- ◆ L'energia potenziale è minima quando il dipolo è allineato con il campo elettrico (cioè quando siamo in condizioni di equilibrio) ed il momento torcente è nullo
- ◆ Il dipolo immerso in un campo elettrico si comporta come un pendolo, cioè
  - partendo da una posizione fuori equilibrio cerca di raggiungere la posizione a minore energia potenziale
  - L'energia potenziale si è trasformata in energia cinetica rotazionale, il dipolo è ora sottoposto ad un momento torcente che si oppone alla rotazione
  - e il dipolo raggiunge una posizione dove la rotazione inverte il verso (siamo in una situazione simmetrica rispetto a quella iniziale) e così via...
- ◆ In assenza di attrito il moto rotazionale descritto continua all'infinito...
- ◆ Calcolando il lavoro quando il dipolo si scosta di un angolo  $\theta$  dalla posizione di equilibrio è possibile ricavare una espressione per l'energia potenziale di un dipolo immerso in un campo elettrico:

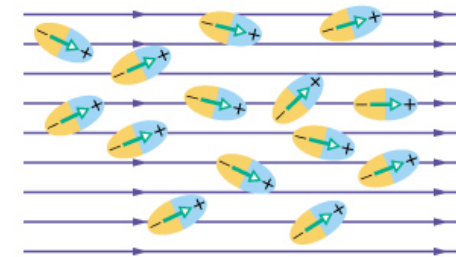
$$U = -L = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

# Polarizzazione nei Dielettrici

- ◆ Nei **dielettrici perfetti non si hanno cariche in movimento**. Questo perché i legami atomici sono così forti da impedire il moto degli elettroni e quindi si dice che hanno conducibilità nulla e rigidità dielettrica infinita. Molte sostanze reali (ceramiche, vetri, ...) hanno conducibilità molto prossima allo zero.
- ◆ Se poniamo un dielettrico in un campo elettrico, le cariche elettriche positive vengono “spinte” nella direzione del campo e quelle negative nella direzione opposta. Le forze di legame nel dielettrico contrastano questa azione fino al raggiungimento di uno stato di equilibrio. Cioè nasce un momento di dipolo globale del corpo. Il momento di dipolo risultante per unità di volume è detto **polarizzazione  $P$** .
- ◆ Il dipolo totale genera un campo elettrico non nullo che si oppone al campo esterno  $E$ . Per questo motivo la costante dielettrica e del mezzo è maggiore di quella  $\epsilon_0$  del vuoto.
- ◆ Se il dielettrico è formato da molecole polari, queste tendono ad orientarsi nel verso del campo elettrico producendo ancora un momento di dipolo elettrico non nullo che porta ancora alla formazione di un fenomeno di **polarizzazione**.



(a)



(b)

# Campo Elettrico in un Dielettrico

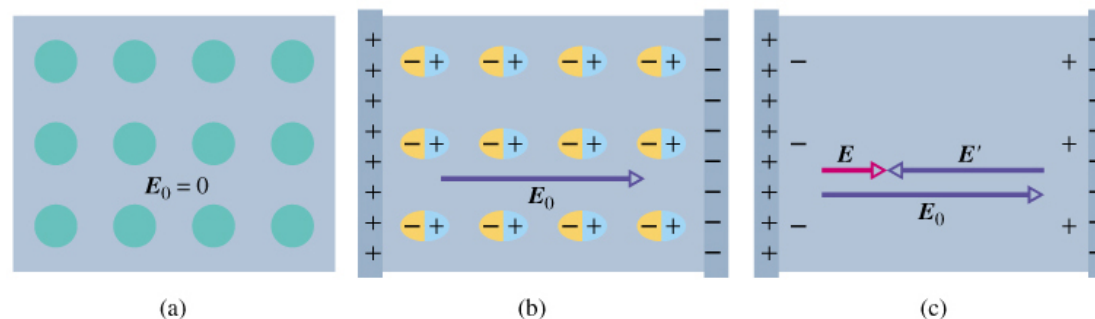
- ◆ Se 2 cariche elettriche  $q_A$  e  $q_B$  sono poste in un mezzo materiale, il campo elettrico prodotto da esse orienta le molecole del mezzo. Si dice che il campo **polarizza** il mezzo.
- ◆ In prossimità delle cariche, si manifestano delle cariche di polarizzazione che riducono la carica efficace di  $q_A$  e  $q_B$ . Chiamiamo  $q'_A$  e  $q'_B$  le cariche efficaci (minori delle rispettive cariche  $q_A$  e  $q_B$ )
- ◆ La forza che le cariche efficaci producono tra di loro è quindi minore di quella che si misura nel vuoto
- ◆ Possiamo scrivere la legge di Coulomb come:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_A q_B}{r^2} \quad \text{dove } \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad \text{e } \epsilon_r > 1$$

- ◆ La costante  $\epsilon$  (che dipende dal mezzo) è detta costante dielettrica del mezzo. Il fattore moltiplicativo  $\epsilon_r$  (numero semplice privo di dimensione, sempre maggiore di 1) è detto permittività elettrica relativa (costante dielettrica relativa)
- ◆ Ad esempio  $\epsilon_r$  vale 1.00059 per l'aria, 3.85 per la carta, 11.68 per il silicio, per l'acqua varia tra circa 88 a 0° e 55 a 100°

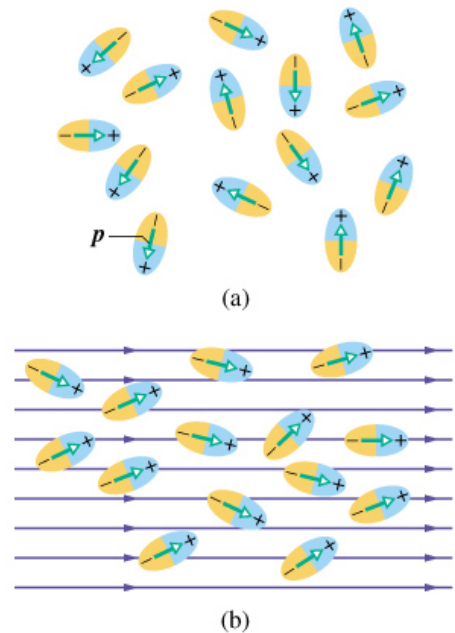
# Polarizzazione di dielettrici apolari

- ◆ In assenza di campo elettrico esterno  $E$  le molecole della sostanza hanno simmetria di carica (vedi figura *a*): siamo in assenza di dipoli
- ◆ Imponendo un campo elettrico esterno  $E$ , la distribuzione di carica a livello atomico viene deformata generando nel dielettrico dei dipoli elettrici (detti dipoli indotti)
- ◆ La relazione fra la polarizzazione  $P$  (momento di dipolo per unità di volume) e il campo elettrico  $E_0$  è:  $P = np_a = n\alpha\epsilon_0 E_0$  dove  $n$  è il numero di atomi (o molecole) per unità di volume,  $p_a$  è il momento di dipolo atomico (o molecolare) indotto ed  $\alpha$  è detta polarizzabilità del dielettrico.
- ◆ La polarizzazione a sua volta produce un campo elettrico  $E'$  che si oppone al campo  $E_0$ . La risultante  $E$  è il campo elettrico effettivo presente all'interno del dielettrico



# Polarizzazione di dielettrici polari

- ◆ I dipoli elementari, presenti in un dielettrico polare, in assenza di campo elettrico esterno  $E$  sono orientati caoticamente, determinando un campo elettrico interno totale nullo e un momento di dipolo totale nullo
- ◆ La polarizzazione di un dielettrico in presenza di campo elettrico esterno ha comportamento diverso con la temperatura a seconda se la sostanza sia polare o meno.
- ◆ **Se la sostanza è polare**, un aumento di temperatura causa un maggior moto di agitazione termica delle molecole e quindi l'orientamento relativo dei singoli dipoli è meno ordinato e quindi **il momento di dipolo totale risultante è minore**
- ◆ Per le molecole **apolari** (polarizzazione per deformazione), la temperatura ha un ruolo **marginale**
- ◆ Come abbiamo visto in precedenza, per il singolo dipolo elettrico, l'imposizione di un campo esterno  $E$  causa l'orientazione comune dei dipoli,





# Capacità Elettrica

- ◆ Consideriamo una sfera conduttrice isolata carica di raggio  $R$ . Tutta la carica  $q$  si distribuisce sulla superficie esterna. Per il campo elettrico, grazie al teorema di Gauss, alla distanza  $R$  (immediatamente fuori dalla sfera) è come se tutto la carica fosse concentrata sul centro della sfera. Quindi il potenziale in  $R$  deve essere equivalente a quello di una carica puntiforme:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} = \frac{q}{C} \quad \text{dove} \quad C = 4\pi\epsilon_0 R$$

- ◆ Dove la proporzionalità fra  $q$  e  $V$  è stata esplicitata introducendo la costante  $C$ , detta **capacità elettrica**, definita dalla:

$$C \equiv \frac{q}{V}$$

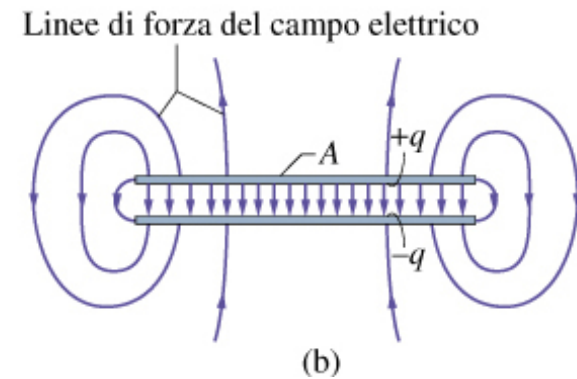
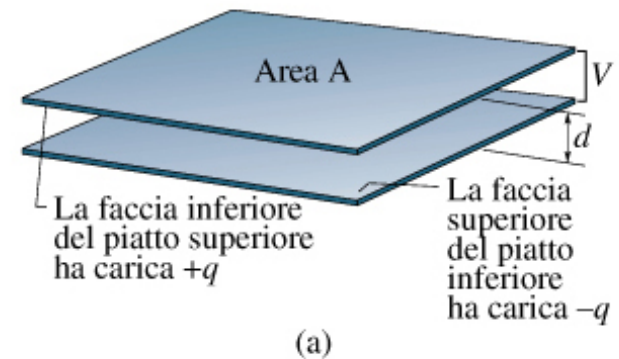
- ◆  $C$  si misura in *Coulomb/Volt* e l'unità di misura è detta *Farad* (simbolo  $F$ ).
- ◆ Nel caso della sfera è ovviamente  $C=4\pi\epsilon_0 R$ .

# Condensatori

- ◆ Un condensatore è un dispositivo elettrico che può immagazzinare l'energia potenziale di un campo elettrico
- ◆ Un esempio di condensatore è un sistema costituito da due conduttori affacciati molto vicini. I due conduttori sono detti armature del condensatore.
- ◆ Supponiamo che sull'armatura superiore, a potenziale  $V_1$ , ci sia una carica  $-q$  e sull'armatura inferiore, a potenziale  $V_2$  ci sia una carica  $+q$ . La capacità del condensatore è allora:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$

- ◆ La capacità di un condensatore dipende dalla geometria e dal materiale compreso tra le 2 armature
- ◆ Se sulle armature di un condensatore è presente una carica, il condensatore si dice carico. Per caricare un condensatore occorre compiere un lavoro. Questo lavoro viene immagazzinato sotto forma di energia potenziale all'interno del condensatore



# Cosa sono i condensatori?

- ◆ Servono per immagazzinare energia elettrica sotto forma di energia potenziale
  - Nei flash delle macchine fotografiche c'è un condensatore che accumula energia che viene rilasciata molto velocemente per produrre il lampo di luce (ecco perché non possiamo usare il flash a raffica... per immagazzinare energia nel condensatore occorrono alcuni secondi)
  - Nei defibrillatori l'energia viene immagazzinata tramite dei condensatori (tempo necessario circa un minuto). L'energia scaricata rapidamente è di circa 200J in un tempo dell'ordine del ms → la potenza utilizzata è quindi dell'ordine dei 100KW
- ◆ I condensatori sono ampiamente usati in elettronica:
  - Ci sono condensatori nei vostri computer, nei televisori e anche nei cellulari e in qualsiasi circuito analogico o digitale dove bisogna controllare il flusso di cariche elettriche

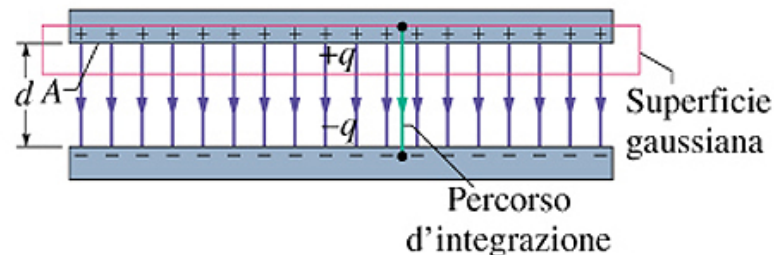
# Capacità di un condensatore piano

- ◆ Per calcolare la capacità di un condensatore piano si può ricorrere al teorema di gauss considerando una opportuna superficie chiusa (vedi figura: la superficie da considerare è quella in rosso)
- ◆ Il flusso attraverso la superficie è dato solo dal contributo legato alla faccia inferiore del parallelepipedo arancione in figura (per le altre facce o il campo elettrico è nullo o parallelo alla superficie)
- ◆ Il campo elettrico (uniforme) per un condensatore piano è:  $q = \epsilon_0 EA$
- ◆ Il potenziale elettrico invece si ottiene a partire dalla relazione:

$$\Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V = E \int_0^d dl = Ed$$

- ◆ e la capacità è quindi:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 EA}{Ed} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



# Condensatori in Serie

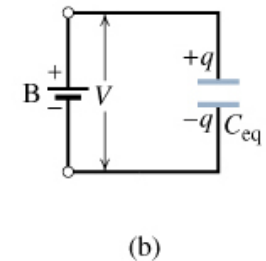
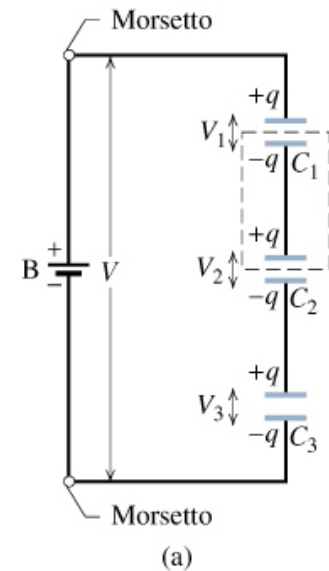
- ◆ Se mettiamo fra le due armature un dielettrico la capacità elettrica del condensatore aumenta essendo  $\epsilon > \epsilon_0$ :

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

- ◆ Più condensatori possono essere collegati fra loro in serie o in parallelo.
- ◆ Nel caso di più condensatori in serie risulta (notare che la carica è la stessa su ogni armatura):

$$V_{TOT} = V_1 + V_2 + V_3 \quad \mathbf{ma} \quad V = \frac{q}{C} \Rightarrow$$

$$\frac{q}{C_{TOT}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C_{TOT}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

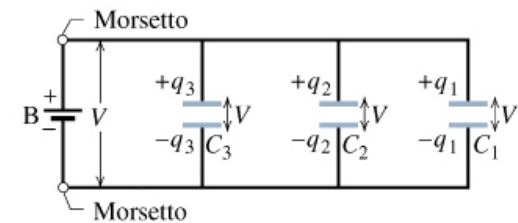


# Condensatori in Parallelo

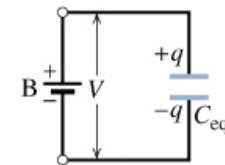
- ◆ Più condensatori possono essere collegati fra loro anche in parallelo.
- ◆ Nella connessione in parallelo le armature stanno alla stessa differenza di potenziale.  $V_+ - V_-$  e ciascun condensatore mantiene una carica diversa:  
 $q_1 = C_1(V_+ - V_-)$ ,  $q_2 = C_2(V_+ - V_-)$ ...
- ◆ La capacità totale quindi si ottiene da:

$$q_{TOT} = q_1 + q_2 + q_3 \quad \mathbf{ma} \quad q = VC \Rightarrow$$

$$VC_{TOT} = VC_1 + VC_2 + VC_3 \Rightarrow C_{TOT} = C_1 + C_2 + C_3$$



(a)



(b)

# Energia del Campo Elettrico

- ◆ Per caricare un condensatore occorre separare cariche di segno opposto. Per esempio bisogna portare elettroni dall'armatura “+” all'armatura “-”.
- ◆ E' ovvio che le forze d'attrazione coulombiana si oppongono a questo trasferimento e del lavoro deve essere effettuato.
- ◆ A fornire l'energia necessaria a compiere questo lavoro è la pila che consuma energia chimica.
- ◆ Essendo il campo elettrico conservativo, questa energia chimica deve essere trasformata in un'altra forma di energia. Quest'energia è immagazzinata nel campo elettrico formatosi fra le armature
- ◆ Supponiamo di avere una carica  $q' > 0$ , il lavoro elementare per trasferire una ulteriore carica  $dq' > 0$  dall'armatura positiva a quella negativa è:

$$\left. \begin{aligned} dL &= -\Delta V dq' = (V_+ - V_-) dq' \\ C &= \frac{q'}{(V_+ - V_-)} \Rightarrow (V_+ - V_-) = \frac{q'}{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow dL = \frac{1}{C} q' dq' \Rightarrow L = \int_0^q \frac{1}{C} q' dq' = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} C \Delta V^2$$

# Densità di Energia nel Campo Elettrico

- ♦ La **densità di energia** nel campo elettrico è data dall'energia accumulata per unità di volume
- ♦ Calcoliamo la densità  $u$  per un condensatore piano (il risultato che otterremo è valido comunque in generale per qualsiasi zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico)

$$u = \frac{\text{Energia}}{m^3} = \frac{\frac{1}{2} C \Delta V^2}{Sd} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\epsilon S}{d} \Delta V^2}{Sd} = \frac{1}{2} \epsilon \left( \frac{\Delta V}{d} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

- ♦ Per ottenere  $u$  ho utilizzato il valore della capacità e del campo elettrico in un condensatore piano come calcolato negli esempi precedenti